

Calculatrice interdite

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

* Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.

* Ne pas utiliser de correcteur.

* Les résultats numériques exprimés sans unité ou avec une unité fautive ne seront pas comptabilisés.

* Les explications qualitatives des phénomènes interviennent dans la notation au même titre que les calculs.

* Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par le candidat ou la candidate.

* La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Problème n°1

I Accordeur de guitare

Nous allons étudier quelques aspects d'un accordeur de guitare. La problématique est la suivante.

- La guitare comporte six cordes : Mi grave, La, Ré, Sol, Si, Mi aigu.
- Les fréquences fondamentales théoriques de vibration de ces cordes, notées f_{ac} sont données dans le tableau 1.

Corde	Fréquence (f_{ac})
Mi grave	82,4 Hz
La	110,0 Hz
Ré	146,8 Hz
Sol	196 Hz
Si	246,9 Hz
Mi aigu	329,6 Hz

Tableau 1 Fréquences fondamentales de vibration des cordes de guitare

- On souhaite accorder une corde *légèrement* désaccordée : on notera f_{co} la fréquence fondamentale de vibration de la corde en question.

Principe de l'accordeur

- Sélection de la corde à accorder (donc f_{ac} est fixée).
- Création d'un signal carré de référence de fréquence f_{ac} avec un oscillateur de type astable.
- Enregistrement du signal $u_e(t)$ provenant de l'excitation de la corde à accorder : signal quelconque, d'amplitude assez faible, de fréquence f_{co} .
- Amplification et filtrage de ce signal.
- Extraction de la fondamentale du signal : obtention d'un signal sinusoïdal de fréquence f_{co} par l'utilisation d'un filtre à fréquence caractéristique réglable par le signal extérieur de référence.
- Mise en forme de ce signal : obtention d'un signal carré de fréquence f_{co} .
- On a donc à disposition deux signaux carrés (signaux logiques) de fréquences respectives f_{ac} et f_{co} . Dans les accordeurs récents le traitement est numérique : les signaux sont envoyés dans un calculateur numérique intégré qui calcule l'écart de fréquence et indique à l'utilisateur quand la corde est accordée, c'est-à-dire quand $f_{co} = f_{ac}$.

Ce principe général est schématisé sur la figure 1.

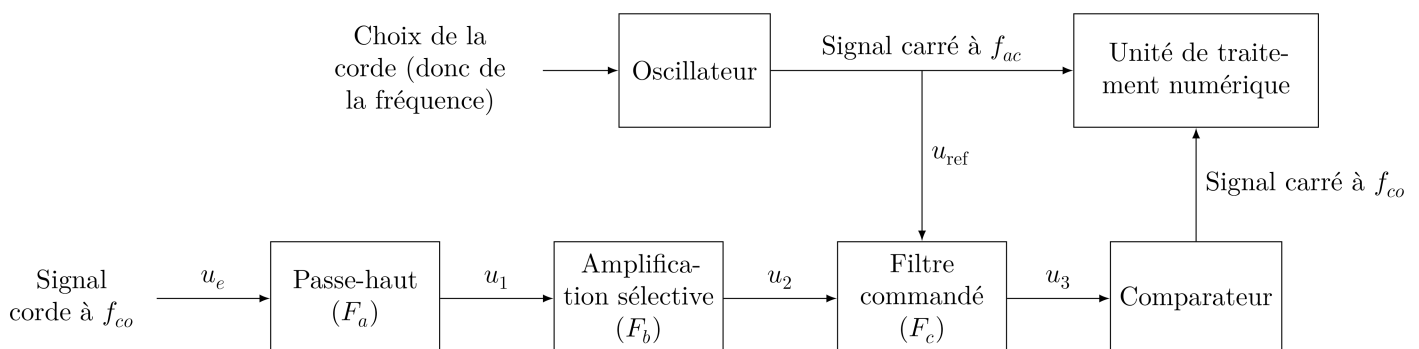


Figure 1 Principe de fonctionnement de l'accordeur de guitare

Ce problème s'intéresse au traitement du signal venant de la corde.

I.A – Le signal

La figure 2 montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro d'une guitare électrique.

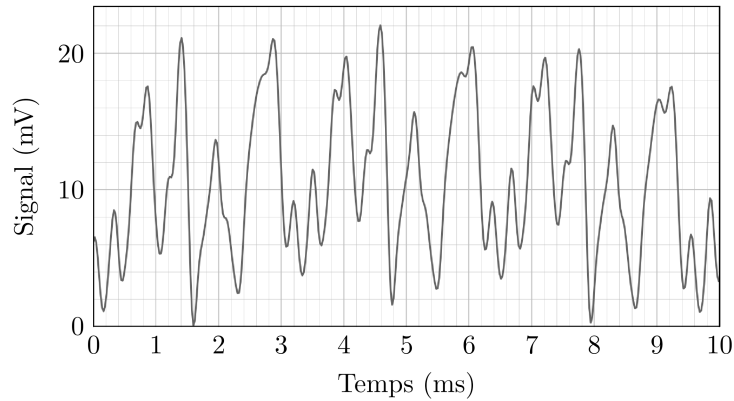


Figure 2 Signal de la guitare

- Q 1.** Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.
- Q 2.** Donner une estimation de la valeur de la fréquence de ce signal (on peut supposer qu'en première approximation le signal est périodique).
- Q 3.** De quelle corde de guitare s'agit-il ?
- Q 4.** L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaître des harmoniques ? Justifier.

I.B – Premier filtre

Avant toute chose, le signal électrique provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre de la figure 3 (filtre (F_a)).

- Q 5.** En supposant l'entrée sinusoïdale, définir et exprimer la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega)$ de ce filtre en fonction de R_1 , C_1 et de la pulsation ω du signal.
- Q 6.** De quel type de filtre s'agit-il ? Faire apparaître une pulsation caractéristique ω_1 en fonction de R_1 et C_1 et préciser sa signification.
- Q 7.** Tracer sans calcul l'allure du diagramme de Bode asymptotique relatif au gain.
- Q 8.** On a choisi $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ et $C_1 = 100 \text{ nF}$. Calculer la fréquence de coupure f_1 à -3 dB de ce filtre. Au vu de l'allure du signal de la figure 2, quel est le rôle de ce premier filtre ? On prendra $1/(2\pi) = 0,16$

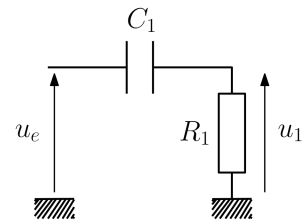


Figure 3 Filtre (F_a)

I.C – Deuxième filtre

Dans cette sous-partie, les signaux sont sinusoïdaux et les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) sont supposés idéaux et fonctionnent en régime linéaire.

I.C.1) Préambule

Soit le filtre de la figure 4(a).

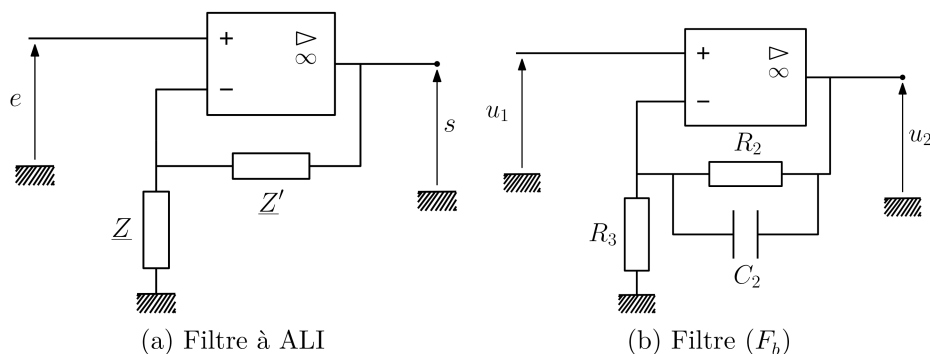


Figure 4 Deux filtres

- Q 9.** Exprimer sa fonction de transfert $\underline{H}$ en fonction de $\underline{Z}$ et $\underline{Z}'$.
- Q 10.** Que devient $\underline{H}$ si $\underline{Z}$ et $\underline{Z}'$ sont des résistances ($\underline{Z} = R$, $\underline{Z}' = R'$) ? Quel est, dans ce cas, l'intérêt du montage ?

I.C.2) Amplification (légèrement) sélective

En sortie du filtre de la figure 3 le signal $u_1(t)$ est envoyé sur le filtre de la figure 4(b) (filtre (F_b)).

Q 11. Quelle est l'impédance Z_{eq} de la branche constituée par R_2 en parallèle avec C_2 ?

Q 12. Dédurre de la question 9 l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}_2$ de ce filtre en fonction de R_2 , R_3 et C_2 .

Q 13. Mettre $\underline{H}_2$ sous la forme

$$\underline{H}_2 = 1 + \frac{G_0}{1 + j\omega/\omega_2}$$

et donner les expressions de G_0 et ω_2 .

Q 14. Quelle est la limite de $|\underline{H}_2|$ en basse fréquence ? en haute fréquence ?

Q 15. Calculer numériquement la fréquence caractéristique f_2 correspondant à ω_2 si $R_2 = 700 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 6,00 \text{ k}\Omega$ et $C_2 = 500 \text{ pF}$ ainsi que son gain G_0 . Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

I.D – Filtrage (très) sélectif commandé

On souhaite maintenant sélectionner la fréquence fondamentale f_{co} du signal u_2 , dont la valeur est à priori voisine de celle de la fréquence fondamentale théorique de vibration de la corde sélectionnée sur l'accordeur (f_{ac}) (on suppose que la corde est légèrement désaccordée). On suppose pour la suite que c'est la corde Mi aigüe que l'on souhaite accorder.

Le principe du filtre (F_c) est que sa fréquence caractéristique soit réglée par le signal de référence de fréquence f_{ac} . Ce type de commande (à capacité commutée) sera précisé dans la sous-partie I.F.

I.D.1) Diagramme de Bode

La figure 5 représente le diagramme de Bode relatif au gain du filtre (F_c) tracé à deux échelles différentes.

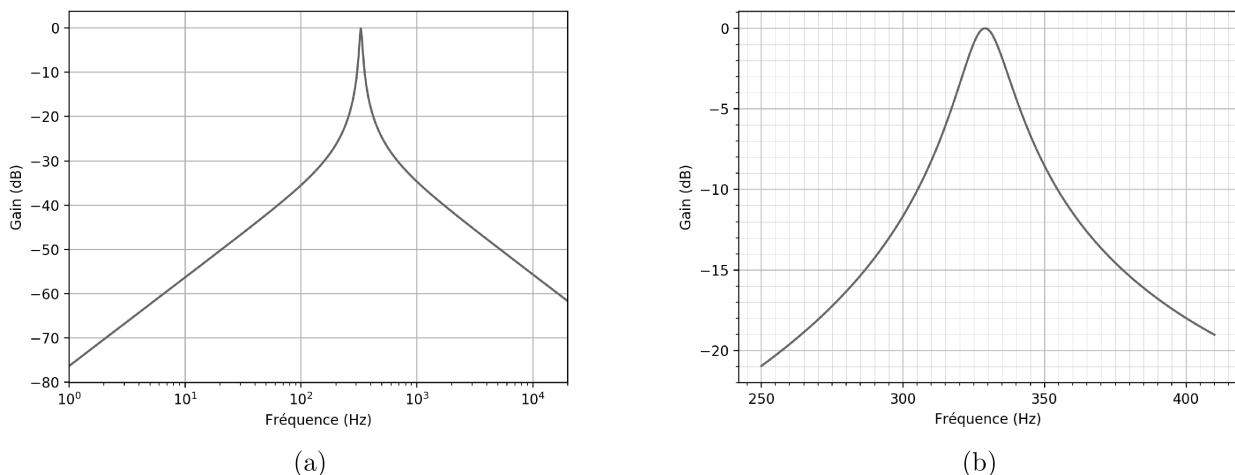


Figure 5 Diagramme de Bode en gain du filtre (F_c)

Q 16. Dire en le justifiant rapidement, de quel type de filtre il s'agit. Quelle est sa fréquence centrale caractéristique ?

Q 17. Donner une estimation de sa bande-passante à -3 dB après l'avoir définie.

Q 18. Si la corde est désaccordée à $f_{co} = 315 \text{ Hz}$, estimer, en le justifiant, de quel facteur est atténuée sa composante spectrale fondamentale en sortie de ce filtre.

I.D.2) Analyse spectrale

La figure 6 correspond au spectre du signal d'entrée u_e représenté sur la figure 2.

Q 19. Justifier qu'il est parfaitement cohérent qu'il s'agisse du spectre du signal de la figure 2.

Q 20. En le justifiant soigneusement, dire quel spectre de la figure 7 correspond à la sortie du premier filtre (F_a).

Q 21. Même question, pour la sortie du filtre (F_b).

Q 22. Tracer l'allure du spectre du signal en sortie du filtre (F_c). Tracer l'allure du signal (temporel) correspondant.

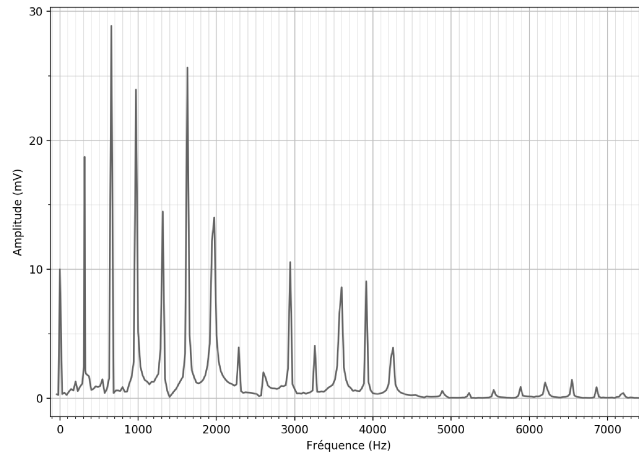
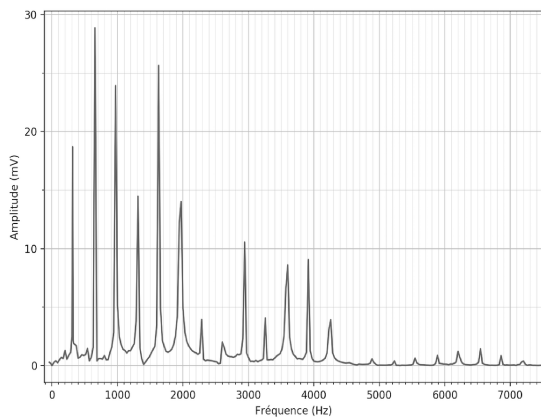
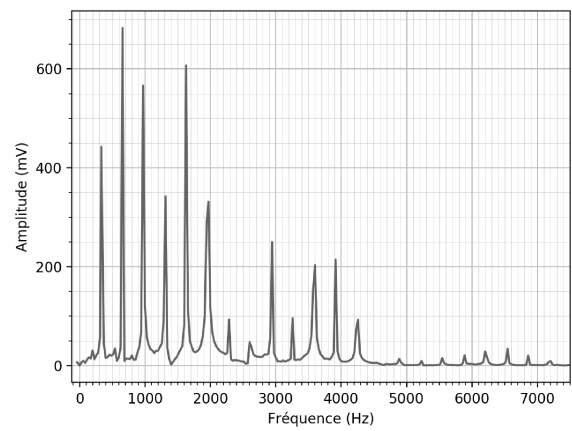


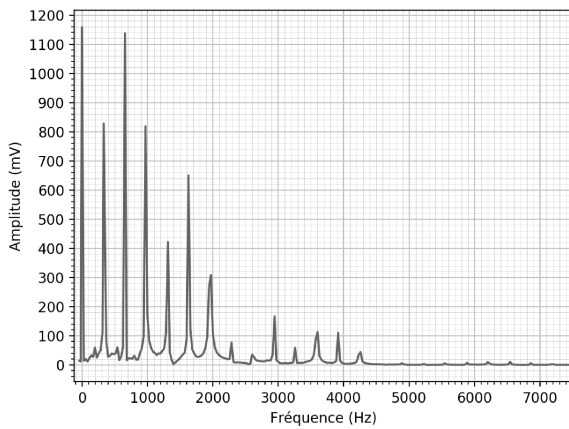
Figure 6 Spectre du signal d'entrée



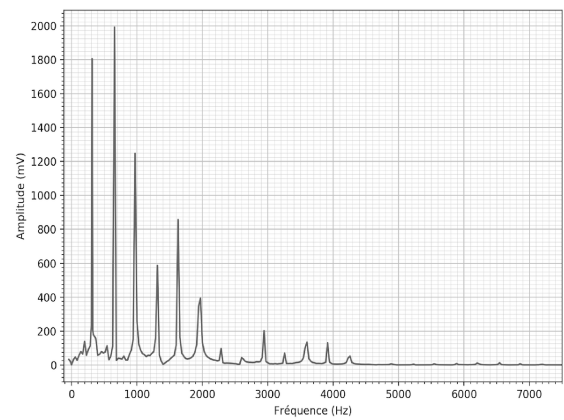
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 7 Spectres

I.E – Mise en forme

À la sortie de l'étage précédent, le signal est donc proche d'un signal sinusoïdal de fréquence f_{co} et d'amplitude dépendant de la force avec laquelle on a gratté la corde, mais de l'ordre du volt. Pour effectuer un traitement numérique qui permettra de comparer f_{co} à la fréquence théorique f_{ac} on souhaite fabriquer à partir du signal précédent un signal créneau de fréquence f_{co} . Pour cela, on utilise un comparateur à hystérésis, représenté figure 8.

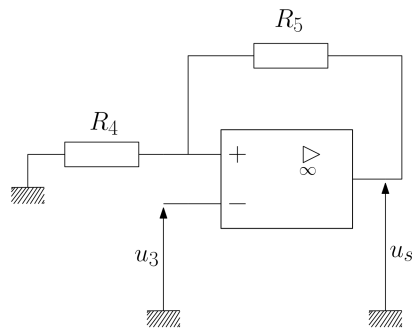


Figure 8 Comparateur à hystérésis

On note U_{sat} la tension de saturation de l'ALI et on suppose que l'ALI est idéal. Le signal u_3 est sinusoïdal alternatif d'amplitude 1 V et de fréquence f_{co} (c'est le signal sortant du filtre sélectif (F_c)).

Q 23. Qu'est ce qui permet d'être certain que l'ALI fonctionne en régime saturé ? Rappeler les propriétés d'un ALI idéal en régime saturé.

Q 24. Exprimer V^+ le potentiel de la borne non inverseuse de l'ALI en fonction de R_4 , R_5 et u_s . En déduire l'expression de $\epsilon = V^+ - V^-$.

Q 25. Comment varie ϵ quand u_3 varie (u_s étant fixé) ?

Supposons que u_3 soit suffisamment faible pour que $\epsilon > 0$.

Q 26. Quelle est la valeur de u_s ? À partir de cette situation, u_3 augmente : exprimer en fonction des données la valeur U_{seuil} de u_3 pour laquelle on observera le basculement de u_s . Quelle est alors la nouvelle expression de ϵ ?

Q 27. À partir de cette nouvelle situation, traiter le cas où u_3 diminue.

Q 28. Représenter finalement le cycle d'hystérésis de ce montage : $u_s = f(u_3)$.

Dans le cadre de l'accordeur de guitare, $R_4 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 10 \text{ k}\Omega$ et $U_{\text{sat}} = 5 \text{ V}$.

Q 29. Tracer sur le document réponse l'allure du signal de sortie $u_s(t)$ correspondant aux deux exemples de signal $u_3(t)$ proposés.

Q 30. Que peut-il se passer si la corde est vraiment trop désaccordée ?

Problème n°2 : Cristallographie

A) Cristallographie du gadolinium métal :

Le gadolinium possède 2 variétés allotropiques entre la température ambiante et sa température de fusion : une phase α pour $\theta < 1235^\circ\text{C}$ et une phase β pour $\theta > 1235^\circ\text{C}$, θ désignant la température. La phase β est une structure de type cubique centrée : la maille élémentaire est un cube avec un atome au centre et un atome à chaque sommet. Le paramètre de maille est $a = 400 \text{ pm}$.

- 1- Donner la coordinence du gadolinium dans la phase β .
- 2- Donner l'expression de la masse volumique de la phase β en fonction du paramètre de maille et de la masse molaire du gadolinium.
- 3- Exprimer le rayon atomique r du gadolinium dans la phase β en fonction du paramètre de maille et déterminer sa valeur. Vérifier la cohérence avec la valeur de référence fournie dans les données ci-dessous.

B) L'or :

- 4- L'or métallique cristallise dans un réseau cubique à faces centrées (C.F.C.). Les atomes d'or, occupant les nœuds de ce réseau, sont supposés être des sphères rigides de rayon $R(\text{Au})$. Fournir une représentation perspective de la maille conventionnelle. Situer précisément les atomes d'or.
- 5- La structure est dite *compacte*. Calculer numériquement le paramètre de maille a .
- 6- Préciser le positionnement des sites octaédriques dans la maille conventionnelle de l'or. Calculer le rayon de ces sites, conclure sur la possibilité d'introduction du nickel à l'intérieur de ces sites.
- 7- En fait un alliage or-nickel peut être décrit à l'aide d'une maille cubique conventionnelle C.F.C. dans laquelle un atome de nickel remplace un atome d'or sur chaque sommet. Comment nomme-t-on ce genre d'alliage ?
- 8- La masse volumique de cet alliage est notée ρ' . Exprimer la valeur du paramètre de maille a' relatif à la nouvelle maille conventionnelle en fonction de $M(\text{Au})$, $M(\text{Ni})$ et ρ' .

Données :

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \simeq 0,44. \quad \frac{4}{\sqrt{2}} \simeq 2,8$$

Numéro atomique du gadolinium : $Z(\text{Gd}) = 64$

Masses molaires atomiques : $M(\text{Gd}) = 157,25 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(\text{O}) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$

Rayon atomique du gadolinium mesuré selon la diffraction des rayons X : $r(\text{Gd}) = 180 \text{ pm}$

Masse molaire : $M(\text{Au}) = 197 \text{ g.mol}^{-1}$, $M(\text{Ni}) = 58,0 \text{ g.mol}^{-1}$

Rayon atomique : $R(\text{Au}) = 144 \text{ pm}$, $R(\text{Ni}) = 124 \text{ pm}$

Constante d'Avogadro : $N_A = 6,0.10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Problème n°3 :

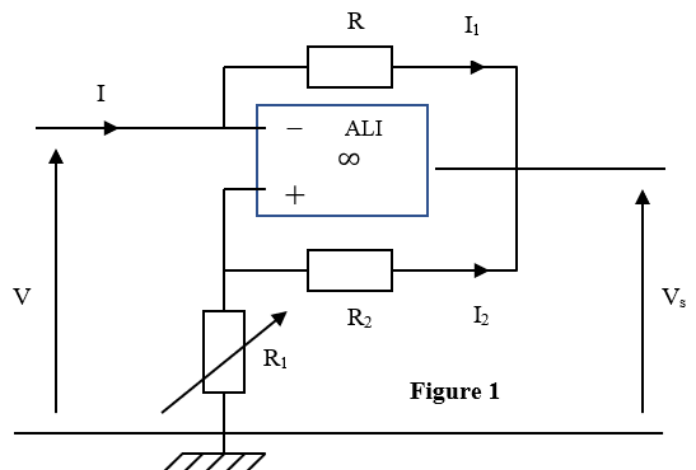
Dans tout le problème, les amplificateurs linéaires intégrés, notés ALI, sont supposés parfaits (gain infini, impédances d'entrée infinies, impédance de sortie nulle, vitesse de balayage infinie, courant de sortie non limité). Les tensions de saturation valent : $-V_{\text{sat}}$ et $+V_{\text{sat}}$.

A) Simulation d'une résistance négative

1°) Dans le cas où l'ALI fonctionne en régime linéaire, déterminer une relation entre I_1 , I_2 et des résistances. En déduire une relation entre I , I_2 et des résistances, puis les relations donnant V en fonction de I , et V_s en fonction de I .

2°) Dans le cas où l'ALI fonctionne en régime saturé avec $V_s = +V_{\text{sat}}$, déterminer la relation donnant V en fonction de I , R et V_{sat} . Faire de même si $V_s = -V_{\text{sat}}$.

3°) Tracer la caractéristique statique V en fonction de I du dipôle de la figure 1, en rassemblant les trois résultats précédents.



Montrer que dans un intervalle donné de V : $V \in [-V_0, V_0]$, ce circuit se comporte comme une résistance négative de valeur $-R_n$ (avec $R_n > 0$). Exprimer R_n et V_0 en fonction de R_1 , R_2 , R et V_{sat} .

B) étude de l'oscillateur

L'oscillateur est constitué par la mise en parallèle d'un circuit appelé « boucle inductive » (bobine d'inductance L et de résistance R_b , et condensateur de capacité C_b), d'un condensateur de capacités C_s , et du dipôle étudié à la question précédente. On suppose que ce dernier est en régime linéaire de sorte que l'on peut l'assimiler à une résistance négative $-R_n$. On peut ainsi dessiner le schéma électrique équivalent de l'oscillateur, représenté figure 2.

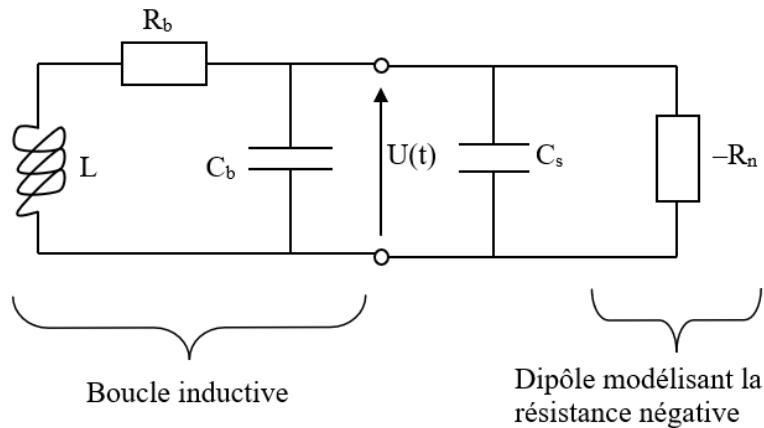


Figure 2

4°) Justifier que l'on puisse remplacer les deux condensateurs par un seul de capacité C_{eq} dont on donnera l'expression en fonction de C_b et C_s .

5°) Montrer que la tension $U(t)$ aux bornes de la boucle vérifie une équation différentielle de la forme :

$$a \frac{d^2 U}{dt^2} + b \frac{dU}{dt} + (1 - c)U(t) = 0$$

Donner l'expression de a , b et c en fonction de L , C_{eq} , R_b et R_n .

6°) Quelle est la condition nécessaire sur b pour que les solutions de l'équation différentielle soient sinusoïdales ? En déduire la valeur à fixer à R_n en fonction de R_b et Q , avec $Q = \frac{1}{R_b} \sqrt{\frac{L}{C_{eq}}}$.

7°) Montrer que les solutions sont effectivement des sinusoïdes si $Q > Q_{lim}$, inégalité que l'on supposera vérifiée pour la suite. Que vaut Q_{lim} ?

8°) Calculer la fréquence f des oscillations en fonction de L , C_{eq} et Q .

9°) En pratique, la condition $b=0$ ne permet pas d'amorcer les oscillations. Quel est le signe de b permettant l'amorçage de l'oscillateur ? R_n doit-il ainsi être plus petit ou plus grand que $Q^2 R_b$?

10°) Par quoi est limitée l'amplitude des oscillations générées par le circuit ?



Numéro de place

--	--	--	--	--

Numéro d'inscription

--	--	--	--	--



Nom

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Prénom

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Signature

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

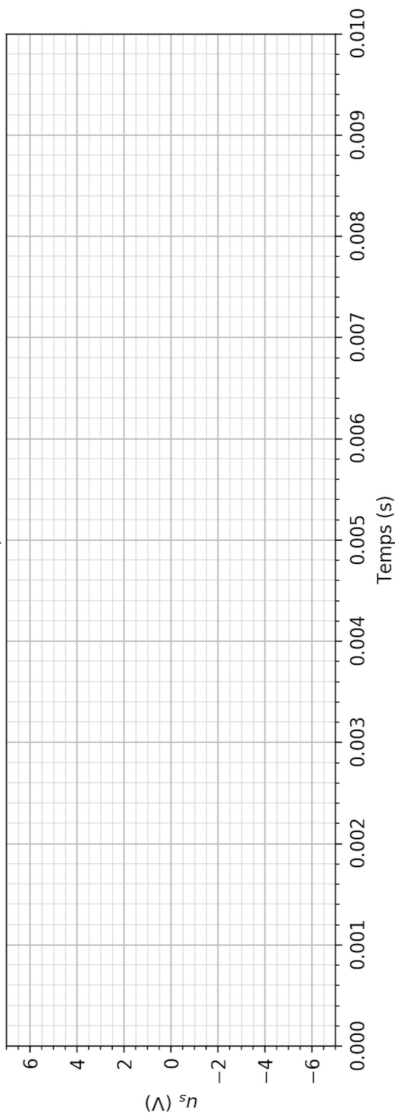
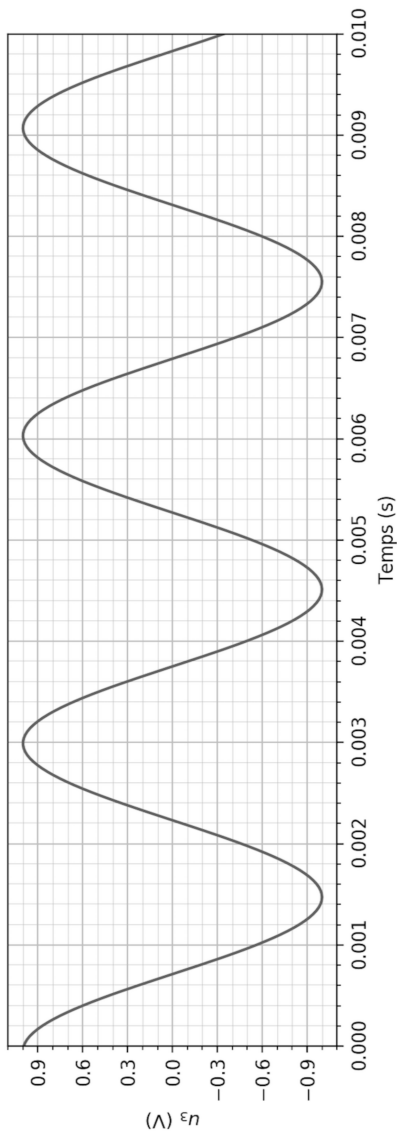
CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Épreuve : Physique-chimie 2 TSI

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille

--	--	--	--



2019-02-26 11:32:03

Ne rien écrire

dans la partie barée

P011-DR/20180913 NIKIV

Question 29 deuxième exemple

