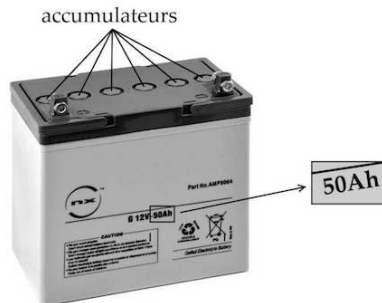


STOCKAGE DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

1 Batterie d'accumulateurs



Une batterie au plomb est un ensemble de six accumulateurs (cellules électrochimiques plomb – acide sulfurique) raccordés en série et réunis dans un même boîtier (FIGURE ci contre). Une batterie possède un caractère générateur durant sa décharge et un caractère récepteur durant sa charge (conversion réversible entre énergie électrique et énergie chimique). Ce type de batterie est largement utilisé dans l'industrie, dans l'équipement des véhicules automobiles ou pour stocker de l'énergie produite par intermittence (énergie solaire ou éolienne).

Étude d'un accumulateur : on s'intéresse pour le moment à un seul des six accumulateurs de la batterie.

Par définition, sa tension à vide E_{acu} est la tension à ses bornes lorsqu'il ne débite aucun courant.

On donne ci-dessous (FIGURE 1) la courbe représentant la tension "à vide" d'un accumulateur en fonction de son pourcentage de charge.

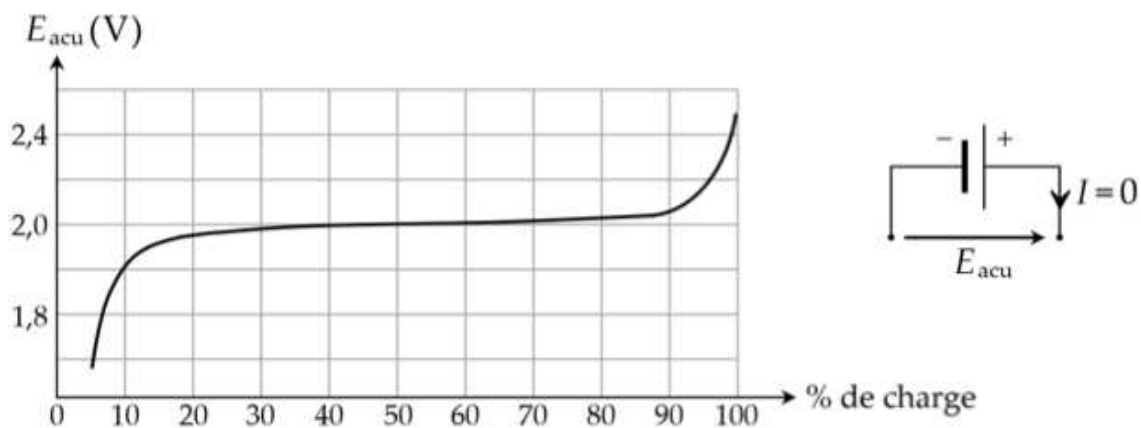


FIGURE 1 – Tension à vide d'un accumulateur en fonction de son pourcentage de charge

Lorsque l'accumulateur débite un courant I non nul, la tension U à ses bornes diminue.

On donne ci-dessous (FIGURE 2) la courbe représentant la tension U aux bornes d'un accumulateur chargé à 50 % en fonction du courant I qui le traverse en convention générateur.

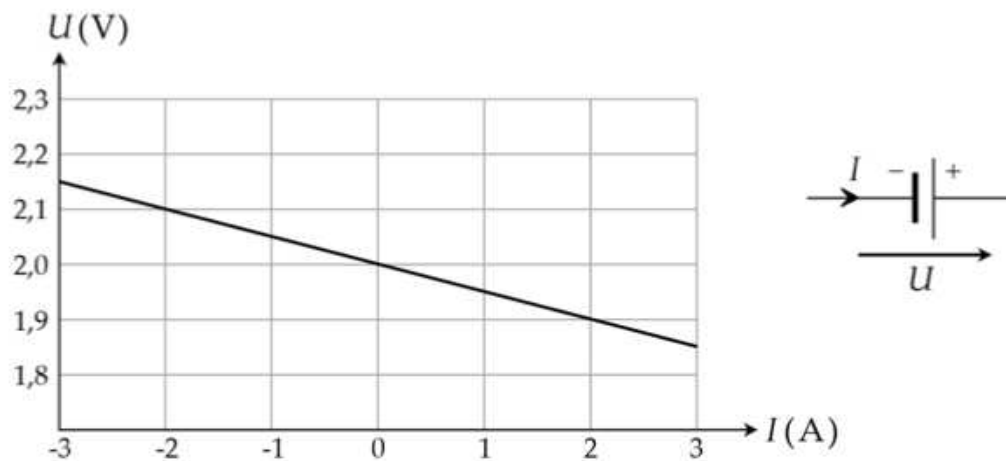


FIGURE 2 – Caractéristique statique d'un accumulateur chargé à 50 %

Dans cette partie, la charge de l'accumulateur étudié sera constamment comprise en 20 % et 90 %.

- Q1 1. Un accumulateur est-il un dipôle linéaire ou pas / actif ou passif / symétrique ou polarisé ?
- Q2 2. Justifier que l'on puisse modéliser l'accumulateur par l'association en série d'une source idéale de f.é.m. constante E_{acu} et d'un résistor de résistance r_{acu} .
- Q3 3. Donner la représentation Thévenin équivalente à un accumulateur. Exprimer alors la tension à ses bornes U en fonction de E_{acu} , r_{acu} et I l'intensité du courant qui le traverse en convention générateur.
- Q4 4. Déterminer graphiquement les valeurs numériques de E_{acu} et r_{acu} .

Caractéristiques de la batterie : la batterie étudiée comporte un ensemble de six accumulateurs identiques à celui étudié précédemment.

- Q5 1. Comment doit-on associer ces six accumulateurs de façon à obtenir une batterie de tension à vide E_{bat} maximale ?
- Q6 2. Donnez la représentation Thévenin équivalente à la batterie alors constitué. On précisera la valeur de E_{bat} et celle de r_{bat} , la résistance interne de la batterie.

Charge de la batterie : on étudie maintenant la "charge" d'une batterie initialement complètement déchargée (pourcentage de charge nul), on considère alors $e_{bat} = 0$.

Au fur et à mesure de la charge e_{bat} augmentera.

De façon à effectuer la charge, on utilise une alimentation électrique modélisée par un générateur de force électromotrice $E = 16$ V constante et de résistance interne négligeable.

On réalise le montage représenté FIGURE 3 ci-dessous : on a placé deux résistors de résistances respectives $R_1 = 2,0 \Omega$ et $R_2 = 5,0 \Omega$ pour contrôler la charge de la batterie.

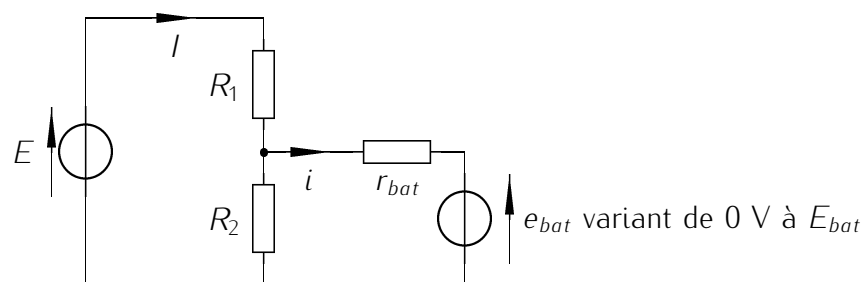


FIGURE 3 – Circuit utilisé pour charger la batterie

- Q7 1. Au début de la charge, la batterie est totalement déchargée, on considère alors $e_{bat} = 0$ V. À quel dipôle passif la batterie est-elle alors équivalente ? En déduire, par la méthode de votre choix, la valeur i_0 de l'intensité i du courant la traverse. Faire l'application numérique.

2. Lorsque e_{bat} n'est pas nul, c'est à dire en cours de charge, écrire un système d'équations permettant de déterminer l'expression de i en fonction de E , e_{bat} , R_1 , R_2 et r_{bat} .

3. Montrer que

$$i = \frac{ER_2 - (R_1 + R_2)e_{bat}}{r_{bat}R_1 + r_{bat}R_2 + R_1R_2}$$

(Il s'agit d'une question un peu calculatoire, ne passez pas trop de temps dessus.)

4. Pour quelle valeur de e_{bat} l'intensité i s'annule-t-elle ? D'après le graphe de la FIGURE 1, quel sera alors le pourcentage de charge des accumulateurs de la batterie ?

5. On souhaite que i s'annule lorsque la batterie est chargée à 100 %.

Quel sera alors la valeur de e_{bat} ?

On conserve $R_1 = 2,0 \, \Omega$. Quelle valeur numérique faut-il maintenant donner à R_2 ?

2 Utilisation d'un condensateur

De façon à utiliser un système de stockage plus "portable" que la batterie étudiée précédemment, on décide d'utiliser un condensateur de capacité C élevée.

On le considérera initialement complètement déchargé.

Charge d'un condensateur idéal à travers un résistor : on place un interrupteur K , une résistance $R = 10 \, \Omega$ et un condensateur de capacité C en série aux bornes d'un générateur de tension idéal de force électromotrice constante $E = 12 \, \text{V}$ (Cf. FIGURE 4).

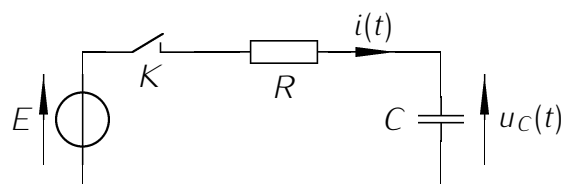


FIGURE 4 – Charge d'un condensateur idéal à travers un résistor

À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

1. Déterminez la valeur $u_C(0^+)$ et $u_C(\infty)$ de la tension $u_C(t)$ respectivement juste après la fermeture de K et au bout d'un temps très long (infini). Justifiez vos réponses.

2. Même question pour i , l'intensité du courant dans le circuit : on donnera $i(0^+)$ et $i(\infty)$.

3. On pose $\tau = RC$ et on se place à $t \geq 0$.

(a) Quelle est l'unité de τ dans le système international MKSA (mètre, kilogramme, seconde, ampère) ? Démontrez ce résultat à partir de relations constitutives.

(b) **Établir** l'équation différentielle à laquelle obéit $u_C(t)$.

(c) **Établir** l'expression de la tension $u_C(t)$ pour $t \geq 0$.

(d) Tracez l'allure de la courbe représentative de la fonction $u_C(t)$.

On fera apparaître la tangente à l'origine et l'asymptote.

(e) Déterminez, en fonction de τ , l'expression du temps t_1 à partir duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1 % de sa charge finale.

4. Exprimez l'énergie $E_C(\infty)$ emmagasinée par le condensateur **lorsque sa charge est terminée** en fonction de C et E .

5. Quelle est la puissance dissipée par effet Joule à la fin de la charge de C ?

Prise en compte de la résistance de fuite R_f : le condensateur précédent comporte en réalité des éléments résistifs qu'on modélisera par une résistance R_f dit "résistance de fuite" placée en parallèle avec C (Cf. FIGURE 5).

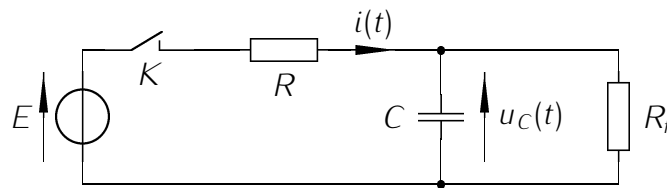


FIGURE 5 – Charge d'un condensateur réel à travers un résistor

À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

1. Déterminez la valeur $u_C(0^+)$ et $u_C(\infty)$ de la tension $u_C(t)$ respectivement juste après la fermeture de K et au bout d'un temps très long (infini). Justifiez vos réponses.
2. Même question pour i , l'intensité du courant qui traverse R : on donnera $i(0^+)$ et $i(\infty)$.
3. On se place à $t \geq 0$.
 - (a) Quelle est la relation liant $i(t)$ à $u_C(t)$?
 - (b) Quelle est l'équation différentielle à laquelle obéit $u_C(t)$?
 - (c) En déduire l'expression de la tension $u_C(t)$ pour $t \geq 0$.
 - (d) Tracez l'allure de la courbe représentative de la fonction $u_C(t)$.
On fera apparaître la tangente à l'origine et l'asymptote.
4. Exprimez l'énergie $E_C(\infty)$ emmagasinée par le condensateur **lorsque sa charge est terminée** en fonction de C , R , R_f et E .
5. Quelle est la puissance dissipée par effet Joule dans le condensateur réel lorsque sa charge est terminée? Faites l'application numérique pour $R_f = 10 \text{ M}\Omega$. Commentez.

3 Utilisation d'une bobine réelle

Bobine réelle : il s'agit d'un dipôle constitué par enroulement cylindrique d'un fil électrique.

Elle est caractérisée par son inductance L et sa résistance interne r .

On considère une bobine réelle d'inductance L et de résistance interne r non nulle.

On la modélise par l'association série d'une bobine idéale d'inductance L avec un résistor de résistance r (FIGURE 6 ci-dessous).

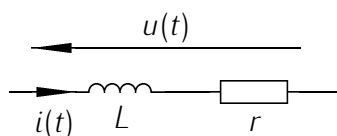


FIGURE 6 – Bobine réelle

1. Un fil cylindrique de longueur L , de section (aire) S et de résistivité ρ possède une résistance

$$r = \frac{\rho L}{S}$$

Sachant que le cuivre employé a une résistivité ρ de l'ordre de $20 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$, que le diamètre du fil de l'ordre du millimètre et que la valeur de r indiquée sur la bobine utilisée est de l'ordre de 10Ω , donner l'ordre de grandeur de la longueur L du fil enroulé.

2. Donnez la relation constitutive de la bobine réelle, c'est à dire la relation qui lie $u(t)$ à $i(t)$ sur la figure ci-dessus (FIGURE 7).
3. En déduire, en fonction de $i(t)$ et ses dérivées, l'expression $p(t)$ de la puissance reçue par la bobine réelle à l'instant t .

Stockage d'énergie dans la bobine : on utilise la bobine réelle précédente pour réaliser le circuit représenté ci-dessous (FIGURE 7).

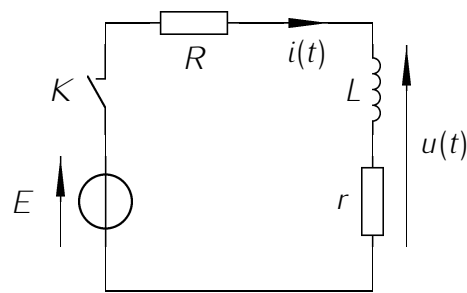


FIGURE 7 – Application d'un échelon de tension

Un générateur de tension de force électromotrice $E = 12 \text{ V}$ associé en série à un résistor de résistance $R = 10 \Omega$, un interrupteur K et la bobine précédente avec $L = 1 \text{ H}$ et $r = 10 \Omega$.

On ferme l'interrupteur K à $t = 0$ le courant étant précédemment nul.

- Q32 1. Établir l'équation différentielle régissant les variations de l'intensité $i(t)$ dans le circuit pour $t \geq 0$.
- Q33 2. Mettre cette équation sous la forme canonique.
On fera apparaître la constante de temps τ dont on donnera l'expression et la valeur numérique.
- Q34 3. Déterminez l'expression de $i(t)$ en justifiant soigneusement.
- Q35 4. Tracez soigneusement $i(t)$.
- Q36 5. Déterminez l'expression de $u(t)$ la tension aux bornes de la bobine **réelle** ?
- Q37 6. Déterminez, en fonction de E, R, r, L, t et τ la puissance $p(t)$ reçue par la bobine réelle à un instant t .
- Q38 7. Quelle est la valeur de $p(t)$ en régime permanent ? Interpréter physiquement, faites l'application numérique et commentez.