

Problème n°1 :

IV A) $\lambda = c/f$ avec $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s. $f_{m1} = 300$ Hz $\lambda_1 = 1,00 \cdot 10^3$ km $f_{m2} = 4,50$ kHz $\lambda_2 = 67$ km

Une antenne demi-onde aurait une taille comprise entre 33 et 500 km : irréalisable !!

Il faut une porteuse de fréquence beaucoup plus grande, donc de longueur d'onde beaucoup plus petite.

Avec des porteuses de fréquences distinctes, on peut faire coexister plusieurs émissions de radio.

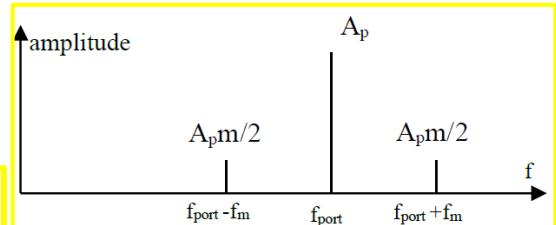
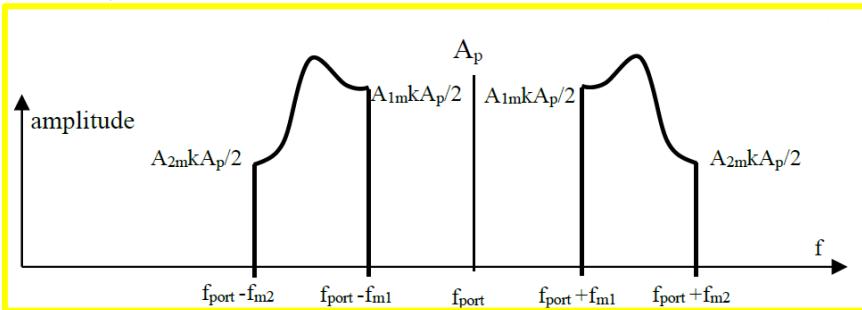
IV B 1). D'après le schéma-bloc : $s(t) = p(t) + k \cdot p(t) \cdot e(t) = A_p(1 + k \cdot A_m \cdot \cos(2\pi f_m t)) \cos(2\pi f_{port} t)$

On pose $m = k \cdot A_m$

IV B 3) En utilisant $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

$$s(t) = A_p \cos(2\pi f_{port} t) + A_p \cdot \frac{m}{2} \cos(2\pi(f_{port} + f_m)t) + A_p \cdot \frac{m}{2} \cos(2\pi(f_{port} - f_m)t)$$

IV B 4 a)



IV B 4 b) La bande passante d'un filtre nécessaire à la transmission intégrale du signal $s(t)$ est donc

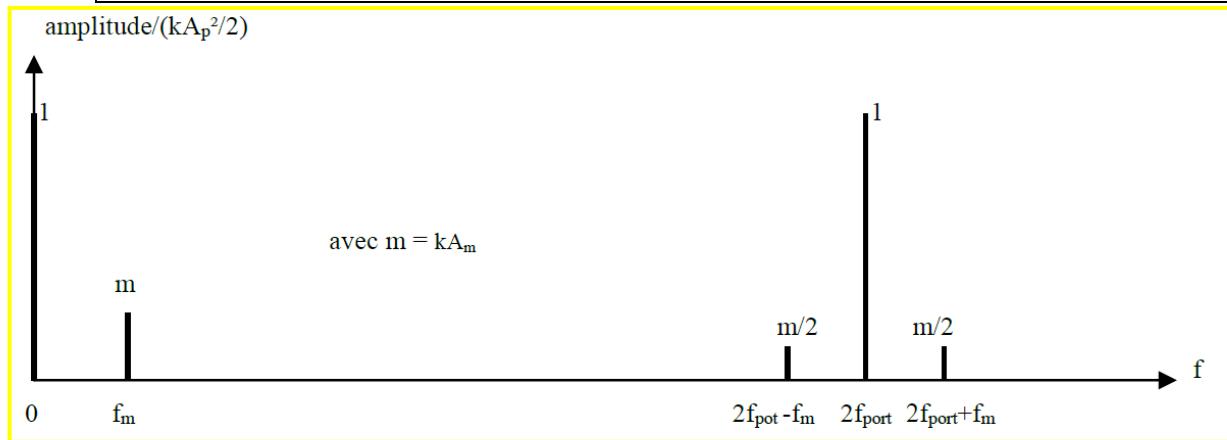
$$[f_{port} - f_{m2}, f_{port} + f_{m2}] \text{ soit } [180,5 \text{ kHz ; } 189,5 \text{ kHz}] \text{ Filtre passe-bande.}$$

IV C Démodulation synchrone

$$s'(t) = k \cdot p(t) \cdot s(t)$$

$$= k \cdot A_p \cos(2\pi f_{port} t) \cdot [A_p \cos(2\pi f_{port} t) + A_p \cdot \frac{m}{2} \cos(2\pi(f_{port} + f_m)t) + A_p \cdot \frac{m}{2} \cos(2\pi(f_{port} - f_m)t)]$$

$$s'(t) = k A_p^2 / 2 \cdot [1 + \cos(2\pi 2f_{port} t) + \frac{m}{2} \cos(2\pi(2f_{port} + f_m)t) + m \cos(2\pi f_m t) + \frac{m}{2} \cos(2\pi(2f_{port} - f_m)t)]$$



IV C 2 a) le filtre passe-bas (1) élimine les 3 fréquences les plus élevées, il reste donc la composante continue et

l'harmonique à f_m : $s''(t) = k A_p^2 / 2 \cdot [1 + m \cos(2\pi f_m t)]$. (spectre avec raie à $f=0$ et f_m)

IV C 2 b) Il faut choisir f_{C1} entre f_m et $2f_{port} - f_m$.

IV C 2 c) Le condensateur C élimine la composante continue : $d(t) = k A_p^2 / 2 \cdot m \cos(2\pi f_m t)$
(spectre avec raie à f_m)

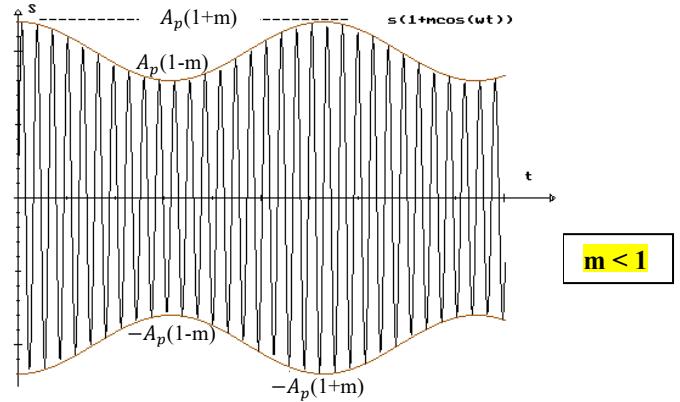
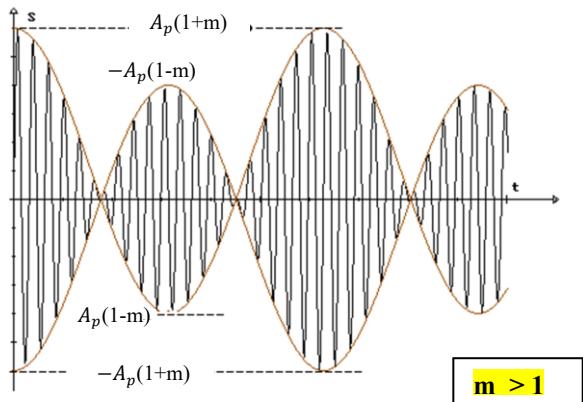
IV C 2 d) le filtre passe-bas (2) élimine l'harmonique à f_m : $a(t) = k A_p^2 / 2$

IV C 2 e) la fréquence de $d(t)$ est f_m , le rapport des amplitudes de $d(t)$ et $a(t)$ est $m = kA_m$

l'analyse de $d(t)$ et $a(t)$ permet donc de reconstituer le signal modulant $e(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$. Les fluctuations de la qualité de la réception se répercutent à la fois sur $a(t)$ et sur $d(t)$. En tenant compte de celles sur $a(t)$, on peut ajuster automatiquement l'amplification de $d(t)$ pour que l'auditeur puisse avoir une bonne qualité d'écoute.

IV.D - Détection de crête

IV.D.1)



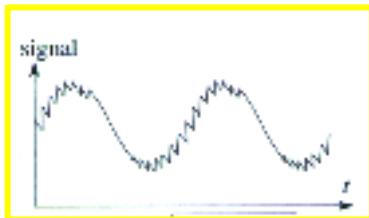
IV.D.2) L'enveloppe sera correctement détectée si $m < 1$ car alors les enveloppes ne se croisent pas.

IV.D.3) Le condensateur se charge très vite à travers la diode, quand elle est passante, et alors $v(t) = s(t)$. Puis la diode se bloque quand $s(t)$ tend à décroître trop rapidement. Le condensateur se décharge alors, plus lentement, à travers la résistance. Il faut d'une part que le condensateur n'ait pas le temps de se décharger sensiblement entre deux pics d'oscillation rapide de $s(t)$,

d'où $RC \gg \frac{1}{f_{port}}$. D'autre part, il faut que $v(t)$ arrive à suivre les fluctuations de l'enveloppe dues à $e(t)$, d'où $RC \ll \frac{1}{f_m}$.

L'allure de $s(t)$ est celle dessinée plus haut pour $m < 1$.

Celle de $v_s(t)$ est donnée ci-contre.



Pb n°2 : e3a PSI 2016

Etude de la combustion complète du gazole

1. D'après le Doc. 1, le gazole est assimilé à $C_{7,25}H_{13}$, d'où $C_{7,25}H_{13}(\text{liq}) + \frac{21}{2}O_2(\text{vap}) = 7,25 CO_2(\text{vap}) + \frac{13}{2}H_2O(\text{vap})$

NB : l'état physique de l'eau est déduit du Document 1 et des données thermodynamiques fournies.

Vérifions grâce à un tableau d'avancement les masses de réactifs et de produits données dans le Document 1.

	$C_{7,25}H_{13}(\text{liq})$	$+ \frac{21}{2}O_2(\text{vap})$	$= 7,25 CO_2(\text{vap})$	$+ \frac{13}{2}H_2O(\text{vap})$	n_{N_2}
$t = 0$	n_0	n_{O_2}	0	0	n_{N_2}
t	$n_0 - \xi$	$n_{O_2} - \frac{21}{2} \cdot \xi$	$7,25 \cdot \xi$	$\frac{13}{2} \cdot \xi$	n_{N_2}

On note que $M_{\text{gazole}} = 7,25 \times 12 + 13 = 100 \text{ g. mol}^{-1}$.

Pour réaliser la combustion totale de $m=1 \text{ kg}$ de carburant, soit $n_0 = \frac{m}{M_{C_{7,25}H_{13}}} = 10 \text{ mol}$ de gazole, la quantité de O_2

nécessaire est $n_{O_2} = \frac{21}{2}n_0 = 105 \text{ mol}$. D'après l'énoncé, la quantité de N_2 associée vaut $n_{N_2} = 3,7 \cdot n_{O_2} = 388,5 \text{ mol}$.

La réaction produit : $n_{CO_2} = 7,25 \cdot n_0 = 72,5 \text{ mol}$ de CO_2 et $n_{H_2O} = \frac{13}{2} n_0 = 65 \text{ mol}$ de H_2O .

$m_{O_2} = 105 \times 0,032 = 3,4 \text{ kg}$; $m_{N_2} = 388,5 \times 0,028 = 10,9 \text{ kg}$ (donc 14,3 kg d'air) ; $m_{CO_2} = 72,5 \times 0,044 = 3,2 \text{ kg}$;

$m_{H_2O} = 65 \times 0,018 = 1,2 \text{ kg}$. Ces valeurs sont en accord avec le texte.

2. D'après le Document 2, la voiture consomme $V_{gazole} = 4,5 \cdot 10^{-2}$ L de gazole par km, soit une masse de gazole $m_{gazole} = \rho_{gazole} V_{gazole} = 3,78 \cdot 10^{-2}$ kg de gazole par km (la masse volumique est fournie dans le Document 1, paragraphe « L'énergie libérée par la combustion »).

La combustion du gazole entraîne donc la formation de $m_{CO_2} = 7,25 m_{gazole} \frac{M_{CO_2}}{M_{gazole}} = 121$ g/km. C'est cohérent.

3. L'oxygène O est réduit (le nombre d'oxydation de O passe de 0 dans O_2 à -II dans CO_2 et H_2O), le carbone C est oxydé. On peut le justifier par le fait que l'oxygène est bien plus électronégatif que le carbone et que l'hydrogène. Pour répondre à la question, c'est $C_{7,25}H_{13}$ qui s'oxyde, et O_2 qui se réduit en H_2O .

4. D'après la loi de Hess : $\Delta_r H^\circ = 7,25 \Delta_f H^\circ(CO_2(\text{vap})) + \frac{13}{2} \Delta_f H^\circ(H_2O(\text{vap})) - \Delta_f H^\circ(C_{7,25}H_{13}(\text{liq})) - \frac{21}{2} \Delta_f H^\circ(O_2(\text{vap}))$

$$\Delta_r H^\circ = 245 - 7,25 \times 393 - 13 \times 121 = -4,18 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$
 (réaction exothermique).

L'énergie libérée lors de la combustion (à P et T constantes) d'1 kg de gazole vaut :

$$Q_p = -n_0 \times \Delta_r H^\circ = 41,8 \cdot 10^3 \text{ kJ} \simeq 42 \text{ MJ}.$$

La combustion d'1 litre de gazole libère

$$\Delta H = 41,8 \cdot 10^3 \times 0,840 \simeq 35 \text{ MJ}.$$
 Cohérent avec le paragraphe « l'énergie libérée par la combustion »

5. Température maximale atteinte par le système en évolution adiabatique et isobare, en supposant la réaction totale, et les proportions stœchiométriques, avec N_2 comme seul spectateur. On applique le premier principe au système ci-contre : $\Delta H_1 + \Delta H_2 = Q = 0$.

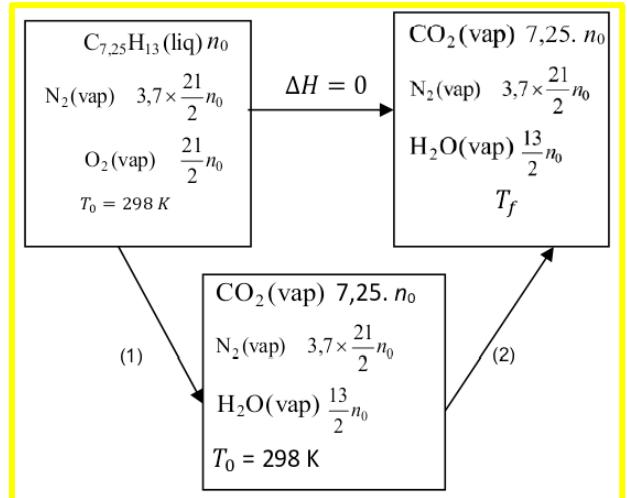
(1) Transformation à T constante : $\Delta H_1 = n_0 \times \Delta_r H^\circ$

(2) Élévation de T à composition constante :

$$\Delta H_2 = (T_f - T_0) n_0 (7,25 C_{pm}^\circ(CO_2, g) + \frac{13}{2} C_{pm}^\circ(H_2O, g) + 3,7 \times \frac{21}{2} C_{pm}^\circ(N_2, g))$$

$$T_f = T_0 - \frac{\Delta_r H^\circ}{7,25 \cdot C_{pm}^\circ(CO_2, g) + \frac{13}{2} C_{pm}^\circ(H_2O, g) + 3,7 \times \frac{21}{2} C_{pm}^\circ(N_2, g)}$$

$$T_f = 2910 \text{ K}$$



6.* Proportions initiales des réactifs différentes de la stœchiométrie « parfaite » (voir Document 1, « la combustion en conditions réelles »)

* Pertes de chaleur (hypothèse sur l'adiabaticité du système non vérifiée)

* Décomposition des produits de combustion à haute T (dissociation thermique), souvent endothermique.

Problème n°3 : Centrale TSI 2023 (extrait)

I Étude thermique d'une serre

I.A- Équation de diffusion à travers une paroi latérale de la serre en polycarbonate

Q1. On recherche un champ de température dans le parallélépipède de la forme $T(x, t)$ car : les conditions aux limites imposées sur chaque face sont indépendantes de y et de z .

Q2. On applique le premier principe de la thermodynamique à Σ_0 , entre t et $t + dt$:

$$\rho S dx c (T(t + dt) - T(t)) = Sj(x, t) dt - Sj(x + dx, t) dt$$

On divise par $S dx dt$, et on obtient en faisant tendre dx et dt vers 0 :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial j}{\partial x}, \text{ ce qui donne bien } \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{1}{\rho c} \frac{\partial j}{\partial x}.$$

Q3. Le signe - dans la loi de Fourier traduit le fait que l'énergie thermique s'écoule des zones de haute température vers les zones de basse température, alors que le gradient de la température est dirigé des basses vers les hautes températures.

Q4. Dans le cadre de notre étude unidimensionnelle selon l'axe (Ox), la relation de Fourier s'écrit :

$$j(x, t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \vec{e}_x, \text{ d'où } j(x, t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Q5. On combine les résultats des questions Q2, et Q4 : $\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)$, ce qui donne bien : $\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

avec $D = \frac{\lambda}{\rho c}$ appelé **diffusivité thermique** du matériau. Elle s'exprime en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Q6. Le temps caractéristique de diffusion de la chaleur à travers la paroi de polycarbonate, dont l'épaisseur est notée E est $\tau = \frac{e^2}{D}$. Numériquement, $\tau = \frac{10^{-4} \times 1,2 \cdot 10^3 \times 1674}{0,2} \simeq 1,10^3 \text{ s}$.

I.B- Étude du régime stationnaire

Q7. Dans le cas d'un régime stationnaire, l'équation de diffusion thermique devient $\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$, d'où $T(x) = \frac{T_e - T_i}{e} x + T_i$.

Q8. Le flux thermique ϕ traversant la plaque de section S orthogonale à l'axe (Ox) orientée dans le sens des $x > 0$ est $\phi = \iint_S j(x, t) \vec{e}_x \cdot dS \vec{e}_x = \frac{-\lambda(T_e - T_i)}{e} S$.

Q9. On a donc $T_i - T_e = \frac{e}{\lambda S} \phi$. Par analogie avec la loi d'Ohm, $T_i - T_e = R_{th} \phi$, avec $R_{th} = \frac{e}{\lambda S}$. Numériquement, $R_{th} = \frac{10^{-2}}{0,2 \times 30} = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$.

Q10. Grâce au schéma électrique équivalent, $P_{th} = \phi = \frac{T_i - T_e}{R_{th} + R_{cc}}$.

Numériquement, $P_{th} = \frac{20-5}{1,7 \times 10^{-3} + 1,1 \times 10^{-3}} = 5,4 \text{ kW}$

II-Étude thermodynamique de la machine frigorifique

Remarque préliminaire : il y a une faute dans l'énoncé : la transformation qui fait passer de l'état 3 à l'état 4 n'est pas une « compression isobare » !! Mais une liquéfaction totale et isobare (j'ai corrigé l'énoncé)

Q11. La chambre froide se trouve au niveau de l'évaporateur. En effet, pour passer de l'état liquide à l'état vapeur, le fluide interne de la machine (le réfrigérant) a besoin de recevoir de l'énergie thermique, et il la prend à la chambre froide.

Q12. Une machine frigorifique est un récepteur, donc une machine qui « pompe » l'énergie thermique, pour la faire « remonter » de la source froide vers la source chaude (donc $Q_c < 0$ et $Q_f > 0$) ; et pour y parvenir, son fluide interne a besoin qu'on lui fournisse de l'énergie mécanique : $W > 0$.

Q13. L'efficacité d'une machine frigorifique est $e = \frac{Q_f}{W}$

Q14. On applique le premier principe de la thermodynamique au fluide interne de la machine pendant un cycle (ici, pas la peine de considérer la durée d'un cycle comme infinitésimale, car on n'a pas de pseudo-source thermique dont la température varierait lentement. :

$$W + Q_f + Q_c = 0.$$

Puis le second principe, en supposant les transformations réversibles (modèle de Carnot) :

$$\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} = 0$$

On en déduit que $e_c = \frac{Q_f}{-Q_c - Q_f} = \frac{Q_f}{\frac{T_c}{T_f} Q_f - Q_f} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$, donc $e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f}$.

L'efficacité réelle vérifie $e < e_c$. En effet, le second principe conduit à $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} < 0$, donc $-Q_c > \frac{T_c}{T_f} Q_f$, donc $-Q_c - Q_f > \frac{T_c - T_f}{T_f} Q_f > 0$, et donc $\frac{T_f}{T_c - T_f} > \frac{Q_f}{-Q_c - Q_f}$.

Q15. Avec $T_c = 45^\circ\text{C}$ et $T_f = 3^\circ\text{C}$, on trouve $e_c = \frac{276}{45-3} = 6,6$. Cette machine (idéale) parvient à extraire de la chambre froide une énergie thermique près de 7 fois plus grande que l'énergie mécanique dont elle a eu besoin.

II.A – Description du cycle

Q16. Le cycle thermodynamique est représenté sur le diagramme des frigoristes (figure A du document réponse).

Q17. Le sens de parcours du cycle est le **sens trigonométrique direct**, comme cela est toujours le cas pour un **fonctionnement récepteur**. On le montre facilement pour un diagramme (P,V) ou (T,S), comme cela a été fait dans le cours. Et pour un diagramme (P,h), cela se retrouve aussi car pour un corps pur diphasé, la pression est fonction croissante de la température, et comme vu dans Q1, quand le fluide interne se vaporise (donc quand l'enthalpie massique augmente), il est en contact avec la source froide, donc dans la partie basse du cycle.

Q18. Au **point 3, le fluide est de la vapeur saturante** (le point 3 est sur la courbe de rosée) et au **point 4, le fluide est du liquide saturant** (le point 4 est sur la courbe d'ébullition).

Q19. Au point 6, on lit graphiquement le titre en vapeur $x_v = 0,30 = 30\%$.

Q20. Le premier principe « industriel » pour un fluide en écoulement stationnaire, dans lequel on néglige les variations d'énergie cinétique massique Δec et d'énergie potentielle de pesanteur massique Δep devant la variation d'enthalpie massique Δh , est $\Delta h = w_u + q$. Remarque : w_u est noté ici w_i .

Q21. On applique ce premier principe industriel dans l'évaporateur, où il n'y a pas de pièces mécaniques mobiles : $q_f = h_1 - h_6$. Numériquement, $q_f = 402 - 256 = 146 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

Q22. De même, dans le condenseur, $q_c = h_5 - h_2$. Numériquement, $q_c = 256 - 442 = -186 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

Q23. On applique ce premier principe industriel dans le compresseur, dont l'énoncé nous dit qu'il est adiabatique :

$w_i = h_2 - h_1$. Numériquement, $w_i = 442 - 422 = +40 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

Q24. On en déduit l'efficacité réelle de la machine frigorifique : $e = \frac{q_f}{w_i} = 3,6$.

Elle est nettement inférieure à e_c .

Q25. La version puissance du premier principe industriel, exprimée dans la chambre froide, qui ne comporte pas de pièce mécanique mobile, s'écrit : $D_m(h_1 - h_6) = P_{th}$. D'où $P_{th} = 0,16 \times (402 - 256) = 23 \text{ kW}$.

Pb n°4 : d'après CC INP PSI 2021 Spectre d'un signal numérique

Q1. On constate que 3 périodes s'étaisent sur 8 divisions, c'est-à-dire sur 2 ms, donc la période du signal sinusoïdal est $T = 0,67 \text{ ms}$, et la fréquence est $f = 1,5 \text{ kHz}$. D'ailleurs, l'information apparaît en bas de l'écran !

Puisqu'il y a 10 divisions, la durée totale d'acquisition est $T_a = 2,5 \text{ ms}$, et puisque le nombre d'échantillons est $N_e = 2480$, la période d'échantillonnage est $T_e = \frac{T_a}{N_e} \simeq 1 \mu\text{s}$, donc une valeur approchée (la calculatrice était interdite) de la fréquence d'échantillonnage de cet enregistrement est $f_e = \frac{1}{T_e} = \frac{N_e}{T_a} \simeq 1 \text{ MHz}$...

Le lien entre la plus haute fréquence $f_2 = 496 \text{ kHz}$, repérée par le curseur 2, et la fréquence d'échantillonnage est, comme d'habitude avec une FFT : $f_2 = \frac{f_e}{2}$. Notons que cela confirme l'estimation de f_e .

Q2. Pour dilater l'échelle des fréquences sur l'oscilloscope, il faut **augmenter la durée par division**, c'est-à-dire augmenter T_a , donc diminuer f_e , puisque N_e est constant. Ainsi, on diminue f_2 , et par conséquent on dilate bien l'échelle des fréquences.

C'est cohérent avec le nouvel oscillogramme 2 de la figure 4, sur lequel on voit bien que le signal sinusoïdal est très « tassé » horizontalement.

La nouvelle valeur de la plus grande fréquence f_2 de ce spectre correspond au curseur X2, et vaut $f'_2 = 4,96$ kHz. Elle était prévisible car, cette fois l'échelle horizontale temporelle est de 25 ms/div. et, comme déjà dit à la question Q1, $f'_2 = \frac{N_e}{2T_a} = \frac{2480}{2 \times 10 \times 25 \cdot 10^{-3}}$, ce qui fait bien **4,96 kHz**.

Q3. À force de dilater l'échelle des fréquences, on diminue la fréquence d'échantillonnage, et il arrive un moment où on **ne respecte plus le critère de Shannon-Nyquist**. C'est ce qui se produit sur l'oscillogramme 3 de la figure 5 : Grâce à l'indication de la fréquence du curseur X2, on sait que la fréquence d'échantillonnage est ici $f_e'' = 2 \times 1,24$ kHz. Or, d'après les oscillogrammes 1 et 2, la fréquence de la sinusoïde étudiée ici est de 1,5 kHz, ce qui est supérieur à $\frac{f_e''}{2}$.

Il y a donc un phénomène de **repliement du spectre**, qui fait apparaître la fréquence fantôme :

$f_e'' - f = 2,48 - 1,5 \simeq 1$ kHz. Le curseur X1 indique en effet 1 kHz, mais on peut penser qu'il n'est pas exactement sur le pic du spectre. D'ailleurs, entre l'oscillogramme 2 et l'oscillogramme 3, la valeur en dB est passée de -15,1 à -20,0.

