

Exprimer un résultat en physique

PCSI₂ 2025 – 2026

En physique, on cherche souvent à exprimer une grandeur.¹

Par exemple, la température T en un point de cette pièce peut être calculée ou mesurée.

Le résultat pourra s'exprimer en °C (degré Celsius), K (Kelvin) ou encore °F (degré Fahrenheit) avec un certain nombre de décimales et une certaine incertitude (dixième de degré par exemple).

Cette fiche a pour but de faire le point sur comment exprimer correctement le résultat d'un calcul, d'une application numérique ou d'une mesure.

Il s'agit de faire preuve d'un minimum de méthode, de rigueur et d'esprit critique : on sera en effet amené à vérifier systématiquement l'homogénéité du résultat et sa cohérence puis à l'écrire convenablement (unité adaptée, nombre de chiffres significatifs et incertitude si nécessaire).

I Homogénéité d'un résultat

1. Dimensions fondamentales

Le système international (SI) comporte sept dimensions fondamentales

Dimension	unité légale (symbole)
Longueur (L)	mètre (m)
Masse (M)	kilogramme (kg)
Temps (T)	seconde (s)
Intensité électrique (I)	ampère (A)
Température (Θ)	kelvin (K)
Quantité de matière (N)	mole (mol)
Intensité lumineuse (J)	candela (Cd)

On parle souvent du système MKSA.

Attention, si vous exprimez une grandeur physique sans son unité, le résultat est systématiquement considéré comme faux.

2. Dimension et unité

Une dimension (température, longueur, énergie, angle ...) peut s'exprimer en différentes unités et multiples plus ou moins adaptées.

10^{-15}	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^3	10^6	10^9	10^{12}
femto	pico	nano	micro	mili	kilo	mega	giga	tera
f	p	n	μ	m	k	M	G	T

1. propriété de la nature qui peut être quantifiée par la mesure ou le calcul, et dont les différentes valeurs possibles s'expriment à l'aide d'un nombre généralement accompagné d'une unité de mesure.

Il ne faut pas confondre **dimension et unité** : le contenant et le contenu.

Par convention lorsqu'on parle de la dimension d'une grandeur (distance Terre – Lune d_{TL} par exemple) on la place entre crochets. Ici, on pourra noter $[d_{TL}] = L$ (il s'agit d'une distance) et $d_{TL} = 384.10^3 \text{ km} = 384.10^6 \text{ m}$.

Dans le cas particulier d'une grandeur "**sans dimension**" (nombre N d'étudiants de la classe, angle sous lequel on voit le Soleil depuis la Terre θ ...), on note 1 (un) ($[\theta] = 1$).

3. Vérifier l'homogénéité d'un résultat

C'est une habitude que vous devez prendre le plus vite possible aussi bien à l'écrit qu'à l'oral.

Intérêt : cette technique, qui n'a pas son équivalent dans d'autres matières, permet **de détecter d'éventuelles erreurs de calcul** ou de lever un doute sur une formule (une relation exacte est forcément homogène, c'est une condition nécessaire **mais pas suffisante**).

Ainsi, faire une erreur de calcul est excusable mais **encadrer un résultat non homogène est une faute lourde**.

Principe : vérifier l'homogénéité d'une ligne de calcul (ou d'un résultat) consiste essentiellement à contrôler :

- que l'on additionne (ou soustrait) uniquement **des grandeurs de même dimension** (si $m = 114 \text{ kg}$ et $h = 1,92 \text{ m}$, écrire $m + h$ n'a aucun sens),
- que de chaque côté du signe = les grandeurs **ont même dimension** ($h = -m$ n'a pas plus de sens),
- que les arguments des fonctions (type exponentielle, cosinus etc...) sont **de dimension 1** ($\exp(h)$ n'a pas de sens, au contraire de $\exp(\frac{h}{h_0})$).

Détermination de la dimension d'une grandeur : il est impossible d'additionner ou soustraire des grandeurs de dimension différentes mais il est au contraire tout à fait possible et courant **d'en multiplier ou diviser**.

L'unité de la grandeur obtenue est alors respectivement le produit ou le rapport de l'unité des autres grandeurs. Inversement, la connaissance de l'unité d'une grandeur permet de retrouver sa dimension.

- L'accélération de pesanteur g s'exprime en m.s^{-2} ce qui implique $[g] = L.T^{-2}$.
- Le volume d'une boule de rayon R est donné par la relation $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. On en déduit la dimension du volume : $[V] = [\frac{4}{3}][\pi][R^3] = [R^3] = L^3$.
Ainsi, tout volume a la dimension d'une longueur au cube et peut donc s'exprimer en m^3 (unité légale) ou litre (L), pouce cubique (in^3) ... (unités dérivées).
- La masse volumique ρ d'un échantillon de cuivre est le rapport de sa masse m par son volume V : $\rho = \frac{m}{V}$ et on notera $[\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{M}{L^3} = M.L^{-3}$
- Une pulsation ω d'un signal électrique sinusoïdal (ou vitesse angulaire en mécanique) est liée à sa période T et sa fréquence f par la relation

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

sa dimension est donc $[\omega] = [2\pi][f] = [f] = [T]^{-1} = T^{-1}$. On remarque que ω et f ont la même dimension mais on exprime le plus souvent ω en rad.s^{-1} et f en Hz (Hertz).

Méthode de vérification : vérifier que l'on n'additionne pas de grandeurs de dimensions différentes est facile si et seulement si on a bien pris la peine de garder les expressions littérales jusqu'au bout des calculs.

Il est donc interdit d'introduire des valeurs numériques en cours de route.

Vérifier si une relation du type $F.v = \frac{dE_c}{dt}$ est homogène paraît moins évident car la dimension des grandeurs en question (force F , vitesse v , variation d'énergie cinétique dE_c pendant la durée infinitésimale dt) ne font pas forcément partie des dimensions fondamentales mais en sont dérivées.

On peut procéder de la façon suivante :

- On exprime la dimension de chaque grandeur dans le système international (SI) en utilisant une relation connue et dans laquelle elle apparaît lié à une masse, une longueur, une durée ... (MKSA).
- On en déduit la dimension SI de chaque membre de l'égalité ce qui permet de vérifier l'homogénéité de la relation initiale.

Mise en pratique : reprenons notre relation $F.v = \frac{dE_c}{dt}$.

- Membre de gauche.
 - * v la vitesse peut s'exprimer en m.s^{-1} , on a donc $[v] = \text{L.T}^{-1}$.
 - * F est une force et d'après la seconde loi de Newton ($\vec{F} = m.\vec{a}$ en référentiel galiléen) le produit d'une masse (M) par une accélération (L.T^{-2}) ce qui implique $[F] = \text{M.L.T}^{-2}$: le newton est une unité dérivée des unités fondamentales et telle que $1 \text{ N} = 1 \text{ kg.m.s}^{-2}$.

⇒ La dimension du membre de gauche est $[F.v] = [F].[v] = \text{M.L.T}^{-2}.\text{L.T}^{-1} = \text{M.L}^2.\text{T}^{-3}$

- Membre de droite :
 - * La durée dt est une différence de temps (entre t et $t + dt$) et admet donc T pour dimension.
 - * L'énergie cinétique E_c s'exprime en joule (J) mais par définition, $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ d'où $[E_c] = 1.[m].[v]^2 = [m].[v]^2 = \text{M.L}^2.\text{T}^{-2}$.

⇒ la dimension du membre de droite est donc $[\frac{dE_c}{dt}] = \frac{[dE_c]}{[dt]} = \frac{\text{M.L}^2.\text{T}^{-2}}{\text{T}} = \text{M.L}^2.\text{T}^{-3}$.

- Conclusion : comme les deux membres de l'égalité sont de même dimension, la relation est bien homogène.²

Remarque : le rapport d'une énergie par une durée a la dimension d'une puissance, grandeur qu'on exprimera en watt (W) plutôt qu'en unité SI ($\text{kg.m}^2.\text{s}^{-3}$).

La méthode exposée ci-dessous n'est généralement pas la plus rapide et il vaut souvent mieux se ramener à des grandeurs composées comme **l'énergie**. Par exemple dans le cas ci-dessus, on a : $[F.v] = [F].\text{L.T}^{-1}$. Or on sait qu'un travail est une force multipliée par une longueur, donc $[F.v] = [W].\text{T}^{-1}$, or un travail est **une énergie** donc on a bien une énergie divisée par un temps à gauche et à droite.

À vous de jouer ! À titre d'exemple, vérifiez si les relations suivantes sont homogènes ou pas.

- Optique : distances algébriques, R_1 un rayon de courbure, h une distance, α un angle, f et f' des distances focales.
 - * Aberration de sphéricité d'un miroir sphérique : **homogène**

$$\overline{TF'_1} = \frac{R_1 h}{2\sqrt{R_1^2 - h^2} - R_1} \left[\frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 - h^2}} - 1 \right]$$

2. Cette relation est même exacte en référentiel galiléen puisqu'il s'agit du théorème de la puissance cinétique.

- ★ Taille de l'image à travers un téléobjectif : **pas homogène** : $L=L^2$

$$\overline{A'B'} = f'_1 \alpha \cdot \frac{\overline{O_3 P^2}}{-f'_3 + \overline{F_3 F'_1}}$$

- Électrocinétique : notations usuelles.

- ★ Énergie dégagée par un resistor pendant une durée t : **pas homogène** $E=P/T$ au lieu de $E=PT$

$$\mathcal{E} = \frac{RI^2}{t}$$

- ★ Rapport de deux tensions : **homogène** : $1=1$

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{R_1 R_2}}$$

- Mécanique : m une masse, L et a des longueurs, g l'accélération de pesanteur, β et θ des angles, k une constante de rappel, \vec{u}_r un vecteur unitaire.

- ★ Pulsation d'un ressort accroché à une masse : **homogène**

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- ★ Tension du fil d'un pendule sur un plan incliné : **homogène**

$$\vec{F} = -(mL\dot{\theta}^2 + mg \sin \beta \cos \theta) \cdot \vec{u}_r$$

- ★ Énergie mécanique d'un point matériel : **pas homogène** : le premier terme est $M.L.T^{-2}$ au lieu de $M.L^2.T^{-2}$

$$E_m = \frac{1}{2} m a \dot{\theta}^2 + a(mg + ka)(1 + \sin \theta)$$

II Cohérence d'un résultat

Après avoir effectué les calculs **de façon littérale** puis vérifié l'homogénéité, saisissez l'occasion qui vous est offerte de démontrer **votre bon-sens physique** : **vérifiez rapidement la cohérence de vos résultats**.



Intérêt : il s'agit à nouveau d'un outil offert aux physiciens et dont vous ne devez pas vous passer. Cette vérification qui doit être rapide vous permet en particulier de détecter des erreurs de signe dans les calculs ou de conversion d'unité dans les applications numériques (ce n'est pas toujours possible et cela nécessite d'avoir bien compris le problème).



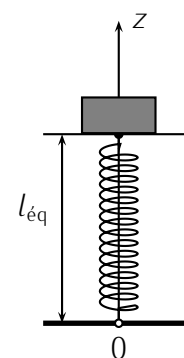
Méthode de vérification : on peut procéder en deux étapes.

- Faire varier arbitrairement (par la seule force de votre esprit) un à un les paramètres qui apparaissent dans le résultat final et vérifier que ce dernier varie de façon physiquement acceptable. Par exemple, si vous trouvez qu'une lampe consomme de moins en moins d'électricité lorsqu'elle éclaire plus, le résultat est ...surprenant et il est pertinent de revérifier ses calculs.
- Faire enfin l'application numérique si les données le permettent et vérifier l'ordre de grandeur. Si vous devez calculer la masse du soleil et que vous trouvez 3 g comme résultat numérique, il faut sans doute revoir quelque chose.

Mise en pratique : un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k est maintenu vertical et muni d'un plateau sur lequel on a déposé une masse m .

Quelle est la longueur $l_{\text{éq}}$ du ressort à l'équilibre ?

1. $l_{\text{éq}} = l_0 - \frac{k}{mg}$?
2. $l_{\text{éq}} = l_0 + \frac{mg}{k}$?
3. $l_{\text{éq}} = l_0 - \frac{mg}{k}$?
4. $l_{\text{éq}} = l_0 + \frac{k}{mg}$?



III Écriture correcte

1. Chiffres significatifs (C.S.)

Définition : lors de l'écriture d'un résultat, excepté le dernier, tous les chiffres qui apparaissent sont significatifs. Il s'agit des chiffres connus avec certitude plus le premier chiffre *incertain*.

Exemples :

- Si vous écrivez $T = 12,34$ s, vous avez calculé ou mesuré la période T au centième de seconde et si rien de plus n'est précisé, on considère avec une quasi-certitude que $12,33 \leq T \leq 12,35$ s ce qui sera noté $T = 12,34 \pm 0,01$ s (4 est le chiffre *incertain*).
- De même, si on vous demande sans plus de précision lors d'une séance de travaux pratiques de régler $f = 1,5$ kHz, il faudra se placer à une valeur située entre **1,4 et 1,6 kHz**. Si la consigne est maintenant $f = 1500$ Hz, il faudra être plus précis et atteindre une fréquence comprise entre **1499 et 1501 Hz**.

Combien y en a-t-il ? L'exemple précédent montre que le nombre de chiffres significatifs détermine la précision de la mesure et le physicien est tenu de l'indiquer, même de façon sous-entendue.

Il faut donc veiller à utiliser le nombre de chiffres significatifs adéquat.

Pour les compter, on retiendra que **les zéro situés à gauche du premier chiffre non nul ne sont pas à comptabiliser alors que ceux à droite du dernier chiffre non nul doivent être pris en compte** (Cf. tableau ci-contre).

Les constantes mathématiques (telles que π , e ...) et les nombres entiers, parfaitement connus (on connaît les 10^{12} premières décimales de π), comportent une infinité de nombres significatifs³.

résultat	nbre de C.S.
<u>1,83</u> m	3
<u>1,830</u> m	4
<u>0,04030</u> J	4
<u>4,030</u> . 10^{-2} J	4
<u>1</u> . 10^{-5} g	1
<u>0,34</u> A	2
π	∞

Notation scientifique : on peut toujours écrire une valeur en plaçant un et un seul chiffre devant la virgule suivie du reste des chiffres significatifs et enfin une puissance de dix (10^n avec n un entier relatif⁴).

Il est alors plus aisé de déterminer le nombre de chiffres significatifs mais la notation est plus lourde, surtout si $n = 0$!

Exemple : $m = 1531,0$ g = $1,5310 \cdot 10^3$ g = $1,5310 \cdot 10^0$ kg noté simplement 1,5310 kg.

3. La salle π du Palais de la Découverte en présente 704 (seulement)

4. n est l'ordre de grandeur de la valeur

Combien faut-il en écrire ? Encore une fois, tout dépend de la précision de la mesure effectuée ou des données fournies par l'énoncé.



On devra respecter les règles suivantes :

- Le dernier chiffre significatif obtenu lors d'une addition ou soustraction est celui sur lequel porte l'incertitude. Par exemple, si un homme de 70,1 kg dévore une tablette de chocolat de 120,0 g, son nouveau poids sera **70,2 kg** .
- Le résultat d'une multiplication ou division comporte autant de chiffres significatifs que la donnée qui en a le moins.
- Le résultat d'une fonction mathématique usuelle ($\cos x$, $\ln x$...) a le même nombre de chiffres significatifs que son argument .

Remarques :

- Sauf exception, on travaillera rarement avec un nombre de chiffres significatifs supérieur à 3.
- Lors de calculs en cascade, on peut donner les valeurs numériques intermédiaires en respectant les règles précédentes mais il faut reprendre celles données par la calculatrice (avec **tous** les chiffres, même non significatifs) pour poursuivre les calculs.

Sans cela, on risquerait d'amplifier les erreurs dues aux arrondis.

Mise en pratique : compléter le tableau suivant, il correspond au calcul par la méthode de l'ellipse du déphasage φ entre deux tension sinusoïdales.



x_2 (cm)	x_1 (cm)	$x_2 - x_1$ (cm)	y_2 (cm)	y_1 (cm)	$y_2 - y_1$ (cm)	$\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$	$\varphi = \arcsin \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$ (rad) puis deg
3,24	2,1	1,1	1,39	0,08	1,31	0,87	1,1 rad / 60°
2,0	1,5	0,5	4	0,8	3	0,2	0,2 rad / 9°
4,567	3,62	0,95	7,600	5,521	2,079	0,46	0,47 rad / 27°
3,2	0,0001	3,2	2,110	-1,890	4,000	0,80	0,93 rad / 53°

Table des matières

I Homogénéité d'un résultat

1. Dimensions fondamentales
2. Dimension et unité
3. Vérifier l'homogénéité d'un résultat

II Cohérence d'un résultat

III Écriture correcte

1. Chiffres significatifs (C.S.)