

## Devoir Maison n° 2.

### Pour le 15 septembre.

#### Exercice 4

Soit  $G$  le groupe des inversibles de  $\mathbb{Z}/32\mathbb{Z}$ .

1. Quel est le cardinal de  $G$  ?
2. Quels sont les ordres de  $\bar{5}$  et  $\bar{15}$  dans  $G$  ?
3. Montrer que :

$$\begin{aligned} f : (\mathbb{Z}/8\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}, +) &\longrightarrow (G, \times) \\ (\bar{a}, \bar{b}) &\longmapsto \bar{5}^a \bar{15}^b \end{aligned}$$

est un isomorphisme de groupes.

#### Exercice 14

1. Résoudre pour  $x \in \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$  :

$$\bar{3}x + \bar{2} = -\bar{1}.$$

2. Résoudre pour  $x \in \mathbb{Z}$  :

$$\begin{cases} 3x + 2 \equiv -1 \pmod{5} \\ 3x - 1 \equiv 3 \pmod{7} \end{cases}$$

3. Résoudre pour  $x \in \mathbb{Z}$  :

$$\begin{cases} 5x \equiv 8 \pmod{12} \\ 2x \equiv 17 \pmod{21} \end{cases}$$

4. Résoudre pour  $x, y \in \mathbb{Z}$  :

$$\begin{cases} 5x + 2y \equiv 3 \pmod{6} \\ 2x + 4y \equiv 1 \pmod{5} \end{cases}$$