Fauteuil dynamique de cinéma

Elément de correction

Question 1 : *Exprimer sous forme littérale la fonction de transfert $\theta(p)/\theta_C(p)$. Donner son ordre, sa classe et son gain statique (s'il existe)*

$$\frac{\theta(p)}{\theta_C(p)} = c.\frac{\frac{a.b}{1+\tau p}.\frac{1}{p}}{1+\frac{a.b.c}{1+\tau p}.\frac{1}{p}} = \frac{a.b.c}{(1+\tau p)p + a.b.c} = \frac{1}{1+\frac{1}{a.b.c}p+\frac{\tau}{a.b.c}p^2}$$

Ordre : 2 Classe : 0 gain statique : 1

Question 2 : *Exprimer dans un premier temps $\theta(p)$ en fonction de $\theta_C(p)$, puis déterminer de façon littérale l'erreur de position μ_p, l'erreur de trainage μ_v et l'erreur en accélération μ_a.*

$$\theta(p) = \frac{1}{1+\frac{1}{a.b.c}p+\frac{\tau}{a.b.c}p^2}\theta_C(p)$$

Le gain statique de la fonction de transfert $\frac{\theta(p)}{\theta_C(p)}$ vaut 1, on a donc en régime permanent $\theta(t)=\theta_c(t)$, on en déduit que $\mu_p=0 < 0.1$ %

L'erreur de position est compatible avec les exigences du cahier des charges.

$$\mu_v = \lim_{p\to 0} p\left[\theta_c(p)-\theta(p)\right] = \lim_{p\to 0} p\left[\theta_c(p)-H(p)\theta_c(p)\right] = \lim_{p\to 0} p\frac{1}{p^2}\left[1-\frac{1}{1+\frac{1}{a.b.c}p+\frac{\tau}{a.b.c}p^2}\right]$$

$$\mu_v = \lim_{p\to 0}\frac{1}{p}\frac{1+\frac{1}{a.b.c}p+\frac{\tau}{a.b.c}p^2-1}{1+\frac{1}{a.b.c}p+\frac{\tau}{a.b.c}p^2} = \lim_{p\to 0}\frac{\frac{1}{a.b.c}+\frac{\tau}{a.b.c}p}{1+\frac{1}{a.b.c}p+\frac{\tau}{a.b.c}p^2} = \frac{1}{abc}$$

Application numérique : $\mu_v == \frac{1}{abc} = \frac{1}{9{,}2.10^{-2}.63.40} = 4.10^{-3}rad < 1\%$

L'erreur en vitesse est compatible avec les exigences du cahier des charges

$$\mu_a = \lim_{p\to 0} p\frac{1}{p^3}\frac{1+\frac{1}{a.b.c}p+\frac{\tau}{a.b.c}p^2-1}{1+\frac{1}{a.b.c}p+\frac{\tau}{a.b.c}p^2} = \lim_{p\to 0}\frac{1}{p^2}\frac{\frac{1}{a.b.c}p+\frac{\tau}{a.b.c}p^2}{1+\frac{1}{a.b.c}p+\frac{\tau}{a.b.c}p^2} = \lim_{p\to 0}\frac{\frac{1}{a.b.c}\frac{1}{p}+\frac{\tau}{a.b.c}}{1+\frac{1}{a.b.c}p+\frac{\tau}{a.b.c}p^2} = \infty$$

L'erreur en accélération n'est pas compatible avec les exigences du cahier des charges

Question 3 : *Déterminer sous forme canonique la fonction de transfert* $\frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$

$$\frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = \frac{bdp+bac}{p(1+\tau p)+bac} = \frac{\frac{dp+ac}{ac}}{1+\frac{p(1+\tau p)}{bac}}$$

Ordre : 2 classe : 0 gain statique : $\frac{dp+ac}{ac}$

Question 4 : *Déterminer l'erreur de position μ_p puis l'erreur de trainage μ_v.*

$$\mu_p = \lim_{p\to 0} p\left[\theta_c(p) - \theta(p)\right] = \lim_{p\to 0} p\frac{1}{p}\left[1 - \frac{bdp + bac}{p(1+\tau p) + bac}\right] = \lim_{p\to 0}\left[\frac{p(1+\tau p) + bac - bdp - bac}{p(1+\tau p) + bac}\right] = 0$$

$$\mu_v = \lim_{p\to 0} p\left[\theta_c(p) - \theta(p)\right] = \lim_{p\to 0} p\frac{1}{p^2}\left[1 - \frac{bdp + bac}{p(1+\tau p) + bac}\right] = \lim_{p\to 0}\frac{1}{p}\left[\frac{p(1+\tau p) + bac - bdp - bac}{p(1+\tau p) + bac}\right]$$

$$\mu_v = \frac{1 - bd}{bac}$$

Question 5 : *D'après l'erreur de trainage μ_v. déterminée à la question précédente, calculer la valeur de d qui permet d'annuler cette erreur de trainage. En prenant en compte la valeur numérique de d et de b, déterminer l'expression de l'erreur en accélération μ_a.. Calculer ensuite sa valeur numérique et conclure au regard du cahier des charges.*

On veut : $\mu_v(\infty) = \lim_{p\to 0} p.\mu(p) = \frac{1-db}{abc} = 0$ d'où : $d = \frac{1}{b}$

$$\mu_a = \lim_{p\to 0} p\frac{1}{p^3}\left[1 - \frac{bdp + bac}{p(1+\tau p) + bac}\right] = \lim_{p\to 0}\frac{1}{p^2}\left[\frac{p(1+\tau p) + bac - bdp - bac}{p(1+\tau p) + bac}\right] = \lim_{p\to 0}\frac{1}{p^2}\left[\frac{p(1+\tau p) - bdp}{p(1+\tau p) + bac}\right]$$

$$\mu_a = \lim_{p\to 0}\frac{1}{p^2}\left[\frac{p(1+\tau p - bd)}{p(1+\tau p) + bac}\right] = \frac{\tau}{bac}$$

Application numérique $\mu_a(\infty) = \lim_{p\to 0} p.\frac{\tau p.p}{(\tau p+1)p + abc}.\frac{1}{p^3} = \frac{\tau}{abc} = 9{,}5.10^{-6} rad$ <1%

L'erreur en accélération respecte les exigences du cahier des charges.