

Quelques aspects liés à l'habitat

Partie I - Isolation thermique

I.1 - Étude d'une paroi plane

On considère une paroi plane (**figure 1**) d'épaisseur e_0 et de surface S_0 . On néglige les effets de bord selon y et z . La température ne dépend que de x . La température sur la première face, située en $x = 0$ est T_1 , celle de la seconde face, située en $x = e_0$ est T_2 .

On note c la capacité thermique massique du matériau constitutif de la paroi, ρ sa masse volumique et λ sa conductivité thermique.

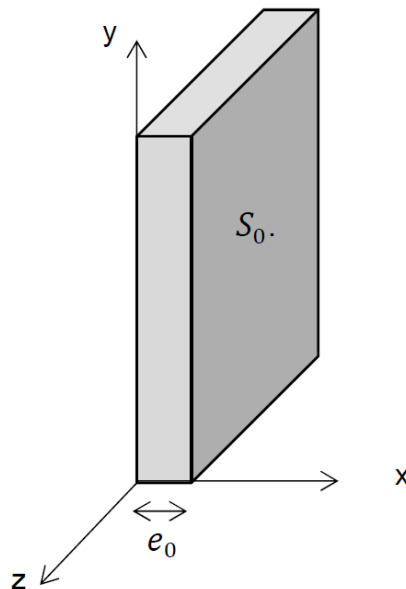


Figure 1 - Paroi plane

- Q1.** Rappeler la loi de Fourier. Préciser les notations et les unités des grandeurs physiques qui interviennent.
- Q2.** On suppose qu'il n'y a pas de source de chaleur interne. Établir pour l'étude de cette paroi, l'équation de la diffusion thermique en coordonnées cartésiennes.
- Q3.** Déterminer en régime stationnaire le profil de température $T(x)$ de cette paroi en fonction de e_0 , T_1 et de T_2 .
- Q4.** Donner en régime stationnaire l'expression du flux thermique Φ traversant cette paroi orientée dans le sens des $x > 0$, en fonction de e_0 , T_1 , T_2 , λ et de S_0 . En déduire l'expression de la résistance thermique R_{th} de cette paroi, en fonction de e_0 , λ et de S_0 .

I.2 - Étude d'une fenêtre double vitrage

Une fenêtre double vitrage (**figure 2**) de surface S_f est constituée de deux parois vitrées de même épaisseur e séparées d'une couche d'argon statique également d'épaisseur e . En plus des phénomènes de diffusion thermique dans le verre et dans l'argon, il faut tenir compte d'échanges conducto-convectifs au niveau des interfaces air extérieur – verre et verre – air intérieur. Ces échanges sont décrits par la loi de Newton $P = hS_f(T_{air} - T_s)$ où P est la puissance échangée, h est un coefficient d'échange, T_{air} et T_s sont les températures de l'air et du verre à une même interface.

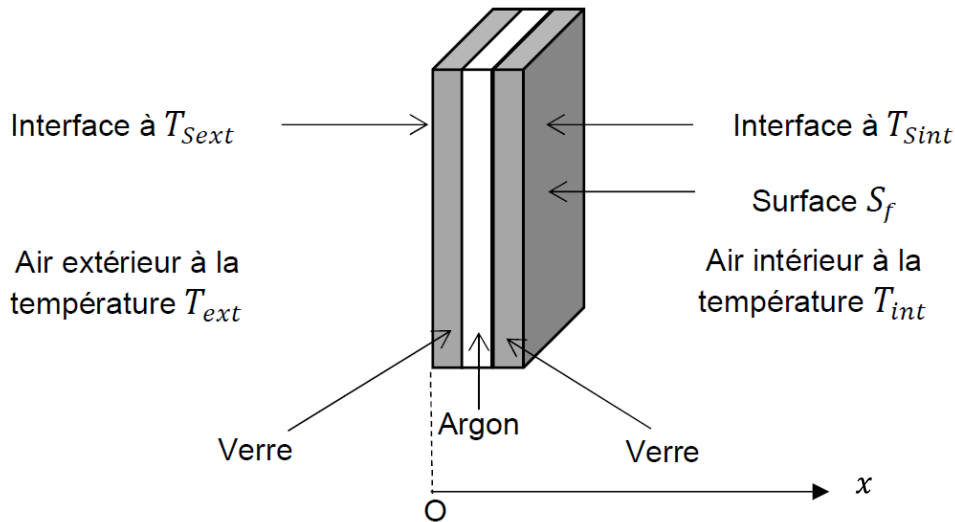


Figure 2 - Fenêtre double vitrage de surface S_f

Soient T_{ext} et T_{int} respectivement les températures de l'air extérieur et de l'air intérieur de la pièce d'habitation équipée de cette fenêtre. Le coefficient d'échange conducto-convectif à l'interface air extérieur – verre est noté h_e , celui à l'interface verre – air intérieur est noté h_i . Les conductivités thermiques du verre et de l'argon sont notées respectivement λ_V et λ_{Ar} , avec $\lambda_{Ar} \ll \lambda_V$.

Soient T_{Sext} et T_{Sint} respectivement les températures en surface des verres aux interfaces air extérieur – verre et verre – air intérieur.

Les parois vitrées occupent les zones $0 \leq x \leq e$ et $2e \leq x \leq 3e$.

L'argon occupe la zone $e \leq x \leq 2e$.

Q5. Proposer, en régime stationnaire, un schéma électrique équivalent qui décrit les transferts thermiques associés à cette fenêtre. Précisez les expressions littérales des résistances thermiques qui interviennent en fonction des données de l'énoncé. Vous ferez apparaître sur votre schéma les différentes températures T_{ext} , T_{int} , T_{Sext} et T_{Sint} .

Q6. On repère les différentes interfaces par leurs abscisses x . L'interface air extérieur – verre se situe en $x = 0$. On suppose $T_{ext} < T_{int}$. Précisez sans justification parmi les profils de température proposés sur la **figure 3** celui qui correspond à cette fenêtre.

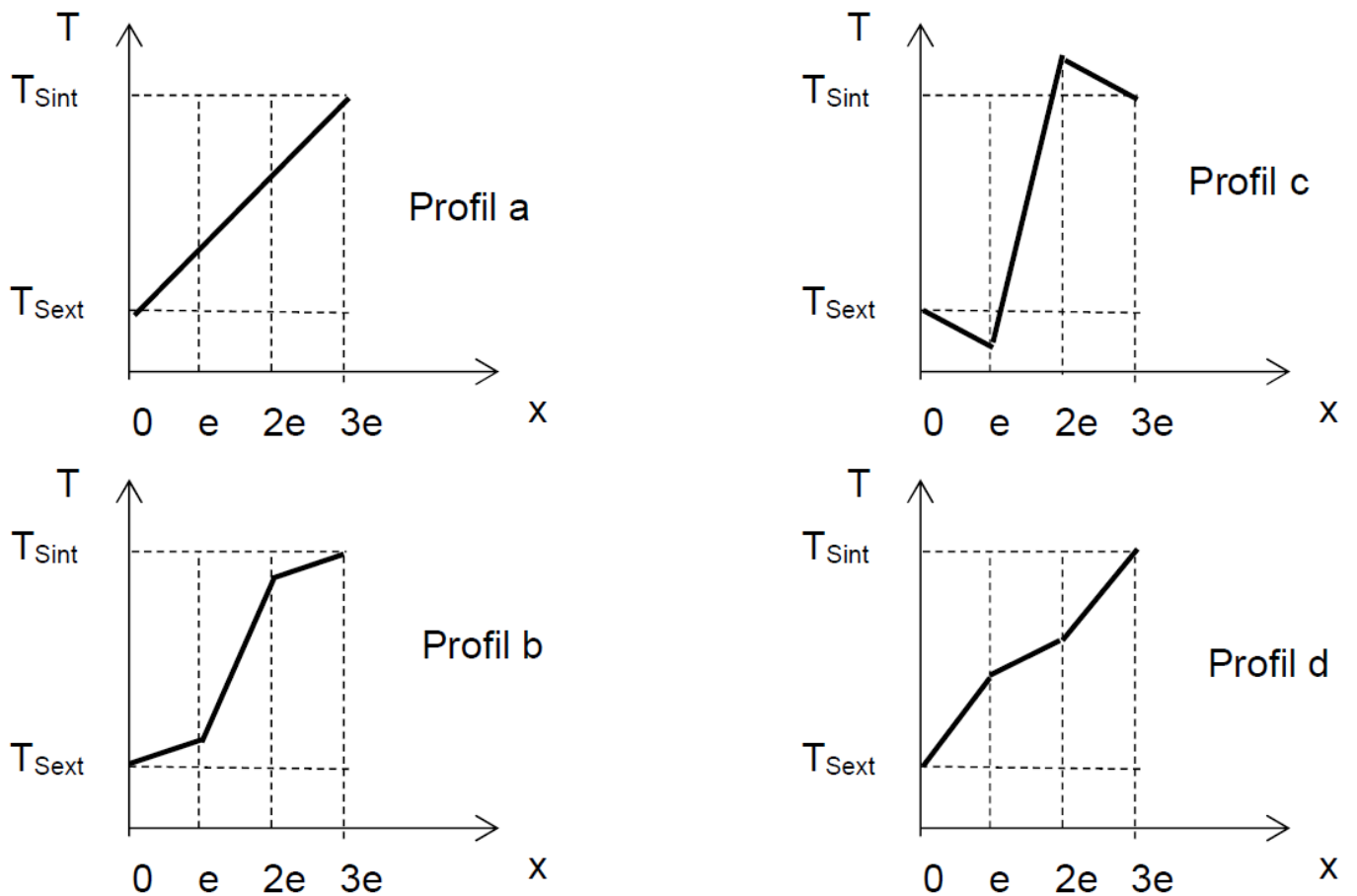


Figure 3 - Profils de température

I.3 - Étude d'une pièce d'habitation

On considère dans cette sous-partie une pièce d'habitation de température supposée uniforme. L'étude de la pièce est limitée à un mur comportant une fenêtre et à un plafond de surface $S_p = 10 \text{ m}^2$. Ils sont tous les trois en contact avec le milieu extérieur de température constante $T_{ext} = 274 \text{ K}$.

Les pertes thermiques par le sol et les cloisons intérieures sont négligées. On note R_1 la résistance thermique de la pièce, c'est-à-dire de l'ensemble {mur, fenêtre, plafond}. R_1 tient compte de la totalité des phénomènes convectifs et diffusifs.

On chauffe la pièce, initialement à la température T_{ext} , avec un radiateur de puissance $P = 500 \text{ W}$. La température finale atteinte se stabilise à $T_{fin} = 294 \text{ K}$.

Q7. Donner la valeur numérique de R_1 , résistance thermique de la pièce d'habitation.

Q8. On note $T(t)$ la température de la pièce supposée uniforme à un instant t et C la capacité thermique de la pièce. Cette capacité englobe celle du mobilier, celle de l'air contenu dans la pièce et celle des portions de murs intérieurs, aussi appelés doublages, qui se situent avant l'isolant. Etablir dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires, l'équation différentielle vérifiée par la température $T(t)$. En déduire l'expression de la température $T(t)$ en fonction de T_{ext} , T_{fin} , R_1 et de C .

Q9. Le plafond a une épaisseur $e_p = 5$ cm et une conductivité thermique $\lambda_p = 0,1$ SI. Donner la valeur numérique de la résistance thermique du plafond notée R_{pl} . Exprimer littéralement la résistance thermique de l'ensemble mur-fenêtre, notée R_{mf} , en fonction de R_1 et de R_{pl} . Donner la valeur numérique de R_{mf} . Les déperditions thermiques sont-elles plus importantes par le plafond ou par l'ensemble mur-fenêtre ?

Q10. On ajoute alors au plafond une couche d'isolant thermique d'épaisseur e_{isol} et de conductivité thermique λ_{isol} .

Exprimer littéralement la nouvelle résistance thermique de l'ensemble plafond-isolant, notée R'_{pl} , en fonction de R_{pl} , λ_{isol} , e_{isol} et de S_p .

Soit R_2 la nouvelle résistance thermique totale de la pièce. On admettra que $R_2 = 0,12 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$.

D'après ce modèle, par quel coefficient a-t-on divisé les pertes d'énergie thermique de la pièce en ajoutant cette couche d'isolant au plafond ?

Opérateurs vectoriels en coordonnées cartésiennes

$$\overrightarrow{\text{grad}}(U) = \frac{\partial U}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{e}_z$$

$$\text{div}(\vec{a}) = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

$$\Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

Problème n°2 :

Production du nitrure de silicium

Il existe plusieurs méthodes pour fabriquer le nitrure de silicium Si_3N_4 . La plus simple est la formation de Si_3N_4 solide par adsorption de diazote gazeux sur le silicium solide. Dans cette dernière partie, il s'agit de déterminer la température atteinte en fin de procédé industriel lorsque la pression est de 1,00 bar.

Les gaz sont assimilables à des gaz parfaits. Les phases solides sont non-miscibles et considérées pures. Les enthalpies standard de formation et capacités calorifiques standard sont données à 298 K.

Espèce chimique	$\Delta_f H^\circ$ (kJ.mol ⁻¹)	C_p° (J.K ⁻¹ .mol ⁻¹)
Si (s)		23,9
N ₂ (g)		27,9
Si ₃ N ₄ (s)	- 744	95,0

1. Rappeler la définition de l'enthalpie H d'un système, et de l'enthalpie de réaction $\Delta_r H$.

2. Écrire l'équation bilan de la réaction de synthèse de Si_3N_4 , notée (1), avec les nombres stœchiométriques entiers les plus petits possibles.

3. Donner l'expression littérale de l'enthalpie standard de réaction de (1). Quel est le nom de la loi utilisée ?

4. Que vaut l'enthalpie standard de formation de Si(s) et de N₂(g) ? Pourquoi ?

- 5.** Calculer l'enthalpie standard de réaction de (1). à $T_0 = 298 \text{ K}$.
- 6.** La réaction est-elle endothermique ou exothermique ? Une réponse argumentée est attendue.
- 7.** $\Delta_r H^\circ$ sera supposé indépendant de la température. Comment se nomme l'approximation correspondante ?
- 8.** Soit une réaction chimique dont l'avancement passe de 0 à ξ_f , à température T constante et à pression P constante. Etablir l'expression de l'énergie Q reçue par le système chimique sous forme thermique en fonction de ξ_f et $\Delta_r H^\circ$.
- 9.** On réalise la réaction (1) sous une pression P° de 1,00 bar, en introduisant les réactifs en proportions stœchiométriques. La température initiale des réactifs est de 298 K. Calculer la température finale du système en considérant la réaction (1) totale et adiabatique. Cette température peut-elle être atteinte en pratique dans une enceinte ?
- 10.** Dans l'industrie, les réactifs ne sont pas introduits en proportions stœchiométriques. En fin de réaction, il reste 10 % de la quantité de matière initiale de diazote. Calculer la température finale réellement atteinte lors de la production du nitrure de silicium.

Problème n°3

Nous nous intéressons aux communications radio et satellite entre un véhicule et son milieu extérieur.

Communications radio, modulation d'amplitude

La modulation d'amplitude MA (AM en anglais) est une technique de modulation d'un signal. On considère ici un signal informatif, sinusoïdal de pulsation ω_0 , modulant en amplitude une onde porteuse de pulsation ω_p , avec $\omega_0 \ll \omega_p$.

Ce signal modulé évolue au cours du temps selon l'expression

$$u(t) = U(1 + m \cos(\omega_0 t)) \cos(\omega_p t)$$

où m est le taux de modulation. Son allure est représentée sur la **figure 8**.

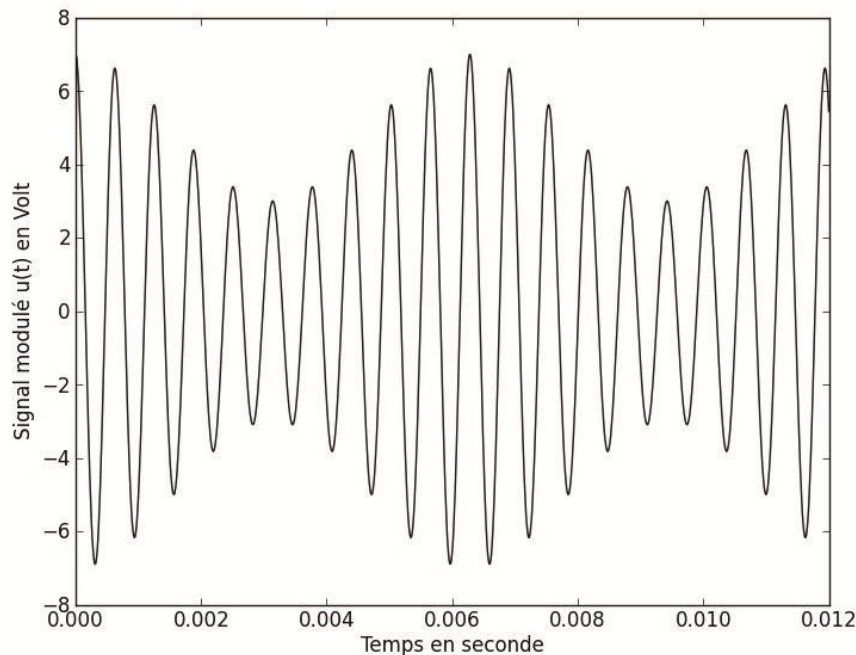


Figure 8 – Allure du signal $u(t)$

Q1. Déterminer les valeurs numériques du taux de modulation m et des fréquences $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ et $f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$ utilisées pour tracer l'allure du signal $u(t)$ représentée sur la **figure 8**. (En pratique, le décalage entre ces deux fréquences est plus important !)

On s'intéresse maintenant à l'opération de démodulation qui permet de retrouver le signal informatif $s_{inf}(t)$.

Démodulation par détection synchrone

On suppose ici qu'on dispose, au niveau du récepteur, de l'onde porteuse qui a pour expression :

$$e_p(t) = E_p \cos(\omega_p t)$$

On envoie l'onde porteuse et le signal modulé dans un multiplieur, comme indiqué sur la **figure 9**.

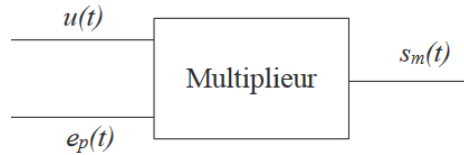


Figure 9 – Multiplication de l'onde porteuse et signal modulé

Le multiplieur fournit en sortie la tension : $s_m(t) = k \times u(t) \times e_p(t)$, où k est une constante dimensionnée.

Q2. Préciser l'unité de k et donner simplement la valeur numérique de la constante k pour le multiplieur que vous avez dû utiliser en Travaux Pratiques.

Q3. Déterminer l'expression du signal $s_m(t)$ délivré en sortie du multiplieur et représenter son spectre en amplitude. On supposera $0 < m < 1$ pour le tracé du spectre.

Q4. Indiquer quelle(s) opération(s) de traitement du signal est (sont) encore nécessaire(s) pour retrouver le signal informatif $s_{inf}(t)$.

Communications radio, modulation de fréquence

On peut réaliser une modulation de fréquence MF (FM en anglais) suivant le schéma d'Armstrong (**figure 10**) qui utilise un montage intégrateur, un réseau déphaseur, un multiplieur et un soustracteur.

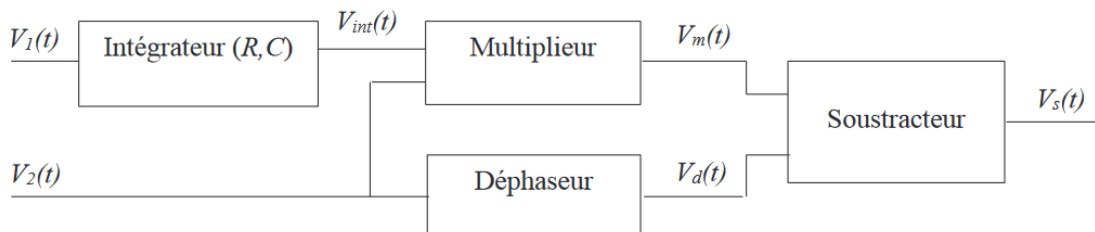


Figure 10 – Modulateur d'Armstrong

Dans toute la suite, les Amplificateurs Linéaires Intégrés (ALI) sont supposés idéaux de gain infini et fonctionnent en régime linéaire.

Le multiplieur fournit en sortie la tension : $V_m(t) = k \times V_{int}(t) \times V_2(t)$.

Le déphaseur est réglé pour provoquer un retard de phase de $\frac{\pi}{2}$ de la tension $V_d(t)$ par rapport à la tension $V_2(t)$.

On suppose qu'à $t = 0$, $V_{int}(0) = 0$. On impose par ailleurs, à l'entrée de l'ensemble, les deux tensions :

$$V_1(t) = V_{1m} \cos(\omega_1 t) \text{ et } V_2(t) = V_{2m} \cos(\omega_2 t), \text{ avec } \omega_2 \gg \omega_1.$$

Étude du soustracteur

On considère le montage de la **figure 11**.

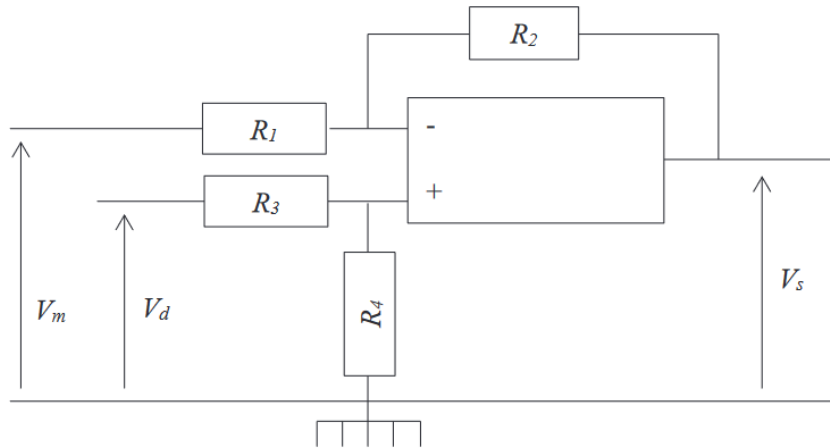


Figure 11 – Montage du soustracteur

Q5. Quelle considération de câblage permet de considérer ce montage comme potentiellement stable ?

Q6. Déterminer l'expression liant les différentes résistances R_1 , R_2 , R_3 , R_4 et les tensions $V_m(t)$, $V_d(t)$ et $V_s(t)$. Donner une condition simple entre R_1 , R_2 , R_3 , R_4 pour que $V_s(t) = V_d(t) - V_m(t)$.

On considèrera par la suite cette relation vérifiée.

Étude de l'intégrateur

L'intégrateur est réalisé à partir d'un ALI, d'un condensateur de capacité C et d'une résistance R .

Q7. Proposer un schéma du montage intégrateur et préciser la relation théorique qui lie $V_1(t)$, $V_{int}(t)$, R et C .

Étude du montage global

Q8. Montrer que la tension à la sortie du modulateur d'Armstrong peut se mettre sous la forme :

$$V_s(t) = V_{2m} \sqrt{1 + \varepsilon^2 \sin^2(\omega_1 t)} \sin(\omega_2 t + \varphi(t))$$

Préciser les expressions de ε et de $\tan(\varphi(t))$ en fonction de k , V_{1m} , R , C , ω_1 et de t .

Q9. Lorsque ε et $\varphi(t)$ sont petits devant 1, la tension de sortie peut se mettre sous la forme

$$V_s(t) = V_{2m} \sin(\omega_2 t + m \sin(\omega_1 t)) = V_{2m} \sin(\psi(t))$$

où ω_2 est la pulsation élevée de la porteuse, m le taux de modulation de pulsation modulante ω_1 et $\psi(t)$ la phase instantanée.

Préciser l'expression de m en fonction de k , V_{1m} , R , C et ω_1 .

Q10. On appelle pulsation instantanée du signal $V_s(t)$ la grandeur : $\Omega(t) = \frac{d\psi}{dt}(t)$. Établir la relation liant $\Omega(t)$, ω_2 , k , R , C et $V_1(t)$. Justifier le nom de modulation de fréquence associé à ce traitement du signal.