

Programme de Colle numero 6

Sommes et produit- Fonctions usuelles - Complexe

Semaine du 3 novembre 2025 :

Algèbre - chapitre 3 : Sommes et produit | Algèbre - chapitre 4 : nombre complexe, partie 1
Analyse Chapitre 3 : fonctions usuelles

? AUTO-TEST

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

► **AN2 : fonctions usuelles**

- ☐ Comment sont construites les fonctions $\ln$, $\exp$ et puissance réelles ?
- ☐ Comment montrer les formules autour de $\ln$? Et celle de $\exp$?
- ☐ Que signifie x^α pour α réel ?
- ☐ Qu'est ce que les croissances comparées ? Est-ce que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x}} = +\infty$ par croissances comparées ?
- ☐ Qu'est ce que les croissances comparées ? Est-ce que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x}} = +\infty$ par croissances comparées ?
- ☐ Présenter $\arctan$ (ou $\arcsin$, ou $\arccos$) : définition, limites, représentation graphique, calcul de la dérivée.
- ☐ Présenter cosinus et sinus hyperbolique.

► **AL3 : Sommes et produits**

- ☐ Que signifie $\sum_{i \in I} x_i$? $\prod_{i \in I} x_i$
- ☐ Comment gère-t-on un changement d'indice ? Peut-on poser $i = 2k$ comme changement ? et pourquoi pas ?
- ☐ Qu'est-ce qu'une somme télescopique ?
- ☐ Donnez les valeurs de $\sum_{k=0}^n k$, $\sum_{k=0}^n k^2$ et $\sum_{k=0}^n q^k$.
- ☐ Qu'est ce que les coefficients binomiaux ? Donnez les différentes formules autour de ces coefficients.
- ☐ Qu'est ce que la formule du binôme de Newton ? Et l'identité géométrique ?
- ☐ Qu'appelle-t-on somme double ? Somme triangulaire ?

► **AL4 : nombre complexe, partie 1**

- ☐ Qu'est ce qu'un nombre complexe ? Qu'appelle-t-on partie réelle ? Partie imaginaire ?
- ☐ Qu'est ce que le plan complexe ?
- ☐ Qu'est ce que le module d'un complexe ?
- ☐ Qu'est ce que les racines carré d'un complexe ?
- ☐ Qu'est ce qu'une equation algébrique ?
- ☐ Quel lien entre factorisation et racine d'un polynôme ?
- ☐ Comment résout-on une équation du second degré à coefficient complexe ? Et à coeff réel, mais inconnue dans $\mathbb{C}$?

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

1. Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction en justifiant rigoureusement les problèmes de composition.
2. Etudier une fonction à partir de sa dérivée et son tableau de variation (avec des limites simple à calculer), incluant les nouvelles fonctions du chapitre "fonctions usuelles".
3. Tracer le graphe représentatif d'une fonction à partir de son étude.
4. Manipulation de sommes (changement de variable, factorisation, télescopage, somme double etc...).
5. Résoudre des équations simples avec des nombres complexes (pas de polynômes du second degré pour l'instant, forme algébrique uniquement)



DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

Les démonstrations ci dessous peuvent être demandées :

- ▶ Inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$.
- ▶ $P(\alpha) = 0$ si et seulement si on peut écrire $P(z) = (z - \alpha)Q(z)$ avec Q polynomiale.
- ▶ Fonction arctan : justification de la dérivabilité et expression de la dérivée.