

**Problème n°1 : PT 2019 Ph A****1) Amplificateur de différence :**

- a) Pour un ALI réel, l'ordre de grandeur du gain statique est  $\mu_0 \approx 2.10^5$  et de l'impédance d'entrée  $R_e \approx 2 \text{ M}\Omega$ .
- b) Pour un ALI idéal, le gain statique est  $\mu_0 = \infty$  et l'impédance d'entrée  $R_e = \infty$ .
- c) Dans le montage de la figure 3, l'Ali étant idéal, il n'y a pas de courant dans la résistance  $R$  placée entre A et  $V_{e1}$ , donc la tension  $V_A - V_{e1}$  est nulle, ce qui prouve bien que  $V_A = V_{e1}$ .  
Puis des raisons similaires,  $V_D = V_{e2}$ .
- d) Puisqu'il n'y a pas de courant qui entre dans l'entrée inverseuse de AL1, la loi des nœuds en B donne :  
$$\frac{V_C - V_B}{R'} = \frac{V_B - V_1}{R}, \text{ d'où } V_B \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) = \frac{V_C}{R'} + \frac{V_1}{R}, \text{ ou encore } V_B = \frac{V_C R + V_1 R'}{R + R'}.$$
  
De la même manière, la loi des nœuds en C donne :  
$$\frac{V_C - V_B}{R'} = \frac{V_2 - V_C}{R}, \text{ d'où } V_C \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) = \frac{V_B}{R'} + \frac{V_2}{R}, \text{ ou encore } V_C = \frac{V_B R + V_2 R'}{R + R'}.$$
- e) À partir de la question précédente, on obtient d'une part  $V_1 = \frac{R'+R}{R'} V_B - \frac{R}{R'} V_C$ ,  
et d'autre part  $V_2 = \frac{R'+R}{R'} V_C - \frac{R}{R'} V_B$ .  
De plus, les ALI AL1 et AL2 sont supposés idéaux et en fonctionnement linéaire, donc  $V_B = V_A$ , et  $V_C = V_D$ .  
Et en outre, on a obtenu au c) que  $V_A = V_{e1}$  et  $V_D = V_{e2}$ .  
En réinjectant ces résultats dans les deux équations du début de cette question, on obtient :  
$$V_1 = \frac{R'+R}{R'} V_{e1} - \frac{R}{R'} V_{e2}, \text{ et } V_2 = \frac{R'+R}{R'} V_{e2} - \frac{R}{R'} V_{e1}.$$
  
En faisant la différence entre les deux, il vient  $V_2 - V_1 = \left( 1 + \frac{2R}{R'} \right) (V_{e2} - V_{e1})$ .
- f) En utilisant le théorème du pont diviseur de tension (les deux résistances  $R$  reliées à E étant bien en série, on a directement  $V_E = \frac{R}{2R} V_1$ , c'est-à-dire  $V_E = \frac{V_1}{2}$ .  
Et en utilisant la loi des nœuds en F :  
$$\frac{V_2 - V_F}{R} = \frac{V_F - V_S}{R}, \text{ d'où } V_F = \frac{V_2 + V_S}{2}.$$
  
En utilisant le fait que AL3 est idéal et en fonctionnement linéaire, on déduit de ces deux résultats que :  
$$V_S = V_1 - V_2.$$
- g) À partir des résultats des questions e) et f), il vient  $V_S = - \left( 1 + \frac{2R}{R'} \right) (V_{e2} - V_{e1})$ .
- h) Avec la définition donnée pour  $A_d = \left| \frac{V_S}{V_{e2} - V_{e1}} \right|$ , on obtient  $A_d = \left( 1 + \frac{2R}{R'} \right)$ .  
Numériquement,  $A_d = \left( 1 + \frac{2 \times 100 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^3} \right) = 1,0 \cdot 10^2$ , avec 2 chiffres significatifs (donc ne pas écrire 101).
- i) La différence de potentiel  $V_{e2} - V_{e1}$  ayant une amplitude de l'ordre de  $100 \mu\text{V}$ , l'ordre de grandeur de l'amplitude du signal  $V_S$  en sortie de l'amplificateur est  $10 \text{ mV}$ .

**2) Filtrage :**

Le signal utile est compris dans une bande fréquence comprise entre  $0,0020 \text{ Hz}$  et  $10 \text{ Hz}$ .

- a) Pour fortement atténuer les parasites ayant un contenu spectral situé dans les hautes fréquences, il faut un filtre passe-bas, dont la fréquence de coupure est située peu au-dessus de  $10 \text{ Hz}$ .
- b)

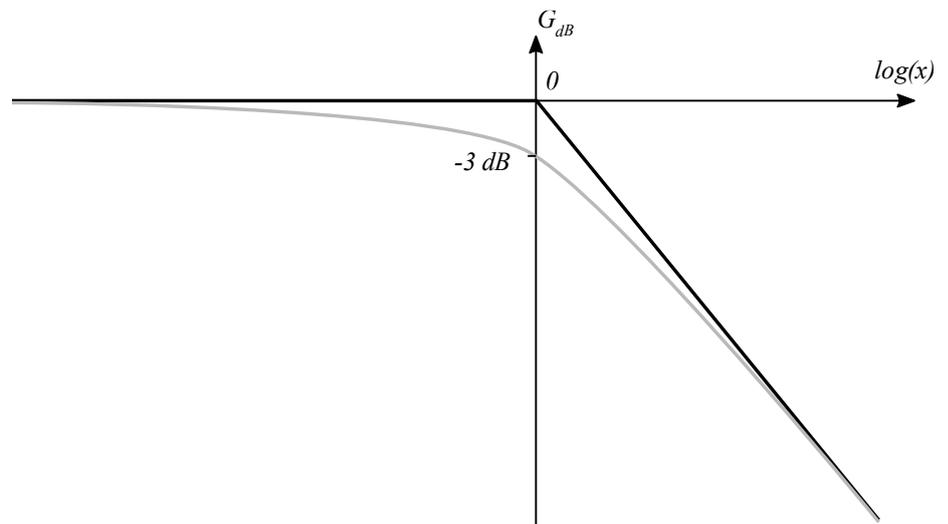
a) Le module de la fonction de transfert est  $|H| = \frac{|H_0|}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}} = \frac{|H_0|}{\sqrt{(1-y)^2 + \frac{y}{Q^2}}}$ , en posant  $y = x^2$ .

La fonction  $1/(\text{racine carrée})$  étant monotone décroissante, ce module est maximal lorsque la fonction  $F(y) = (1-y)^2 + \frac{y}{Q^2}$  est minimale. Or,  $F'(y) = 2y - 2 + \frac{1}{Q^2}$ . Elle s'annule pour  $y = 1 - \frac{1}{2Q^2}$ .

Et puisqu'ici,  $Q = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $F'(y)$  s'annule pour  $y = 0$ , donc pour  $x = 0$ , donc pour  $f = 0$ .

Autrement dit, pour  $Q = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , il n'y a pas de résonance pour ce filtre passe-bas d'ordre 2 (on est à la limite d'apparition de la résonance, il y en aurait une pour  $Q > \frac{\sqrt{2}}{2}$ ),  $|H|$  est une fonction monotone décroissante de la fréquence  $f$ .

On trace alors le diagramme de Bode du gain en dB, grâce aux asymptotes basse et haute fréquence, et on ajoute la courbe exacte (en gris), qui reste toujours en-dessous des asymptotes.



β) La fréquence de coupure à -3 dB de ce filtre passe-bas est celle pour laquelle  $|H| = \frac{|H|_{max}}{\sqrt{2}}$ . Dans le cas présent, on a montré que  $|H|$  était une fonction monotone décroissante de la fréquence, donc sa valeur maximale est obtenue pour  $f = 0$ , et  $|H|_{max} = |H_0|$ .

On cherche donc la valeur de  $y$  pour laquelle  $\sqrt{(1-y)^2 + \frac{y}{Q^2}} = \sqrt{2}$ , donc  $(1-y)^2 + \frac{y}{Q^2} = 2$ .

Et en remplaçant  $Q$  par  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , il vient  $(1-y)^2 + 2y = 2$ , puis  $y^2 + 1 = 2$ , d'où  $y^2 = 1$ , soit  $\left(\frac{f}{f_0}\right)^4 = 1$ .

On cherche une fréquence, donc une grandeur positive, la seule possibilité est  $f_{-3dB} = f_0$ .

## Problème n°2 : Réalisation d'un oscillateur quasi-sinusoidal d'après CCP TSI 2018

### I.1 – Généralités

Q1. Partie amplificatrice : bloc de gauche avec l'ALI,  $R_1$  et  $R_2$ . Partie filtre : le reste (bloc de droite).

Q2. Le courant noté  $i_e$  sur le schéma peut être considéré comme nul car l'impédance d'entrée de l'ALI est infinie.

### I.2 – Étude du filtre de Wien

Q3.  $i = C \frac{dv_c}{dt}$  « E1 ». Q4. Par une loi des nœuds au point A,  $i = \frac{v_e}{R} + C \frac{dv_e}{dt}$  « E2 ».

Q5. Par une loi des mailles,  $v_s = Ri + v_c + v_e$  « E3 ».

Q6. On dérive E3 par rapport au temps, on y injecte la dérivée de E2 par rapport au temps puis on remplace des termes

à l'aide de E2 et E1. On obtient, en posant  $\tau = RC$ :

$$\frac{dv_s}{dt} = \tau \frac{d^2v_e}{dt^2} + 3 \frac{dv_e}{dt} + \frac{v_e}{\tau}. \quad (7)$$

### I.3 – Amplificateur

Q7. L'ALI est monté en ampli non inverseur :  $\frac{v_s}{v_e} = A = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ .

### I.4 – Conditions d'oscillation

Q8. On remplace  $v_e$  par  $\frac{v_s}{A}$  dans tous les termes et on obtient bien :  $\tau^2 \frac{d^2v_s}{dt^2} + \tau(3-A) \frac{dv_s}{dt} + v_s = 0. \quad (8)$

Q9. Pour obtenir une oscillation harmonique, il faut éliminer le terme de la dérivée première :  $A = 3$ .

Q10. La fréquence d'oscillation est alors  $f_0 = \frac{1}{2\pi\tau}$ .

- Q11.** L'énergie nécessaire pour garantir l'oscillation provient de l'alimentation de l'ALI.
- Q12.** En pratique, pour obtenir une naissance spontanée des oscillations, il faut rendre le système légèrement instable : les coefficients de l'équation différentielles ne doivent pas être tous de même signe : prendre  $A > 3$ , légèrement.
- Q13.** Ce sont les saturations de l'ALI qui vont stabiliser les oscillations. Après un régime sinusoïdal désamorti,  $v_s(t)$  va atteindre une première fois  $\pm V_{sat}$ , donc l'Ali va saturer ; l'équation différentielle régissant  $v^+(t)$  va changer et donner une solution qui tend vers 0, donc l'Ali va sortir de la saturation ; à nouveau  $v_s(t)$  va être une sinusoïde désamortie et ainsi de suite. Si  $A$  est à peine supérieur à 3,  $v_s(t)$  va être une quasi-sinusoïde, mais avec de très courts paliers de saturation ; son amplitude sera donc  $V_{sat}$ .
- Q14.** Compte tenu des calculs précédents, le filtre (partie droite de la figure 5) de Wien est un filtre passe-bande. Sa tension de sortie est donc plus proche d'une sinusoïde pure (à cause du filtrage) que sa tension de sortie : C'est la tension  $v_e(t)$  qui se rapproche le plus d'une sinusoïde pure.
- Q15.** Puisque l'Ali est presque toujours en fonctionnement linéaire, on a presque toujours  $v_s = A v_e$ , avec  $A \simeq 3$ , donc l'amplitude approximative de la tension  $v_e(t)$  est  $\frac{V_{sat}}{3}$ .

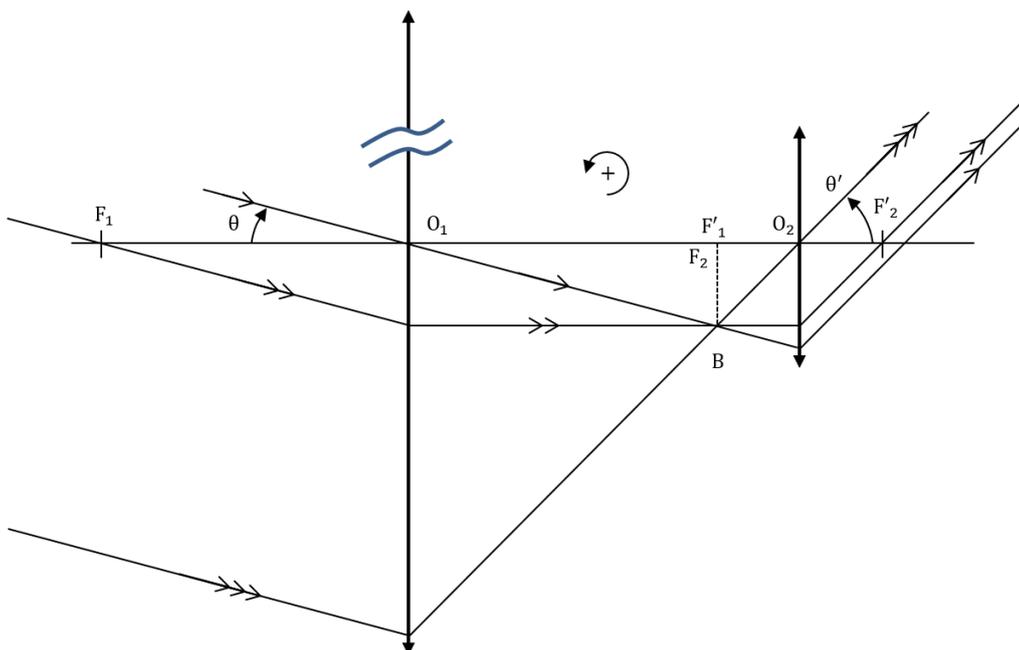
### I.5 – Qualité du signal fourni

- Q16.** Le signal fourni n'est pas sinusoïdal puisque le spectre présente 2 raies.
- Q17.** On pourrait améliorer la qualité de la tension  $v_e$  en plaçant en sortie un filtre qui atténue sensiblement la seconde raie. Un filtre passe bande, de largeur de bande passante de l'ordre de 1 ou 2 kHz ; ou bien un filtre passe-bas, d'ordre 1 ou 2, de fréquence de coupure de l'ordre de 1 ou 2 kHz.

### Problème n°3 : CCP PC 2015 et CCP PSI 2008

**B.1.1)** Un œil normal n'a pas besoin d'accommoder s'il observe un objet situé à l'infini. L'image donnée par l'objectif (qui devient objet pour l'oculaire) doit donc se situer dans le plan focal objet de l'oculaire. Or l'objet éloigné peut être considéré à l'infini donc son image est située dans le plan focal image de l'objectif. En conséquence, le foyer objet,  $F_2$  de l'oculaire doit être confondu avec le foyer image,  $F'_1$ , de l'objectif :  $F'_1 = F_2$ .  
Ce système ne possède pas de foyer image (l'image d'un objet à l'infini est elle-même à l'infini) ni objet (l'objet donnant une image à l'infini est lui-même à l'infini). On parle donc de système afocal.

**B.1.2) Conditions de Gauss :** rayons « paraxiaux », c'est-à-dire peu inclinés par rapport à l'axe optique ( $|\theta| \ll 1$ ) et proches de l'axe optique (par rapport au rayon de la lentille, le rayon doit arriver près du centre, pas près des bords).  
Construction de l'émergent d'un rayon incident : Le schéma ci-dessous va au-delà de ce que demande l'énoncé ; on pouvait tracer moins de rayons. Ce corrigé a pour vocation de faire des rappels.



Détermination du grossissement : On a :  $\tan \theta = -F_2 B / f'_1$  et  $\tan \theta' = +F_2 B / f'_2$

Et :  $G = \theta' / \theta \approx \tan \theta' / \tan \theta$  donc  $G = -f'_1 / f'_2$ . AN :  $G = -50$ .

$G < 0$  cohérent avec l'inversion du sens de l'image.

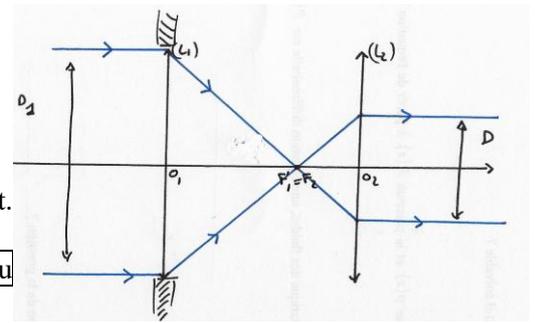
**B.2) Construction d'un faisceau lumineux :**

• Détermination de D

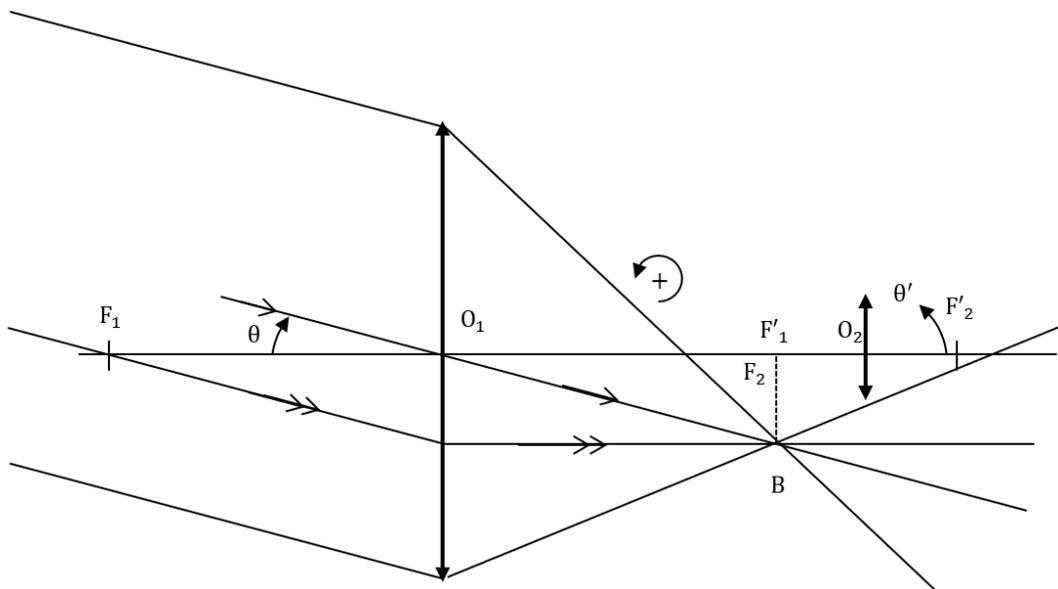
Thalès :  $D_1 / D = f'_1 / f'_2$  donc  $D = D_1 / |G|$

• Limitation du faisceau émergent :

- Si  $D > D_2$ , c'est l'oculaire qui limite la taille du faisceau émergent. Sinon, c'est l'objectif.
- AN :  $D = 2\text{mm} < D_2$ . Le diamètre de l'objectif limite le diamètre du faisceau émergent.



**B.3)** Quand le faisceau lumineux s'incline trop, il ne parvient plus à l'oculaire (L2), comme le montre le schéma ci-dessous. Il ne ressort pas de la lunette, car passe en dehors du diaphragme que constitue la monture de l'oculaire. Celle-ci constitue donc bien un « diaphragme de champ » puisque c'est elle qui limite les parties de l'objet qui seront observables.



**B.4) Aberration chromatique** : les rayons traversant la lentille sont déviés différemment selon leur longueur d'onde car l'indice optique en dépend (la distance focale dépend de l'indice  $f'(n)$ , et donc de la longueur d'onde) ; l'image d'un point est donc une tache en lumière polychromatique,

les différentes longueurs d'onde la constituant ne convergent pas au même endroit.

$n(\lambda)$  : milieu dispersif.

**B.5) CCP PSI 2008** Avec une lentille convergente, la distance minimale entre un objet réel et son image réelle est  $4f'$ , où  $f'$  est la distance focale image. Avec  $f' = 25\text{ cm}$ , il faudrait au moins 1,0 m entre l'objet et l'image. Il faut donc choisir une lentille de distance focale image  $f' = 20\text{ cm}$ .

En effet,  $-\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{f'}$ , donc  $\overline{OA'} = \frac{f' \overline{OA}}{f' + \overline{OA}}$  et  $\overline{AA'} = -\overline{OA} + \frac{f' \overline{OA}}{f' + \overline{OA}}$ . Posons  $x = \overline{OA}$  et  $g(x) = -x + \frac{f' x}{f' + x}$ . On

cherche à rendre  $g(x)$  minimum.  $g'(x) = -1 + \frac{(f'+x)f' - f'x}{(f'+x)^2} = -1 + \left(\frac{f'}{f'+x}\right)^2$ .

Cette quantité est nulle pour  $f' = \pm(f' + x)$ , donc  $x = 0$  ou  $x = -2f'$ . La première solution est impossible pour une image et un objet réels. Donc c'est la seconde, et en remplaçant dans la relation de conjugaison, on trouve  $\overline{OA'} = 2f'$ , et finalement,  $\overline{AA'} = 4f'$ .