Surchauffe ?

1. Une résistance R est soumise à une tension U, on note I l'intensité du courant qui la traverse alors en convention récepteur. Déterminer l'expression de P la puissance reçue (puis dissipée par effet Joule) par la
Q1 résistance en fonction de R et U uniquement.
2. Un expérimentateur a câblé le montage dessiné figure 1 ci-dessous
   Au point commun des trois résistances apparaît un potentiel V défini par rapport à la masse.

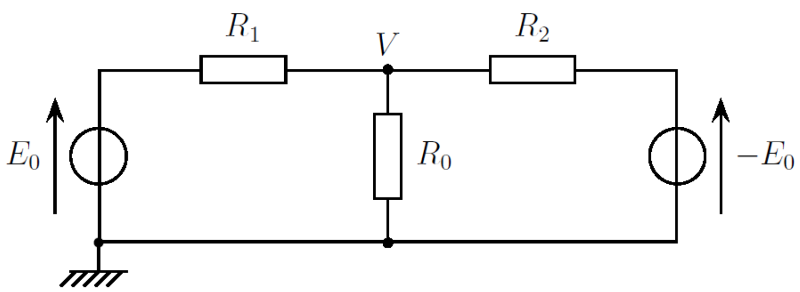


Figure 1 – Réseau électrique

Q2 (a) Exprimer la tension aux bornes de chaque résistance en fonction de E_0 et V.
Q3 (b) Exprimer, en fonction de E_0, V, R_0, R_1 et R_2 la puissance Joule dissipée par le réseau en entier.
Q4 (c) Quelle relation le potentiel V devrait-il respecter pour que cette puissance soit minimale ?

3. (a) En utilisant les relations constitutives des dipôles et la définition de la tension électrique, exprimer
Q5 l'intensité du courant circulant dans chacune des trois branches en fonction de E_0, V, R_0, R_1 et R_2.
Q6 (b) Appliquer la loi des nœuds.
Q7 (c) En déduire le potentiel V en fonction des données de l'énoncé.

Q8 4. Comparer les relations obtenues aux questions 2.(b) et 3. Commenter.

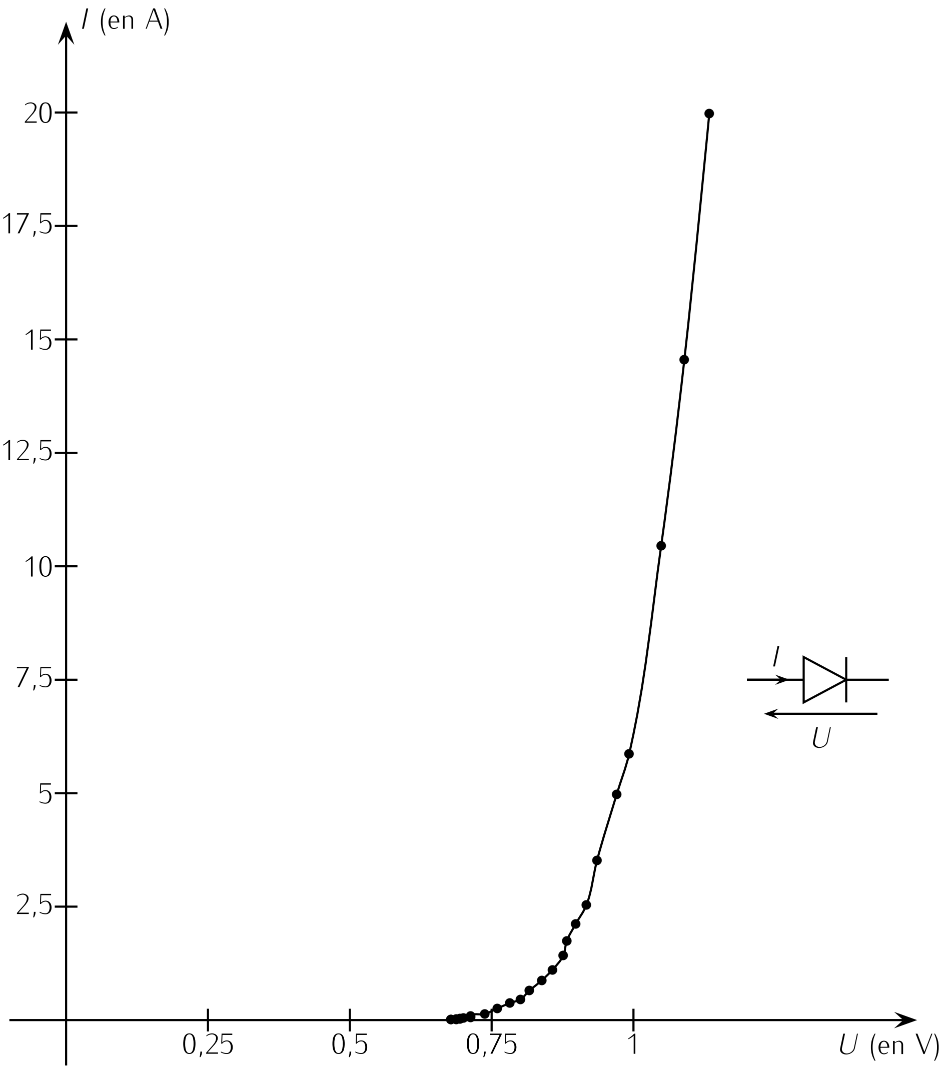
5. Les résistances, $R_0 = 10\ \Omega$, $R_1 = 680\ \Omega$ et $R_2 = 56\ \Omega$ sont choisies dans un lot standard ne pouvant supporter une dissipation supérieure au demi Watt.
Q9 Sachant que $E_0 = 15$ V, déterminer s'il existe un risque de surchauffe pour l'une des résistances.

On se propose maintenant d'illustrer la notion de résistance de protection pour un montage à diode.

Q10 6. Tracer la caractéristique intensité-tension d'un générateur réel (modèle linéaire).

7. Expliquer la notion de point de fonctionnement et la méthode pour la trouver graphiquement à partir des
Q11 caractéristiques en prenant l'exemple d'un circuit contenant un générateur réel et un résistor.

La documentation pour la diode BY251 indique que le courant maximal que peut supporter la diode est : $I_{max} = 3\,\text{A}$. Elle donne aussi la caractéristique intensité tension suivante :

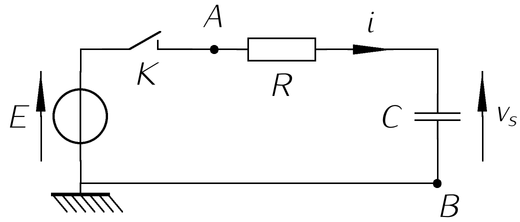


8. Si l'on branche aux bornes de la diode un générateur idéal de tension de force éléctromotrice $E = 1{,}1\,\text{V}$,
Q12 quel sera le courant parcourant la diode ? Y-a-t-il un problème ?
9. Parmi les générateurs réels de force électromotrice $E = 1{,}1\,\text{V}$ permettant de ne pas détruire la diode, tracer la caractéristique de celui qui a la plus petite résistance interne (vous devez utiliser le sujet pour faire la
Q13 mesure, mais il faut reproduire qualitativement le schéma sur votre copie pour expliquer la démarche) ?
10. En déduire la valeur de la résistance à ajouter en série avec la diode pour la « protéger » d'un générateur
Q14 de force électromotrice $1{,}1\,\text{V}$ et de résistance interne nulle ou inconnue.
11. Comment pensez vous que les points pour des intensités supérieures à $3\,\text{A}$ ont été obtenus ? (La caractéristique présente dans la documentation allait jusqu'à $100\,\text{A}$, mais aucune diode n'a été maltraitée lors de la
Q15 conception de ce sujet)

Du circuit RC au défibrillateur cardiaque.

A. Charge d'un condensateur à travers une résistance.

Un dipôle comporte entre deux bornes A et B une résistance R et un condensateur de capacité C placés en série.
On place aux bornes A et B du dipôle un générateur idéal de force électromotrice constance E et un interrupteur K.
Initialement le circuit est ouvert et le condensateur déchargé. Soit v_s la tension aux bornes du condensateur.
À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.



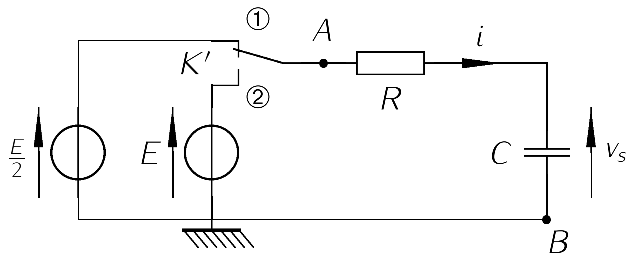
1. Quelle est la valeur $v_s(0^+)$ et $v_s(\infty)$ de la tension v_s respectivement juste après la fermeture de K et au bout d'un temps très long (infini).
   Même question pour i, l'intensité du courant dans le circuit : on donnera $i(0^-)$ et $i(\infty)$.
2. On pose $\tau = RC$ et on se place à $t \geq 0$.
   (a) Quelle est l'unité de τ dans le système international MKSA (mètre, kilogramme, seconde, ampère) ? Démontrez ce résultat.
   (b) Établir l'équation différentielle à laquelle obéit $v_s(t)$.
   (c) Établir l'expression de la tension $v_s(t)$ pour $t \geq 0$.
   (d) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $v_s(t)$.
   On fera apparaître la tangente à l'origine et l'asymptote.
   (e) Déterminer, en fonction de τ, l'expression du temps t_1 à partir duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1 % de sa charge finale.
3. Déterminer l'expression de $i(t)$.

B. Étude énergétique de la charge du condensateur.

1. Exprimer l'énergie E_C emmagasinée par le condensateur **lorsque sa charge est terminée** en fonction de C et E.
2. Déterminer l'énergie E_G fournie par le générateur à la fin de la charge, en déduire celle E_R dissipée par effet Joule dans le résistor à la fin de la charge.
3. On pose $\rho = \frac{E_C}{E_G}$ le rendement énergétique de la charge du condensateur par le générateur à travers une résistance. Calculer ρ et commenter.

C. Amélioration du rendement énergétique.

Afin d'améliorer le rendement de la charge du condensateur, on effectue celle-ci en deux étapes. On considère pour cela le montage représenté ci-contre.
À la date $t = 0$, le condensateur étant déchargé, on ferme l'interrupteur K' dans la position ① (phase ①). Lorsque la charge sous la tension $\frac{E}{2}$ est terminée, on bascule K' dans la position ② (phase ②) et on procède à la charge du condensateur sous la tension E.



1. Quelle est l'énergie E_{G1} fournie par le générateur au cours de la phase ① ?
   Quelle est l'énergie E_{C1} emmagasinée par le condensateur au cours de cette même phase ?
2. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la tension v_s au cours de la deuxième phase de la charge ?
   En prenant comme origine des temps ($t = 0$) la date à laquelle on bascule l'interrupteur de la position ① à la position ②, déterminer l'expression de $v_s(t)$ au cours de la phase ②.

3. En déduire, en fonction du temps, l'expression de $i(t)$ qui traverse le circuit au cours de la phase ②.
4. Quelle est l'expression, en fonction de C et E, de l'énergie E_{G2} fournie par le générateur et E_{C2} l'énergie emmagasinée par le condensateur au cours de la phase ②.
5. Calculer le rendement énergétique ρ' de la charge du condensateur lorsque cette dernière est effectuée en deux étapes.
6. Compte tenu des rendements lors de la charge du condensateur avec les deux méthodes précédentes, indiquer comment il faudrait procéder pour faire tendre le rendement de la charge du condensateur vers 1. Aucun calcul n'est demandé dans cette question.

Surchauffe ?

1. Par application de la loi d'Ohm, en convention récepteur,

Q16 $U = RI \iff I = \frac{U}{R}$ et par définition de la puissance, $\boxed{P = U.I = \dfrac{U^2}{R}}$

Puissance reçue positive ⇒ effectivement reçue

2. On peut représenter les potentiels et leurs différences (tensions) sur le montage :

Pensez à utiliser le résultat de la question précédente

(a) La puissance Joule dissipée par le réseau en entier est la somme des puissances dissipées par chaque résistor :

$$P = P_1 + P_2 + P_0 = \frac{U_1^2}{R_1} + \frac{U_0^2}{R_0} + \frac{U_2^2}{R_2}$$

et par lecture directe sur le montage, $U_1 = E_0 - V$, $U_0 = V - 0$ et $U_2 = V - (-E_0) = V + E_0$ d'où l'expression

Revoir la notion de tension = différence de potentiels si nécessaire

$$\boxed{P = \frac{(E_0 - V)^2}{R_1} + \frac{V^2}{R_0} + \frac{(E_0 + V)^2}{R_2}}$$

Q17 (b) La fonction $P(V)$ atteint un extremum (minimum ici, d'après l'énoncé) quand

Calcul très classique de recherche d'un extremum

$$\frac{dP}{dV} = 0 \Rightarrow \frac{-2(E_0 - V)}{R_1} + \frac{2V}{R_0} + \frac{2(E_0 + V)}{R_2} = 0 \Rightarrow \boxed{V = \frac{\frac{E_0}{R_1} - \frac{E_0}{R_2}}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}$$

Q18 3. (a) On a d'après les relations constitutives des dipôles : $I_0 = \frac{V}{R_0}$; $I_1 = \frac{E_0 - V}{R_0}$; $I_2 = \frac{V + E_0}{R_0}$

(b) La loi des nœuds donne :

$$I_0 + I_1 + I_2 = 0$$

Q19

(c) On remplace les expressions des intensités :

$$\frac{0 - V + E_0}{R_1} + \frac{0 - V}{R_0} + \frac{0 - V - E_0}{R_2} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{V - E_0}{R_1} + \frac{V}{R_0} + \frac{V + E_0}{R_2} = 0x}$$

Q20

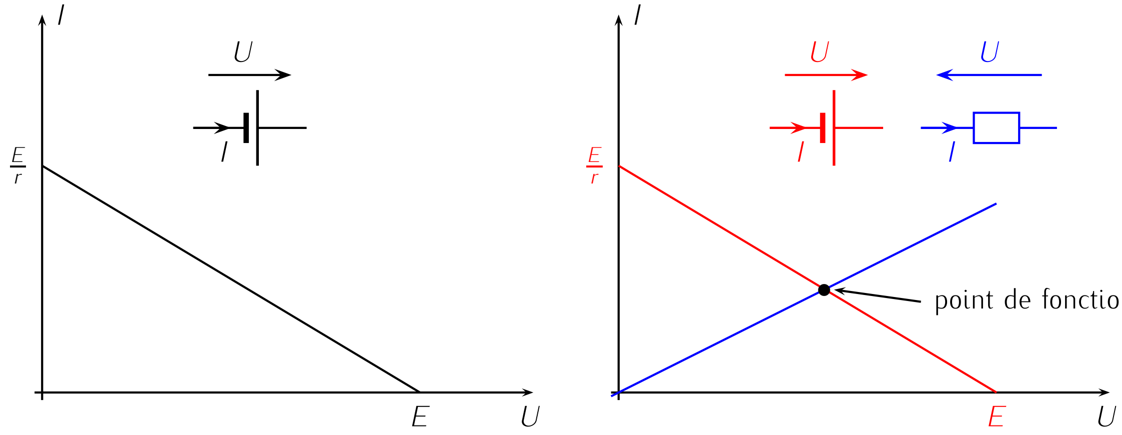
4. Isolons V à partir de la loi des nœuds en termes de potentiels :

$$\boxed{V = \frac{\frac{E_0}{R_1} - \frac{E_0}{R_2}}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}$$

On obtient la $\boxed{\text{même expression de } V}$, cela signifie que le circuit atteint un état d'équilibre tel que la puissance dissipée soit minimale.

5. L'expression calculée au 4. nous permet de calculer $V = \frac{E_0(R_0R_2 - R_0R_1)}{R_1R_2 + R_0R_2 + R_0R_1} \simeq -2{,}06$ V
On en déduit ensuite successivement
   - $P_1 = \frac{(E_0 - V)^2}{R_1} \simeq \frac{13^2}{680} \simeq 0{,}25$ W $< P_{\max} = 0{,}5$ W, $\boxed{\text{pas de risque pour le résistor } R_1}$.
   - $P_2 = \frac{(E_0 + V)^2}{R_2} \simeq \frac{17^2}{56} \simeq 5{,}2$ W $\gg P_{\max}$, $\boxed{\text{le résistor } R_2 \text{ va griller !}}$
   - $P_0 = \frac{V^2}{R_0} \simeq \frac{2^2}{10} \simeq 0{,}4$ W $< P_{\max}$, $\boxed{\text{pas de risque pour le résistor } R_0}$.

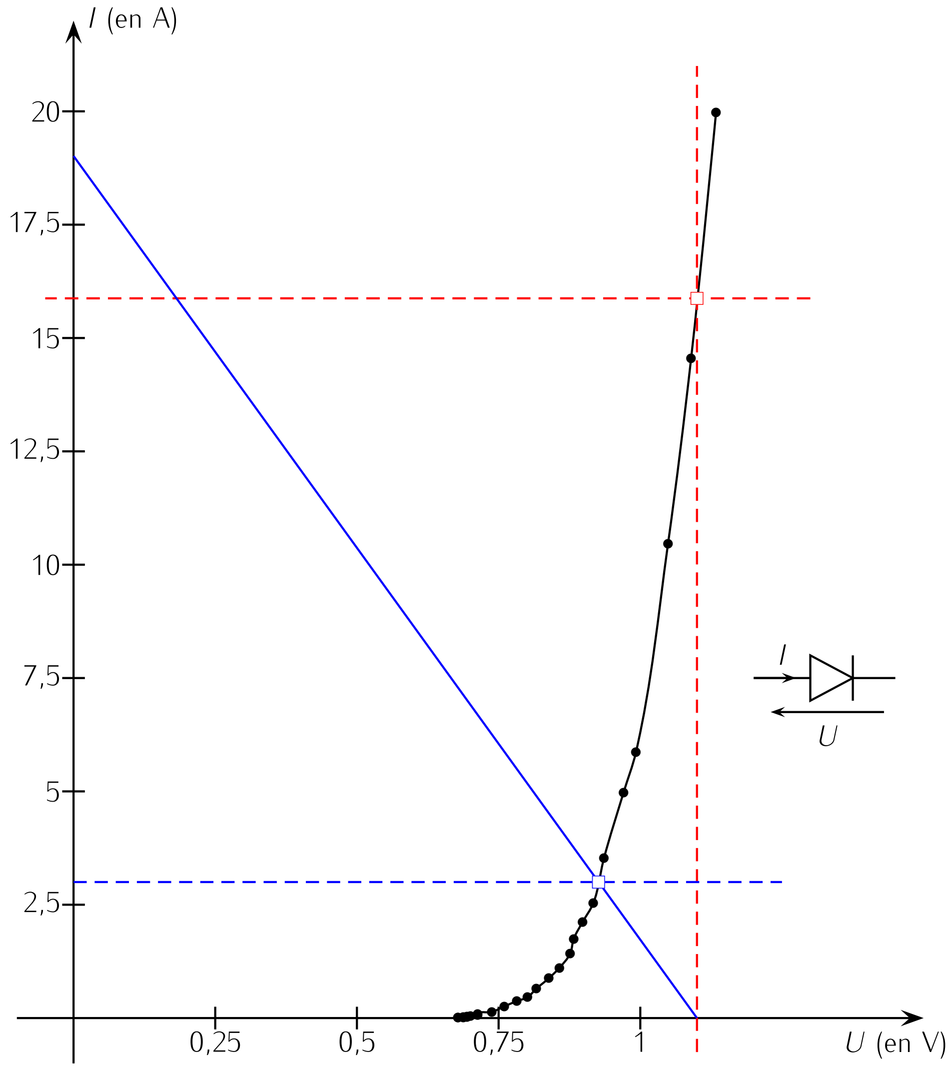
Q21 6. Le modèle linéaire pour un générateur réel est une droite de pente $-1/r$: $U = E - rI \Rightarrow I = \frac{E-U}{r}$ Il ne faut pas oublier d'indiquer le schéma électrique correspondant pour montrer la convention utilisée



7. Un point de fonctionnement d'un circuit dans le cas de deux dipôles branché l'un sur l'autre est un couple (I,U) de valeurs possibles pour l'intensité et la tension compte tenu des dipôles branchés. Si l'on dispose de deux dipôles de relation constitutives $i = f(u)$ (convention générateur) et $i = g(u)$ (convention récepteur), alors l'intensité à travers les dipôles et la tension à leurs bornes sont les mêmes et les points de fonctionnements sont les couples (I,U) solution du système d'équation

$$\left\{ \begin{array}{l} I = f(U) \\ I = g(U) \end{array} \right.$$

Q22 Graphiquement, cela revient à regarder l'intersection entre les caractéristiques des deux dipôles (cf ci-dessus à droite).



Q23 8. On lit graphiquement (pointillés ci-dessus) $I = 15{,}9\,\mathrm{A}$ pour $U = 1{,}1\,\mathrm{V}$

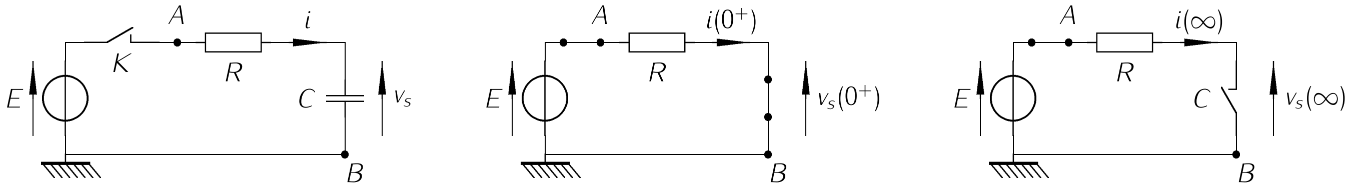
9. On cherche le point de la courbe d'ordonnée 3 A ; il a pour abscisse $U = 0{,}93\,\mathrm{V}$. Il faut que la caractéristique du générateur coupe celle de la diode en dessous de ce point. Dans le pire des cas, en ce point. Cela donne la droite tracée ci-dessus qui coupe l'axe des ordonnées entre 17,5 et 20 A (difficile à tracer avec précision, en $I = 19\,\mathrm{A}$ selon moi). Q24

10. La résistance interne correspondante est l'inverse de la pente de la courbe : $r = E/I(0) = 1{,}1/19 = 0{,}06\,\Omega$, ce qui est très faible car on a pris un générateur dont la force électromotrice est assez faible. Dans la pratique, on met généralement une résistance plus grande (quelques Ω) pour protéger une diode. Q25

11. Puisque la diode ne peut pas supporter un tel courant en continu, la caractéristique n'a PAS été tracée en continu, mais en utilisant de brèves impulsions (créneau valant zéro 98% du temps et seulement 2% du temps une valeur supérieur à 23 . On fait donc l'hypothèse que la caractéristique statique et dynamique sont les mêmes (ce qui peut-être vérifié pour les points accessible en régime continu). Q26

DU CIRCUIT RC AU DÉFIBRILLATEUR CARDIAQUE.

A. Charge d'un condensateur à travers une résistance



1. On trace le circuit équivalent à $t = 0^+$ en respectant la continuité de la tension aux bornes du condensateur : $v_s(0^-) = \boxed{v_s(O^+) = 0}$. La loi de Pouillet nous permet d'écrire $\boxed{i(0^+) = \frac{E}{R}.}$

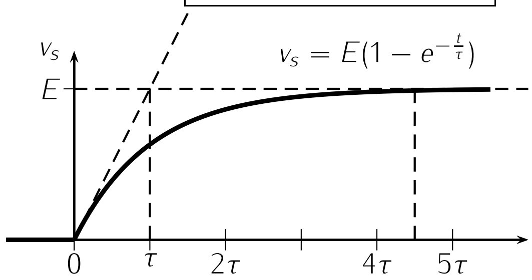
   En régime permanent ($t \to \infty$) le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert : $\boxed{i(\infty) = 0}$ et une loi des mailles permet d'obtenir $E - R \times 0 - v_s = 0$ d'où $\boxed{v_s(\infty) = E.}$

2. (a) On donne $\tau = RC$, c'est la constante de temps du circuit, son unité est donc la $\boxed{\text{seconde}}$.
   On peut démontrer ce résultat en remarquant que $i = C\frac{du}{dt}$ aux bornes d'un condensateur donc l'unité de C le Farad est aussi l'A.s.V^{-1} alors que $u = Ri$ aux bornes d'un résistor donc l'unité de R, l'Ohm est aussi le V.A^{-1}. On en déduit que RC s'exprime en A.s.V^{-1}.V.A^{-1}, c'est à dire en seconde.

   (b) On applique la loi des mailles dans la maille du circuit (orientée dans le sens horaire) pour $t \geq 0$, c'est à dire quand K est fermé, la tension à ses bornes est alors nulle et $E - 0 - Ri - v_s = 0$ avec $i = C\frac{dv_s}{dt}$ soit $\boxed{\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{\tau} = \frac{E}{\tau} \text{ avec } \tau = RC.}$

   (c) La solution de ce type d'équation est de la forme $v_s(t) = A.\exp(-\frac{t}{\tau}) + B$ et en utilisant $v_s(0^+) = 0$ et $C\frac{dv_s}{dt} = i(O^+) = \frac{E}{R}$ à $t = 0^+$, on détermine les constantes pour aboutir à $\boxed{v_s(t) = E\left[1 - \exp(-\frac{t}{\tau})\right]}$.

   (d) Tracé de $v_s(t)$: la tangente à l'origine coupe l'asymptote E en $t = \tau$.

   (e) À la fin de la charge, $v_s = E$, on cherche donc t_1 tel que $v_s = \frac{99}{100}E$ d'où $\frac{99}{100}E = E[1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}]$ soit $10^{-2} = e^{-\frac{t_1}{\tau}}$ et finalement, $\boxed{t_1 = \tau \ln 100 \simeq 4{,}6\tau.}$

3. De l'expression de $v_s(t)$, on déduit $\boxed{i(t) = C\frac{dv_s}{dt} = \frac{E}{R}\exp(-\frac{t}{\tau}).}$

B. Étude énergétique de la charge du condensateur.

1. Lorsque la charge est terminée, $v_s = E$ et $\boxed{E_C = \frac{1}{2}Cv_s^2 = \frac{1}{2}CE^2.}$

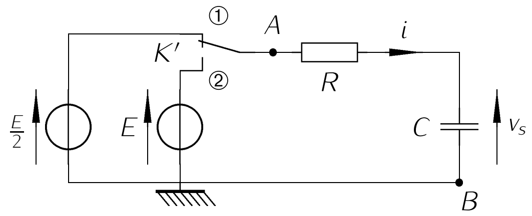
2. Durant la charge, le générateur fournit une puissance $P_G = E.i = E.\frac{dq}{dt} = \frac{dE_G}{dt}$ d'où $dE_G = E.dq$ et $E_G = E\int dq = E[q_f - q_i]$ où $q_f = CE$ est la charge finale et $q_i = 0$ la charge initiale. On en déduit $\boxed{E_G = CE^2.}$
   Par conservation de l'énergie, toute l'énergie fournie par le générateur E_G est soit stockée dans le condensateur, soit dissipée par effet Joule dans le résistor, on a donc

   $E_G = E_C + E_R$ d'où $\boxed{E_R = E_G - E_C = \frac{1}{2}CE^2.}$

3. On définit le rendement énergétique ρ comme le quotient de l'énergie stockée dans le condensateur par celle fournie par le générateur : $\rho = \frac{E_C}{E_G}$.

   On a ici $\boxed{\rho = 0{,}5 \text{ : rendement de 50 \%}}$ ce qui n'est pas satisfaisant et doit donc être amélioré.

C. Amélioration du rendement énergétique.



1. En reprenant le même raisonnement que dans la partie précédente, en remplaçant E par $\frac{E}{2}$, lors de la phase ①, le condensateur reçoit $E_{G1} = C\frac{E^2}{2^2}$ d'où $\boxed{E_{G1} = \frac{1}{4}CE^2.}$

   De même, $E_{C1} = \frac{1}{2}C\frac{E^2}{2^2}$ soit $\boxed{E_{C1} = \frac{1}{8}CE^2.}$

2. Pendant la deuxième phase, on retrouve le circuit de la première partie d'où $\boxed{\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{\tau} = \frac{E}{\tau} \text{ avec } \tau = RC}$.

   En prenant $v_s = \frac{E}{2}$ et $\frac{dv_s}{dt} = \frac{i}{C} = 0$ à $t = 0^+$ puisque le condensateur est alors complètement chargé sous $\frac{E}{2}$, on obtient $\boxed{v_s = E\left[1 - \frac{1}{2}e^{-\frac{t}{\tau}}\right]}$.

3. On en déduit ensuite $\boxed{i = C\dfrac{dv_s}{dt} = \dfrac{E}{2R}e^{-\frac{t}{\tau}}}$ pendant la phase ②.

4. Lorsque la charge sous E est terminée, $v_s = E$ et $E'_C = \frac{1}{2}Cv_s^2 = \frac{1}{2}CE^2$ est l'énergie stockée dans le condensateur à la fin des deux étapes.

   On a donc $E_{C2} = E'_C - E_{C1} = \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{8}CE^2$ d'où $\boxed{E_{C2} = \frac{3}{8}CE^2.}$

   Durant la deuxième phase, le générateur fournit l'énergie $E_{G2} = E\int \frac{dq}{dt}dt = E\int dq = E[q_f - q_i]$ où $q_f = CE$ est la charge finale et $q_i = \frac{CE}{2}$ la charge initiale. On en déduit $\boxed{E_{G2} = \frac{1}{2}CE^2.}$

5. Lorsque la charge est effectuée en deux étapes, on a $\rho' = \frac{E_{C1}+E_{C2}}{E_{G1}+E_{G2}} = \frac{1/8+3/8}{1/4+1/2} = \frac{4}{6}$ soit finalement $\boxed{\rho' = \frac{2}{3} \text{ soit } 67\ \%}$ on a donc un rendement plus élevé.

6. On peut raisonnablement supposer que pour faire tendre le rendement vers 1, $\boxed{\text{il faut procéder en } N \text{ étapes}}$ avec N tendant vers l'infini.