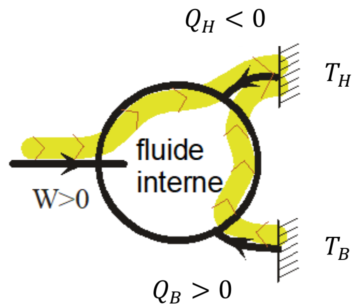
Centrale PSI 2020 PhCh1 (extrait)

Stockage d'énergie par pompage thermique (procédé SEPT)

I Analyse thermodynamique du procédé SEPT

I.A – Schématisation simplifiée du procédé



Q1. Notons Q_B et Q_H les transferts thermiques reçus par l'argon au cours d'un cycle de la machine de la part, respectivement, des enceintes B et H, et W le travail mécanique reçu par l'argon au cours d'un cycle. Le schéma ci-contre indique les signes de ces grandeurs d'échange, compte tenu du fonctionnement en pompe à chaleur.

Le coefficient de performance, ou « efficacité » est $\boxed{e = -\frac{Q_H}{W}}$.

Ce coefficient est maximal lorsque toutes les transformations subies par l'argon sont réversibles.

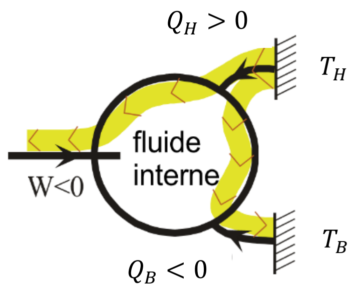
En appliquant le 1^er principe à l'argon pendant un cycle, $W + Q_H + Q_B = \Delta U = 0$ car l'énergie interne reprend à la fin d'un cycle la même valeur qu'au début.

De même, à la fin d'un cycle, l'entropie de l'argon reprend la même valeur qu'au début du cycle, donc $\Delta S = 0$.

En appliquant le second principe de la thermodynamique à l'argon, sur la durée d'un cycle, on a : $0 = S_r + S_c$, avec $S_r = \frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_B}{T_B}$.

Pour un moteur réversible, $S_c = 0$, et on obtient l'égalité de Clausius : $\frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_B}{T_B} = 0$

Avec ces deux équations, on obtient $\boxed{e_{max} = -\frac{Q_H}{W} = \frac{T_H}{T_H - T_B}}$.



Q2. Le schéma ci-contre indique les signes de ces grandeurs d'échange, compte tenu du fonctionnement en moteur lors du déstockage.

L'« efficacité » du moteur, que l'on nomme plutôt rendement, est $\boxed{\eta = -\frac{W}{Q_H}}$.

Ce coefficient est maximal lorsque toutes les transformations subies par l'argon sont réversibles. En appliquant le premier puis le second principe à l'argon pendant un cycle, $W + Q_H + Q_B = 0$ et $\frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_B}{T_B} = 0$.

Avec ces deux équations, on obtient $\boxed{\eta_{max} = 1 - \frac{T_B}{T_H}}$.

Q3. Pour faire simple et court : $e_{max} \times \eta_{max} = \frac{T_H}{T_H - T_B} \times \left(1 - \frac{T_B}{T_H}\right) = 1$.

De façon plus détaillée, notons W_{stock} l'énergie mécanique reçue par la pompe à chaleur lors d'un cycle de la phase de stockage. Lors de cette phase, l'énergie thermique recueillie par l'enceinte H au cours d'un cycle de la pompe à chaleur est $-Q_{H_{stock}} = e\, W_{stock}$; et dans le cas d'une machine réversible, $-Q_{H_{stock}} = \frac{T_H}{T_H - T_B}\, W_{stock}$.

Lors du déstockage, avec des notations similaires, l'énergie mécanique délivrée par le moteur au cours d'un cycle est $-W_{déstock} = \eta\, Q_{H_{déstock}}$; et dans le cas d'une machine réversible,

$-W_{déstock} = \left(1 - \frac{T_B}{T_H}\right) Q_{H_{déstock}}$.

Si on veut reprendre à la source chaude (enceinte H) toute l'énergie thermique qu'on y a stockée, il faut que les nombres de cycles, notés N pour le stockage et N' pour le déstockage soient tels que l'énergie thermique stockée dans l'enceinte H soit entièrement récupérée :

$Q_{H\,déstock\,tot} = -Q_{H_{stock\,tot}}$, c'est-à-dire $N' Q_{H_{déstock}} = -N Q_{H_{stock}}$.

L'énergie mécanique délivrée à la pompe à chaleur lors du stockage est :

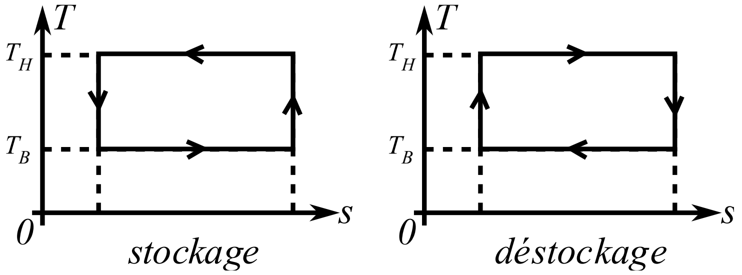
$W_{stock\,tot} = N W_{stock}$.

L'énergie mécanique récupérée lors du déstockage est :

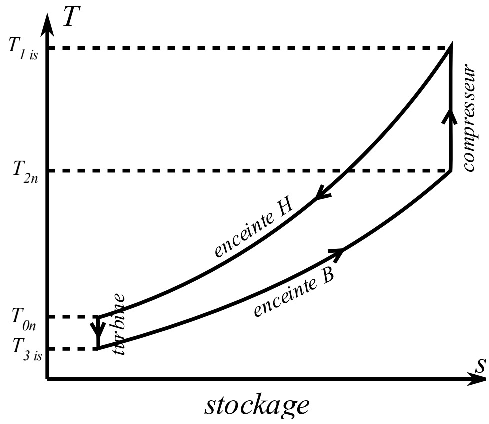
$$\begin{aligned}-W_{déstock\ tot} &= -N' W_{déstock}\\ &= N'\left(1-\frac{T_B}{T_H}\right) Q_{H_{déstock}}\\ &= -N\left(1-\frac{T_B}{T_H}\right) Q_{H_{stock}}\\ &= \left(1-\frac{T_B}{T_H}\right) N \frac{T_H}{T_H - T_B}\ W_{stock}\\ &= N\ W_{stock}.\end{aligned}$$

Donc $-W_{déstock\ tot} = N\ W_{stock}$, c'est-à-dire $-W_{déstock\ tot} = W_{stock\ tot}$ ce qui signifie bien que le travail mécanique utilisé lors du stockage est entièrement récupéré.

Q4. Remarque : à ce stade de l'énoncé, la grandeur s n'a pas été définie … cette notation n'apparaît que plus loin, sur la figure 3 ; il s'agit de l'entropie massique.
Les deux cycles de Carnot sont dessinés ci-contre.



I.B – Etude de la phase de stockage



Q5. Le schéma ci-contre montre les éléments traversés par le fluide argon dans chaque étape du cycle de la pompe à chaleur.

Q6. Si le passage dans le compresseur est encore supposé adiabatique, mais irréversible, il n'y a pas d'échanges thermiques entre le compresseur et le gaz, mais <u>les frottements internes au gaz (du fait de sa viscosité) provoquent un échauffement</u>, donc $\boxed{T_1 > T_{1\ is}}$. C'est d'ailleurs ce que montre la figure 3 de l'énoncé.

Q7. Notons un certain flou dans les grandeurs énergétiques mentionnées par l'énoncé : on nous parle de « travaux massiques *échangés* », ce qui ne les définit pas de façon précise. Nous considérerons toujours ces travaux <u>*reçus*</u> par le gaz. En appliquant le <u>premier principe industriel</u> au gaz passant dans le compresseur (adiabatique), on a :
$h_{sc} - h_{ec} = w_c$ pour le cas réel, et $h_{sc\ is} - h_{ec} = w_{c\ is}$ pour le cas idéalisé (isentropique).
Et de même, pour la turbine,
$h_{st} - h_{et} = w_t$ pour le cas réel, et $h_{st\ is} - h_{et} = w_{t\ is}$ pour le cas idéalisé (isentropique).
En utilisant les rendements définis dans l'énoncé, on a :
$\eta_{cs} = \frac{w_{c\ is}}{w_c}$, <u>ce qui donne bien</u> $\eta_{cs} = \frac{h_{sc\ is}-h_{ec}}{h_{sc}-h_{ec}}$.
Et de même, $\eta_{ts} = \frac{w_t}{w_{t\ is}}$, <u>ce qui donne bien</u> $\eta_{ts} = \frac{h_{st}-h_{et}}{h_{st\ is}-h_{et}} = \frac{h_{et}-h_{st}}{h_{et}-h_{st\ is}}$.

Q8. Les enthalpies massiques se calculent au moyen des capacités thermiques massiques et des températures, d'où
$\eta_{cs} = \frac{c_p(T_{1\ is}-T_{2n})}{c_p(T_1-T_{2n})}$ et $\eta_{ts} = \frac{c_p(T_{0n}-T_3)}{c_p(T_{0n}-T_{3\ is})}$.
On en déduit, d'une part, $T_1 = T_{2n} + \frac{T_{1\ is}-T_{2n}}{\eta_{cs}}$, et d'autre part, $T_3 = T_{0n} + \eta_{ts}(T_{3\ is} - T_{0n})$.
Par ailleurs, pour les transformations isentropiques, on peut utiliser les lois de Laplace :
$T_{1\ is}^{\gamma}\ P_H^{(1-\gamma)} = T_{2n}^{\gamma}\ P_B^{(1-\gamma)}$, et $T_{3\ is}^{\gamma}\ P_B^{(1-\gamma)} = T_{0n}^{\gamma}\ P_H^{(1-\gamma)}$. Et en injectant dans les formules précédentes :

$T_1 = T_{2n} + \frac{T_{2n}\left(\frac{P_B}{P_H}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - T_{2n}}{\eta_{cs}}$, c'est-à-dire $T_1 = T_{2n}\left(1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cs}}\right)$.

Et $T_3 = T_{0n} + \eta_{ts}\left(T_{0n}\left(\frac{P_H}{P_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - T_{0n}\right)$, c'est-à-dire $T_3 = T_{0n}\left(1 + \eta_{ts}\left(\frac{1}{\psi} - 1\right)\right)$

Finalement, $\boxed{T_1 = \frac{T_{2n}}{\eta_{cs}}(\psi + \eta_{cs} - 1)}$ et $\boxed{T_3 = T_{0n}\left(1 + \frac{\eta_{ts}}{\psi} - \eta_{ts}\right)}$.

Q9. Le premier principe industriel appliqué à l'argon au cours de son passage dans le compresseur lors de la phase de stockage, s'écrit $c_p(T_1 - T_{2n}) = w_{cs}$, en notant w_{cs} le travail massique utile reçu par l'argon de la part du compresseur. De même, pour le passage dans la turbine, $c_p(T_3 - T_{0n}) = w_{ts}$.

Le travail massique utile total reçu par l'argon au cours d'un cycle est donc $e_s = w_{cs} + w_{ts}$, ce qui donne bien $e_s = c_p(T_1 - T_{2n} + T_3 - T_{0n})$.

Remarque : on aurait pu également utiliser le premier principe industriel dans les échangeurs et calculer $q_{chaud} = c_p(T_{0n} - T_1) < 0$, et $q_{froid} = c_p(T_{2n} - T_3) > 0$. Et le premier principe appliqué à une unité de masse d'argon au cours d'un cycle donne $w + q_{chaud} + q_{froid} = 0$, et on trouve bien e_s, qui est w.

Q10. À l'aide des deux questions précédentes, $e_s = c_p\left(-T_{0n} + \frac{T_{2n}}{\eta_{cs}}(\psi + \eta_{cs} - 1) - T_{2n} + T_{0n}\left(1 + \frac{\eta_{ts}}{\psi} - \eta_{ts}\right)\right)$.

D'où $e_s = c_p\left(+\frac{T_{2n}}{\eta_{cs}}(\psi - 1) + T_{0n}\left(\frac{\eta_{ts}}{\psi} - \eta_{ts}\right)\right)$, puis $\boxed{e_s = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)}\left(\frac{T_{2n}}{\eta_{cs}}(\psi - 1) + T_{0n}\eta_{ts}\left(\frac{1}{\psi} - 1\right)\right)}$.

Q11. Application numérique : $\boxed{e_s = \frac{1{,}67 \times 8{,}314}{40{,}0.10^{-3} \times (0{,}67)}\left(\frac{773}{0{,}96}(1{,}55 - 1) + 293 \times 0{,}96\left(\frac{1 - 1{,}55}{1{,}55}\right)\right) = 178\ \text{kJ.kg}^{-1}}$

I.C – Positionnement du procédé SEPT par rapport aux autres modes de stockage

Q12. Au regard de la figure 4, il semble évident que le procédé SEPT est un des plus intéressants : à la fois en termes de capacité d'énergie stockable, et en termes de débit d'énergie, c'est-à-dire de puissance. Il est comparable au CAES et quasiment à l'hydraulique gravitaire. Mais il est sans doute plus facile à mettre en œuvre que ce dernier, car il ne nécessite pas un site particulier, ni la création d'une retenue d'eau, pas forcément facile à réaliser sans engloutir des villages.

Q13. D'après la figure 4, dans une installation SEPT typique, la puissance utile est de l'ordre de $P_u = 1.10^8$W. Or, en notant D_m le débit massique d'argon, la puissance mécanique utile s'écrit :

$D_m e_s = P_u$

Cela se démontre avec l'énoncé du premier principe industriel mis sous forme de puissance, et en l'utilisant à la fois pour le compresseur et pour la turbine.

Il vient $\boxed{D_m = \frac{P_u}{e_s} = 6.10^2\text{kg.s}^{-1}}$.

Q14. La question est surprenante, car on nous donne une unique valeur pour la masse volumique de l'argon, alors que celle-ci dépend de la température et de la pression.

Bref, notons V le volume d'argon. On a donc à peu près $V = \varepsilon V_e$,

et une masse d'argon : $\boxed{m_{Ar} = \rho_{Ar}\varepsilon V_e = 1{,}8 \times 0{,}40 \times 20.10^3 = 14.10^3\ \text{kg}}$.

Q15. Pour une batterie de voiture de capacité $C_{batt} = 50$ A.h, de tension nominale $U_{batt} = 12$ V, et de masse m_{batt}, l'énergie massique emmagasinée est $\boxed{e_{bat} = \frac{U_{batt}\,C_{batt}}{m_{batt}} = \frac{12 \times 50}{10} = 60\ \text{W.h.kg}^{-1}}$.

Pour une installation SEPT typique, $\boxed{e_{SEPT} = \frac{C_{SEPT}}{m_{Ar} + \rho_{solid}(1-\varepsilon)V_e} = \frac{2.10^9}{14.10^3 + 2{,}5.10^3 \times 0{,}60 \times 20.10^3} = 66\ \text{W.h.kg}^{-1}}$.

Les ordres de grandeur sont similaires.

I.D – Etude de la phase de déstockage

Q16. Comme à la question Q8, mais cette fois pour le déstockage,

$\eta_{cd} = \frac{(T_{0d\,is} - T_3)}{(T_{0d} - T_3)}$ et $\eta_{td} = \frac{(T_1 - T_{2d})}{(T_1 - T_{2d\,is})}$.

On en déduit, d'une part, $T_{0d} = T_3 + \frac{T_{0d\,is} - T_3}{\eta_{cd}}$, et d'autre part, $T_{2d} = T_1 + \eta_{td}(T_{2d\,is} - T_1)$.

Par ailleurs, pour les transformations isentropiques, on peut utiliser les lois de Laplace :

$T_{0d\,is}^{\gamma}\,P_H^{(1-\gamma)} = T_3^{\gamma}\,P_B^{(1-\gamma)}$, et $T_{2d\,is}^{\gamma}\,P_B^{(1-\gamma)} = T_1^{\gamma}\,P_H^{(1-\gamma)}$. Et en injectant dans les formules précédentes :

$T_{0d} = T_3 + \frac{T_3\left(\frac{P_B}{P_H}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - T_3}{\eta_{cd}}$, c'est-à-dire $\boxed{T_{0d} = T_3\left(1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cd}}\right)}$.

Et $T_{2d} = T_1 + \eta_{td}\left(T_1\left(\frac{P_H}{P_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - T_1\right)$, c'est-à-dire $\boxed{T_{2d} = T_1\left(1 + \eta_{td}\left(\frac{1}{\psi} - 1\right)\right)}$

Et en remplaçant T_1 et T_3 par les expressions obtenues en Q8, il vient bien :

$T_{0d} = T_{0n}\left(1+\eta_{ts}\left(\frac{1-\psi}{\psi}\right)\right)\left(1+\frac{\psi-1}{\eta_{cd}}\right)$ et $T_{2d} = T_{2n}\left(\frac{\psi-1}{\eta_{cs}}+1\right)\left(1+\eta_{td}\left(\frac{1-\psi}{\psi}\right)\right)$.

Q17. Puisque P_B représente la basse pression et P_H la haute pression, on a $\frac{P_H}{P_B} \geq 1$.

Et puisque $\gamma > 1$, on a $\frac{\gamma-1}{\gamma} > 0$, donc $\psi = \left(\frac{P_H}{P_B}\right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)} \geq 1$.

On cherche à montrer que le rapport $\frac{T_{0d}}{T_{0n}} = 1+\frac{\psi-1}{\eta_{cd}} - \eta_{ts}\left(\frac{\psi-1}{\psi}\right)\left(1+\frac{\psi-1}{\eta_{cd}}\right)$ est supérieur ou égal à 1, c'est-à-dire que $\frac{\psi-1}{\eta_{cd}} \geq \eta_{ts}\left(\frac{\psi-1}{\psi}\right)\left(1+\frac{\psi-1}{\eta_{cd}}\right)$,

Ou encore que $\psi \geq \eta_{ts}(\eta_{cd}+\psi-1)$.

Puisque $0 \leq \eta_{cd} \leq 1$, et $\psi \geq 1$, on a $\psi \geq (\eta_{cd}+\psi-1) \geq 0$

Et puisque $0 \leq \eta_{ts} \leq 1$, on a $(\eta_{cd}+\psi-1) \geq \eta_{ts}(\eta_{cd}+\psi-1)$,

D'où l'inégalité effectivement vérifiée : $\psi \geq \eta_{ts}(\eta_{cd}+\psi-1)$, $\boxed{\text{qui confirme que}}$ $\frac{T_{0d}}{T_{0n}} \geq 1$.

De la même façon,

$\frac{T_{2d}}{T_{2n}} = \left(\frac{\psi-1}{\eta_{cs}}+1\right)\left(1+\eta_{td}\left(\frac{1-\psi}{\psi}\right)\right)=1+\frac{\psi-1}{\eta_{cs}} - \eta_{td}\left(\frac{\psi-1}{\psi}\right)\left(1+\frac{\psi-1}{\eta_{cs}}\right)$.

Il s'agit d'une expression similaire à la précédente, en remplaçant simplement η_{cd} par η_{cs}, et η_{ts} par η_{td}.

Par conséquent, $\boxed{\text{une démonstration similaire donne bien}}$ $\frac{T_{2d}}{T_{2n}} \geq 1$.

Q18. On aurait $T_{0d} = T_{0n}$ et $T_{2d} = T_{2n}$ dans le cas où $\boxed{\eta_{cd} = \eta_{ts} = \eta_{td} = \eta_{cs} = 1}$. Ceci n'est pas réaliste car alors $\boxed{\text{toutes les transformations seraient réversibles}}$ dans les compresseurs et turbines.

Q19. Pour refroidir le gaz et évacuer l'énergie thermique superflue, on peut faire passer l'argon dans un échangeur thermique à eau par exemple.

Q20. La condition $T_{2d} = T_{2n}$ est impossible pour $\psi \neq 1$, comme on l'a vu, si ψ est unique.