

Problème n°1 : Formules trigonométriques

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$$

$$\cos(a) \cos(b) = \frac{\cos(a + b) + \cos(a - b)}{2}$$

Il est fréquent qu'un signal se présente sous une forme inadaptée à sa transmission ou à son traitement. La modulation est le procédé permettant de transposer les caractéristiques de ce signal dans des domaines de fréquences où la propagation et le traitement sont possibles. La démodulation est l'opération inverse.

IV.A - De la nécessité de modular...

On s'intéresse aux signaux hertziens audio qui s'étalent sur la plage de fréquence $f_{m1} = 300 \text{ Hz} \leq f_m \leq f_{m2} = 4,50 \text{ kHz}$. Cette plage est parfaitement audible à notre oreille qui peut percevoir ordinairement des fréquences comprises entre 20 Hz et 20 kHz.

D'autre part, on peut montrer que la réception d'une onde électromagnétique nécessite une antenne dont la dimension caractéristique est une demi longueur d'onde.

Quelle devrait être la taille d'une antenne permettant la réception des signaux audio considérés ? Cela vous semble-t-il réalisable ? Pourquoi est-il alors intéressant d'utiliser une autre fréquence ? Commenter l'intérêt de l'utilisation d'une autre fréquence si l'on veut émettre plusieurs ondes radios émanant de plusieurs stations.

IV.B - Modulation

Le signal audio à transporter est maintenant appelé signal modulant. Les méthodes de modulation sont élaborées à partir d'une onde sinusoïdale pure, appelée porteuse ou signal porteur. Le résultat de la combinaison de ces deux signaux s'appelle signal modulé. Le signal modulant est noté $e(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ et le signal porteur $p(t) = A_p \cos(2\pi f_{\text{port}} t)$ où f_{port} est la fréquence du signal porteuse (ou porteuse) et $f_m (< f_{\text{port}})$ la fréquence du signal modulant. Le signal modulé en amplitude est un signal de la forme :

$$s(t) = A_p [1 + m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_{\text{port}} t) \text{ où } m \text{ est un réel strictement positif.}$$

Ce signal modulé a été obtenu en réalisant les opérations représentées dans le schéma bloc de la figure 5.

IV.B.1) Montrer que le schéma de la figure 5 permet effectivement d'obtenir le signal $s(t)$ si l'on pose $m = kA_m$. Dans toute la suite du sujet, on prendra l'indice de modulation $m < 1$. On rappelle que le spectre d'un signal désigne la représentation de l'amplitude des signaux sinusoïdaux qu'il contient en fonction de leur fréquence respective. Exemple : le spectre de

$$v(t) = X_{1m} \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + X_{2m} \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2) \text{ avec } X_{1m} > X_{2m} \text{ et } f_1 < f_2$$

est donné figure 6.

(IV.B.2) supprimée)

IV.B.3) Réécrire le signal $s(t)$ en le linéarisant, c'est-à-dire en le mettant sous la forme d'une somme de cosinus. Quelles fréquences contient ce signal ? Représenter l'allure du spectre de $s(t)$.

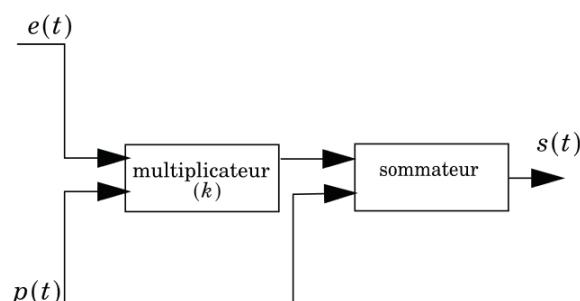


Figure 5

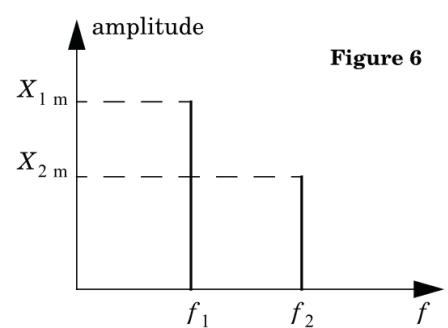


Figure 6

IV.B.4) On envoie dans la pratique un signal modulant audio, somme de signaux sinusoïdaux qui encombrent la plage de fréquence

$$f_{m1} = 300 \text{ Hz} \leq f_m \leq f_{m2} = 4,50 \text{ kHz}.$$

La porteuse utilisée est celle émise par la station Europe 1 soit $f_{\text{port}} = 185 \text{ kHz}$. Le spectre du signal audio modulant est représenté figure 8.

a) Représenter le spectre du signal modulé $s(t)$.

b) Quelle est la bande passante d'un filtre nécessaire à la transmission intégrale du signal $s(t)$ au niveau d'une antenne ?

Quelle est la nature de ce filtre ?

IV.C - Démodulation synchrone

On considère à nouveau un signal modulé noté

$$s(t) = A_p [1 + k A_m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_{\text{port}} t).$$

On admet que l'on dispose à la réception du signal modulé d'un oscillateur local synchrone délivrant le signal $p(t) = A_p \cos(2\pi f_{\text{port}} t)$ identique au signal porteur utilisé à l'émission. La figure 9 ci-dessous représente le principe de fonctionnement du circuit de démodulation situé après l'antenne réceptrice.

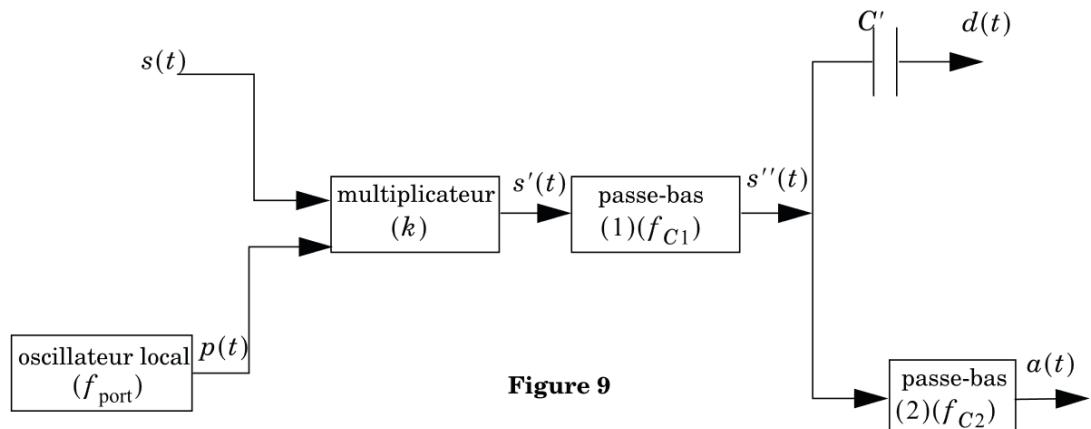


Figure 9

IV.C.1) Donner l'expression du signal $s'(t)$ obtenu à la sortie du multiplicateur. Le linéariser et représenter le spectre de ce signal.

IV.C.2) Le filtre passe-bas (1) a une fréquence de coupure f_{C1} telle que $f_m < f_{C1} < f_{\text{port}}$ et le filtre passe-bas (2) une fréquence de coupure $f_{C2} < f_m$. On considérera dans un premier temps que les filtres sont parfaits. C'est-à-dire que chaque filtre admet un gain $|H| = 1$ pour des fréquences inférieures à sa fréquence de coupure et un gain nul pour toute fréquence supérieure à sa fréquence de coupure.

a) Exprimer le signal $s''(t)$ et donner son spectre.

b) Comment choisir sa fréquence de coupure f_{C1} ?

c) À quoi sert le condensateur de capacité C' représenté sur le schéma bloc ? Donner alors l'expression du signal $d(t)$ et son spectre.

d) Exprimer le signal $a(t)$ obtenu à la sortie du filtre (2).

e) Montrer finalement que l'analyse des signaux $a(t)$ et $d(t)$ permet de reconstituer le signal modulant $e(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$.

IV.D - Détection de crête ou d'enveloppe (voir figure ci-contre)

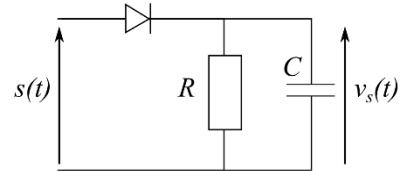
On reprend la notation du IV.B pour le signal modulé : il s'écrit :

$$s(t) = A_p [1 + m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_{por} t).$$

IV.D.1) Représenter l'allure du signal modulé $s(t)$ dans les deux cas $m < 1$ et $m > 1$.
Préciser les valeurs remarquables prises par $s(t)$.

IV.D.2) En déduire qu'une détection d'enveloppe peut restituer l'information du signal modulant $e(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ à une condition que l'on précisera.

IV.D.3) Ecrire la double inégalité à laquelle doit satisfaire le produit RC pour que la sortie $v(t)$ restitue l'information $e(t)$. On se placera dans le cas où une détection d'enveloppe est compatible avec la restitution de $e(t)$. Représenter l'allure des signaux $s(t)$ et $v_s(t)$.



Pb n°2 :

Etude de la combustion complète du gazole

Lire le texte fourni en ANNEXE 1 et intitulé « la combustion des carburants » puis répondre aux questions suivantes.

1. Ecrire la réaction de combustion complète de gazole dans l'air : les affirmations du paragraphe « La combustion des hydrocarbures » sont-elles valides ?
2. Le taux d'émission de CO₂ (indiqué sur le document 2 en ANNEXE 1) est-il en accord avec la consommation du véhicule ?
3. Vérifier qu'il s'agit d'une réaction d'oxydoréduction. Quelle est la molécule oxydée ? Justifier.
4. Déterminer l'enthalpie standard de réaction associée à cette transformation chimique. On fera le calcul à partir d'une équation de réaction écrite pour un coefficient de 1 pour le gazole. L'affirmation du paragraphe « l'énergie libérée par la combustion » est-elle valide ?
5. Déterminer et calculer la température de flamme adiabatique maximale T_F liée à cette transformation.
6. La température de flamme réellement atteinte est en général plus faible. Proposer des explications.

DONNEES NUMÉRIQUES

Eléments chimiques :

Elément	H	C	N	O
Masse molaire atomique (g.mol ⁻¹)	1,0	12,0	14,0	16,0
Numéro atomique	1	6	7	8
Electronégativité (échelle de Pauling)	2,20	2,55	3,04	3,44

Formule chimique de l'air : 3,7 mol de N₂ pour 1,0 mol de O₂

Données thermodynamiques : constante thermodynamique R = 8,314 J.mol⁻¹.K⁻¹

composé	gazole (liq)	O ₂ (vap)	CO ₂ (vap)	H ₂ O (vap)	N ₂ (vap)
ΔfH ⁰ (kJ.mol ⁻¹)	- 245	0	- 393	- 242	0
C _{Pm} ⁰ (J.mol ⁻¹ .K ⁻¹)	224,6	29,4	44,2	30,0	27,9
S _m ⁰ (J.mol ⁻¹ .K ⁻¹)	329	205	214	189	192

où ΔfH⁰, C_{Pm}⁰ et S_m⁰ sont respectivement l'enthalpies standard de formation, la capacité thermique molaire standard (à pression constante) et l'entropie molaire standard des espèces à 298 K (ces grandeurs sont supposées constantes).

ANNEXE 1 :

DOCUMENT 1 : Texte extrait du site de l'association adilca : www.adilca.com ©

Association pour la Diffusion d'Informations sur les Lois physiques de l'Automobile.

Association à but non lucratif créée en mai 2000 à l'initiative d'anciens élèves des sections scientifiques du Conservatoire National des Arts et Métiers de Paris.

Les carburants

C'est la proportion des composants qui permet de distinguer les carburants.

L'analyse en laboratoire d'un échantillon de gazole pur non additif montre que celui-ci est constitué (en masse) de 87 % de carbone (symbole chimique C) et 13 % d'hydrogène (symbole chimique H) [...]

Ces proportions permettent d'établir les formules chimiques fictives de chacun de ces carburants, formules qui seront utilisées par la suite pour calculer tous les autres paramètres de la combustion. Ainsi, le gazole a pour formule chimique fictive $C_{7,25}H_{13}$, l'essence C_7H_{16} , le GPL $C_{3,5}H_9$.

La combustion des hydrocarbures

La *stœchiométrie* désigne l'étude des proportions idéales d'éléments qui autorisent une réaction chimique complète, "propre" et sans gaspillage.

Les lois de la stœchiométrie appliquées à la combustion des hydrocarbures nous montrent que pour brûler 1 kg de gazole, il faut disposer de 14,3 kg d'air (soit, étant donné la composition de l'air, 10,9 kg de diazote et 3,4 kg de dioxygène) ; la réaction produit 10,9 kg de diazote (ce gaz étant chimiquement neutre, il n'a pas participé à la combustion), 3,2 kg de dioxyde de carbone (CO_2) et 1,2 kg d'eau (H_2O). [...]

L'énergie libérée par la combustion

Connaissant la composition massique d'un hydrocarbure, il est alors facile d'en déduire l'énergie qu'il peut libérer lors de sa combustion la combustion d'un kg de gazole de formule $C_{7,25}H_{13}$ libère une énergie nette d'environ 42 millions de joules, soit, compte tenu de la masse volumique du produit (840 kg.m⁻³), environ 35 millions de joules par litre [...]

La combustion en conditions réelles

S'agissant de la combustion des carburants dans le cadre du fonctionnement d'un moteur d'automobile, une stœchiométrie parfaite est toujours difficile à garantir.

En effet, non seulement le carburant peut présenter des différences de composition selon les pays et les distributeurs, mais en plus, la masse d'air introduite dans le moteur, jamais parfaitement pure, varie en permanence en fonction de la température ambiante et de la pression atmosphérique.

Les rejets polluants

Lorsque les lois de la stœchiométrie sont respectées, les gaz d'échappement ne contiennent que de l'azote gazeux (N_2), du dioxyde de carbone (CO_2) et de l'eau à l'état de vapeur (H_2O). Mais que se passe-t-il lorsque les lois de la stœchiométrie ne sont plus respectées ?

Pour simplifier le problème, considérons deux configurations opposées : mélange riche (trop de carburant, pas assez d'air) et mélange pauvre (peu de carburant, trop d'air).

Dans la première configuration, certains atomes qui constituent la molécule d'hydrocarbure ne trouvent pas de "partenaire oxygène" en nombre suffisant puisque l'air manque, ils ne sont donc pas oxydés complètement et se retrouvent dans les gaz d'échappement sous forme de particules carbonées, d'hydrocarbures imbrûlés (symbole chimique HC) ou de monoxyde de carbone (symbole chimique CO), gaz qu'il ne faut surtout pas confondre avec le CO_2 : l'un est très毒ique, l'autre pas du tout.

Dans la seconde configuration, un excès d'air (c'est toujours le cas lorsque le moteur est suralimenté) fortement comprimé à température élevée (c'est particulièrement le cas des moteurs diesel) peut entraîner la formation de monoxyde d'azote (symbole chimique NO), suite à une réaction entre l'oxygène (O_2) et l'azote (N_2) de l'air aspiré. Une fois expulsé, le monoxyde d'azote présente la particularité de se transformer spontanément en dioxyde d'azote (symbole chimique NO_2), générant au passage une mutation de l'oxygène atmosphérique en ozone (symbole chimique O_3), deux gaz très toxiques pour les organismes vivants.

DOCUMENT 2 : Fiche technique partielle d'une voiture diesel :

Réservoir : 45 L Consommation moyenne : 4,5 L aux 100 kms

Emission de CO_2 : 121 g / km

Problème n°3 :**I Étude thermique d'une serre****I.A- Équation de diffusion à travers une paroi latérale de la serre en polycarbonate**

On modélise la paroi de polycarbonate d'une serre par un objet parallélépipédique qui a pour dimensions $L \times l \times e$ avec $e \ll L$ et $e \ll l$ (figure 6).

Le point O appartient à la face intérieure qui est à la température T_i . Le point E appartient à la face extérieure qui est à la température T_e .

L'origine de l'axe x est prise en O .

On note Σ_0 le système constitué de la tranche comprise entre les abscisses x et $x + dx$ de surface $S = Ll$ représentée en grisé sur la figure 6. On note :

- c , la capacité thermique massique du polycarbonate ;
- ρ , la masse volumique du polycarbonate ;
- λ , la conductivité thermique du polycarbonate ;
- $\vec{j}(x, t) = j(x, t) \vec{e}_x$, le vecteur densité de flux thermique.

Données en rapport avec la serre

Epaisseur de la paroi de polycarbonate

$$e = 1,0 \text{ cm}$$

Masse volumique du polycarbonate

$$\rho = 1,2 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$$

Conductivité thermique massique du polycarbonate

$$\lambda = 0,2 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$$

Capacité thermique massique du polycarbonate

$$c = 1674 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$$

Résistance conducto-convective entre la paroi et l'air extérieur

$$R_{cc} = 1,1 \times 10^{-3} \text{ K.W}^{-1}$$

Surface du mur

$$S = 30 \text{ m}^2$$

Température à l'intérieur de la serre

$$T_i = 20^\circ\text{C}$$

Température à l'extérieur de la serre

$$T_e = 5^\circ\text{C}$$

Q1. Justifier qu'on recherche un champ de température dans le parallélépipède de la forme $T(x, t)$.

Q2. En appliquant le premier principe de la thermodynamique, montrer que $\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho c} \frac{\partial j}{\partial x}$

Q3. La loi de Fourier relie la densité de flux thermique \vec{j} et le gradient de température. En notant λ la conductivité thermique du matériau, cette loi s'écrit $\vec{j} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)$. Que traduit la présence du signe – dans cette relation ?

Q4. Écrire la relation de Fourier dans le cadre de notre étude unidimensionnelle selon l'axe ($0x$).

Q5. En déduire l'équation de la chaleur : $\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$.

Comment nomme-t-on la grandeur D ? En quelle unité s'exprime-t-elle ? Exprimer D en fonction de λ , ρ et c .

Q6. Estimer le temps caractéristique τ de diffusion de la chaleur à travers la paroi de polycarbonate. Effectuer l'application numérique.

I.B- Étude du régime stationnaire

On se place désormais dans le cadre d'étude du régime stationnaire.

Q7. Réécrire dans ce cas, l'équation de diffusion thermique et en déduire l'évolution de la température $T(x)$ dans le solide.

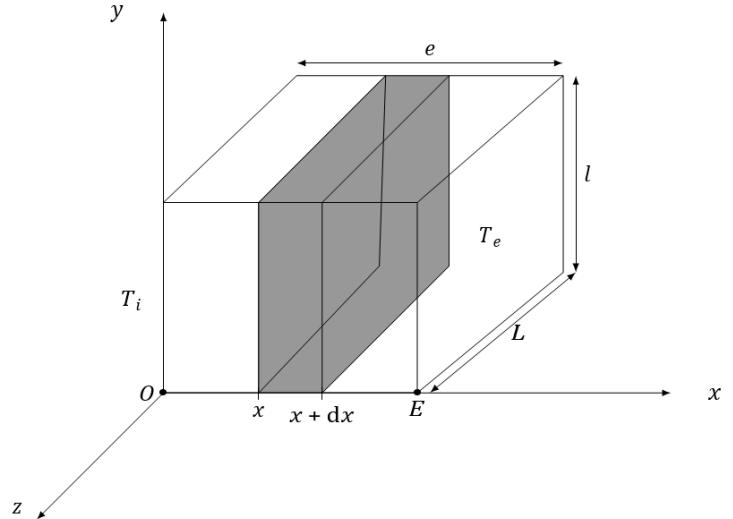


Figure 6

Q8. Exprimer le flux thermique ϕ traversant la plaque de section S orthogonale à l'axe (Ox) orientée dans le sens des $x > 0$ en fonction de S, λ, e, T_i et T_e .

Q9. Relier la différence de température $T_i - T_e$ au flux thermique ϕ par analogie avec la loi d'Ohm. Faire apparaître la résistance thermique du parallélépipède R_{th} et l'exprimer en fonction des données de l'énoncé. Effectuer l'application numérique de R_{th} .

Le chauffage nécessaire au maintien de la paroi à une température T_i peut être modélisé par une source idéale de courant. On appelle la résistance thermique de conduction de la paroi en polycarbonate R_{th} et la résistance conducto-convective traduisant des échanges thermiques de la paroi avec l'air extérieur R_{cc} (figure 7).

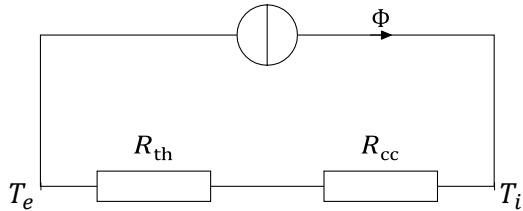


Figure 7

Q10. Exprimer la puissance thermique P_{th} nécessaire au maintien de la paroi à une température intérieure T_i . Effectuer l'application numérique.

II Étude thermodynamique de la machine frigorifique

On se propose dans cette partie d'étudier une machine thermique de type réfrigérateur. Le fluide réfrigérant étudié est du R134a. Pour les futures constructions, le fluide sera du R1234ze pour sa moindre contribution à l'effet de serre.

II.A – Généralités

Le fluide réfrigérant décrit le cycle thermodynamique présenté figure 8.

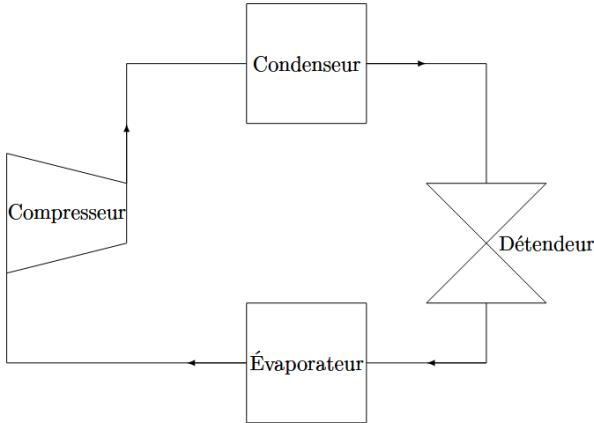


Figure 8

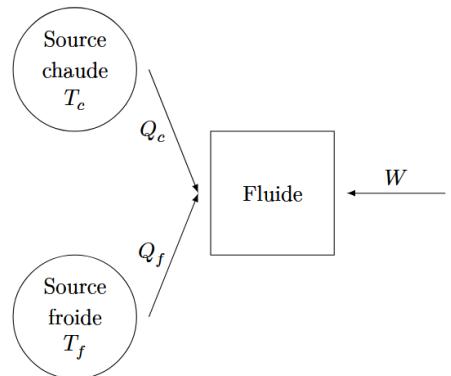


Figure 9

On modélise la machine frigorifique par une machine ditherme schématisée en figure 9. On utilise les notations suivantes :

- Q_C : transfert thermique algébriquement reçu par le fluide au cours d'un cycle de la part de la source chaude à la température T_C ;
- Q_f : transfert thermique algébriquement reçu par le fluide au cours d'un cycle de la part de la source froide à la température T_f ;
- W : travail algébriquement reçu par le fluide au cours d'un cycle de la part de l'extérieur.

Q11. Au niveau de quel organe de la machine thermique (fig. 8) se trouve la chambre froide ? Justifier votre réponse.

Q12. Préciser en justifiant les signes de Q_C , Q_f et W .

Q13. Définir l'efficacité e (également appelé COefficient de Performance COP) de la machine frigorifique.

Q14. Établir l'expression de l'efficacité de Carnot e_C , en fonction de T_C et T_f . Que peut-on dire l'efficacité réelle e par rapport à l'efficacité de Carnot ?

Q15. Calculer numériquement e_c avec $T_C = 45^\circ\text{C}$ et $T_f = 3^\circ\text{C}$. Interpréter le résultat obtenu.

II.B – Description du cycle

Le cycle comprend les successions de transformations suivantes :

- 1 → 2 : compression adiabatique réversible en phase gazeuse dans le compresseur ;
- 2 → 3 : refroidissement isobare de la vapeur ;
- 3 → 4 : liquéfaction totale et isobare ;
- 4 → 5 : sous-refroidissement isobare ;
- 5 → 6 : détente isenthalpique ;
- 6 → 7 : chauffage isobare ;
- 7 → 1 : surchauffe de la vapeur.

Le tableau 2 donne le relevé thermodynamique du fluide aux différents points de ce cycle.

Point du cycle	Pression P (bar)	Température T ($^\circ\text{C}$)	Enthalpie massique h (kJ.kg $^{-1}$)	Débit massique D_m (kg.s $^{-1}$)
1	2,7	3,0	402	0,16
2	11,6	63,1	442	0,16
3	11,6	45,0	421	0,16
4	11,6	45,0	264	0,16
5	11,6	40,0	256	0,16
6	2,7	-2,0	256	0,16
7	2,7	-2,0	397	0,16

Tableau 2

Q16. Représenter le cycle thermodynamique sur le diagramme des frigoristes (figure A du document réponse, page 10).

Q17. Relier le sens de parcours du cycle au mode de fonctionnement de la machine.

Q18. Qualifier l'état du fluide aux points 3 et 4.

Q19. Lire graphiquement le titre en vapeur xv du point 6.

Q20. Rappeler l'expression du premier principe de la thermodynamique pour un fluide en écoulement stationnaire, dans lequel on néglige les variations d'énergie cinétique massique Δec et d'énergie potentielle de pesanteur massique Δep devant la variation d'enthalpie massique Δh .

Q21. Exprimer puis calculer numériquement le transfert thermique massique q_f reçu par le fluide dans l'évaporateur.

Q22. Exprimer puis calculer numériquement le transfert thermique massique q_c reçu par le fluide dans le condenseur.

Q23. Exprimer puis calculer numériquement le travail indiqué w_i reçu par le fluide de la part du compresseur.

Q24. En déduire l'efficacité réelle e de la machine frigorifique.

Q25. Exprimer puis calculer numériquement la puissance thermique extraite de la chambre froide P_{th} .

Problème n°4 : Spectre d'un signal numérique

Nous nous proposons ici d'illustrer quelques impacts de la numérisation d'un signal sur son spectre. Cette étude est menée avec le matériel usuel du laboratoire de sciences physiques du lycée.

Informations sur le fonctionnement de l'oscilloscope numérique utilisé ici

- Lors d'un enregistrement, l'oscilloscope numérique discrétise et enregistre un signal sur une durée égale à la durée de balayage, soit 10 carreaux X base de temps.

- Le **nombre d'échantillons** enregistrés est **toujours le même et égal à 2 480**. La période d'échantillonnage dépend ainsi de la durée d'enregistrement et donc de la base de temps.

- Un menu permet l'affichage du spectre du signal échantillonné. Pour tous les spectres fournis dans cet énoncé, les amplitudes relatives des différentes composantes en fréquence sont représentées sur une échelle en dB en ordonnées. L'échelle des abscisses est linéaire, graduée de $f = 0$ Hz jusqu'à une fréquence $\max(f)$ qui dépend de la base de temps. Deux curseurs verticaux, dénommés X1 et X2, permettent de pointer deux fréquences pour une lecture aisée de leur valeur sur l'écran.

Expérience 1

Un signal sinusoïdal est délivré par le GBF et est envoyé sur l'oscilloscope numérique. Il a été enregistré avec une base de temps de 250 μ s par division comme indiqué en bas de l'écran. Il est à la fois représenté dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel sur l'oscillogramme 1 de la figure 3.

X1 correspond au pointillé vertical à gauche, et X2 correspond au trait vertical à droite

Q1. Déterminer la période et la fréquence du signal sinusoïdal.

Compte tenu de l'échelle horizontale temporelle et du nombre d'échantillons, donner une valeur approchée de la fréquence d'échantillonnage de cet enregistrement. Déduire de ces mesures le lien entre la plus haute fréquence affichée $\max(f) = f_2 = 496$ kHz, repérée par le curseur X2, et la fréquence d'échantillonnage. Commenter.

Q2. Pour un repérage aisément du pic en fréquence au moyen du curseur X1, il faut dilater l'échelle des fréquences. Faut-il alors remplacer l'échelle temporelle horizontale (250 μ s/div) par une valeur plus grande ou plus petite ? Est-ce cohérent avec le nouvel oscillogramme 2 de la figure 4 (X1 trait vertical, et X2 pointillé à droite) ?

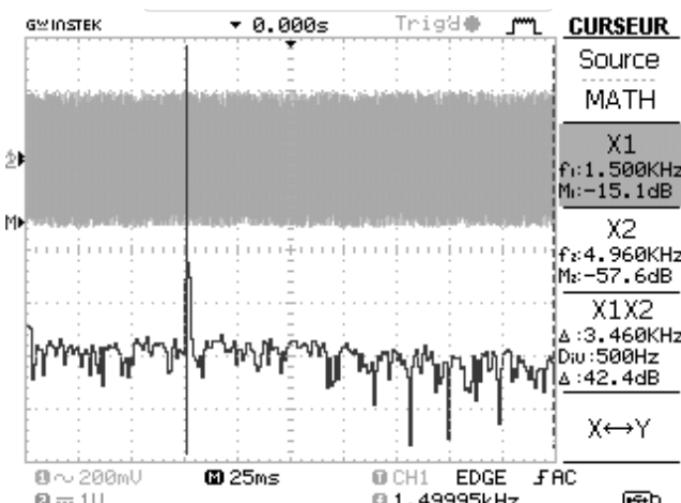


Figure 4 - Oscillogramme 2

La nouvelle valeur de la plus grande fréquence $\max(f)$ de ce spectre (curseur X2) était-elle prévisible ? Si oui comment ?

Q3. On renouvelle cette opération et on obtient l'oscillogramme 3 de la figure 5. Expliquez la valeur $f = 1$ kHz de la fréquence donnée par le curseur X1.

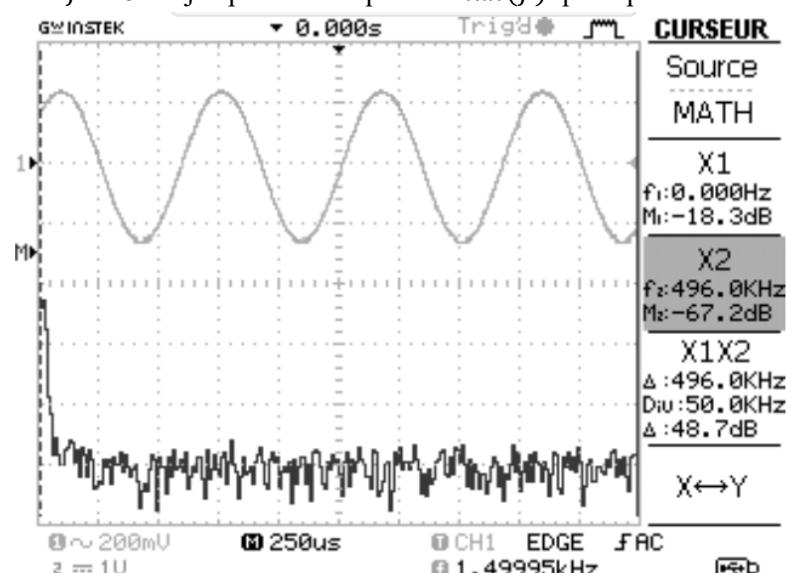


Figure 3 - Oscillogramme 1

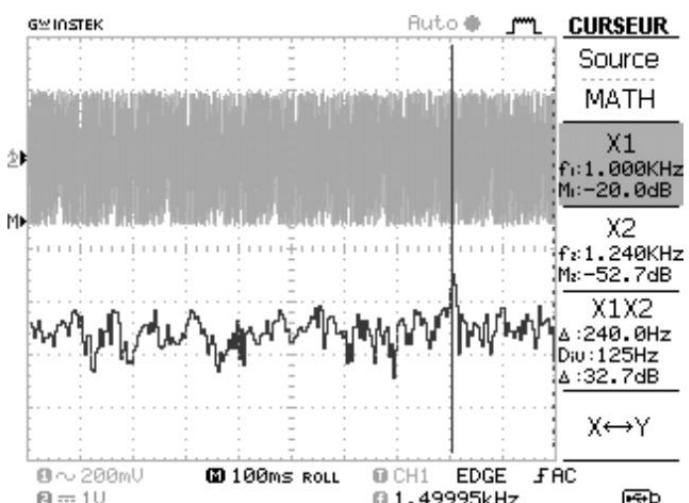


Figure 5 - Oscillogramme 3

Diagramme de la pression en fonction de l'enthalpie massique pour le R134a

