Conseils :

- Ce devoir comporte 2 exercices indépendants. Lisez attentivement l'énoncé du début à la fin et choisissez **ensuite** par quel problème commencer (aucun ordre n'est imposé).
- Le correcteur tiendra compte de la **présentation** (soin apporté aux schémas) et de la **rédaction de votre copie** : justifiez rapidement vos affirmations, donnez la **valeur littérale simplifiée** des résultats en fonction des données de l'énoncé, **vérifiez l'homogénéité et la cohérence** (tout résultat non homogène sera sanctionné).

  Les résultats NON ENCADRÉS ne seront pas notés. Laissez une marge à gauche pour le correcteur.
- Numérotez les questions et ajoutez le label de la marge Q1, etc.
- L'usage des **calculatrices est autorisé**.

Étude d'un microscope

A. Étude d'un microscope optique

Rappels :

- La distance minimale de vision de l'œil est d_m, distance au dessous de laquelle l'œil n'arrive plus à accommoder : l'image n'est plus nette. On parle de punctum proximum (PP).

  La distance d_m a-t-elle tendance à diminuer ou à augmenter avec l'âge ? Quelle est la valeur prise

  Q1 conventionnellement pour d_m ?
- Par contre, l'œil normal voit net et sans accommoder un objet situé à son punctum remotum.

  Q2 Où le punctum remotum se situe-t-il pour un œil normal ?
- Relations de conjugaison et formule du grandissement de Descartes (avec origine au sommet)

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \qquad \text{et} \qquad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

- Relations de conjugaison et formule du grandissement de Newton (avec origines aux Foyers)

$$\overline{FA}.\overline{F'A'} = \overline{FO}.\overline{F'O} = -f'^2 \qquad \text{et} \qquad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

Modélisation du microscope : un microscope peut être modélisé par deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 alignées sur le même axe optique Δ.

- L_1 modélise l'objectif et a une distance focale image $f'_1 = 2$ mm.
- L_2 modélise l'oculaire et a une distance focale image $f'_2 = 30$ mm.
- La distance $\Delta = \overline{F'_1F_2}$ entre le foyer image de L_1 et le foyer objet de L_2 vaut 160 mm, c'est l'intervalle optique du microscope.

On observe, à travers le microscope, un petit objet AB perpendiculaire à l'axe optique avec A et l'œil sur l'axe optique.

1. Image intermédiaire A_1B_1 : on peut décomposer le système optique { Microscope } en L_1 puis L_2. Ainsi, l'image $A'B'$ de AB par le système est elle-même l'image de A_1B_1 par L_2 avec A_1B_1 l'image de AB par L_1. On parle d'image intermédiaire A_1B_1.

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A'B'$$

Q3 Dans quel plan particulier A_1B_1 doit-elle se situer pour que l'œil normal observe $A'B'$ sans accommoder ?

2. Position de l'objet :

   (a) Tracé : les deux rayons (rayon (1) et rayon (2)) sortant de la lentille L_2 sur la figure de l'annexe sont issus de B. Attention, cette figure n'est pas à l'échelle.

   Q4 Complétez le trajet de ces deux rayons à travers le microscope et trouvez ainsi graphiquement la position de B puis AB.

   Vous rendrez l'annexe avec votre copie, n'oubliez pas d'y mettre aussi votre nom.

   (b) Q5 La figure précédente n'étant pas à l'échelle, déterminez la position de l'objet AB par le calcul. Vous déterminerez l'expression littérale de $\overline{F_1A}$ en fonction de f'_1 et Δ.

   (c) Q6 Faites l'application numérique et commentez.

3. Expression du grossissement :

   (a) Q7 Sous quel angle maximal θ_0 un œil normal voit-il AB de taille $h = AB$ sans le microscope ? On prendra $\tan\theta_0 \simeq \theta_0$ et on donnera le résultat en fonction de h et d_m.

   (b) Q8 Sous quel angle θ l'œil voit-il AB à travers le microscope ? On prendra $\tan\theta \simeq \theta$ et on donnera le résultat en fonction de $h_1 = A_1B_1$ la taille de l'image intermédiaire et f'_2 puis en fonction de h, Δ, f'_1 et f'_2.

   (c) Q9 On définit le grossissement par $G = \frac{\theta}{\theta_0}$. Exprimez G en fonction de Δ, d_m, f'_1 et f'_2 puis faites l'application numérique et commentez.

4. Résolution du microscope optique : on modélise l'œil humain par l'association d'une lentille mince convergente et d'un photorécepteur, la rétine. Comme la rétine est discontinue (granulaire) l'œil ne peut pas distinguer deux rayons lumineux s'ils font entre eux un angle inférieur à une valeur limite que nous noterons ε.

   (a) Q10 Quelle est l'ordre de grandeur de ε ?

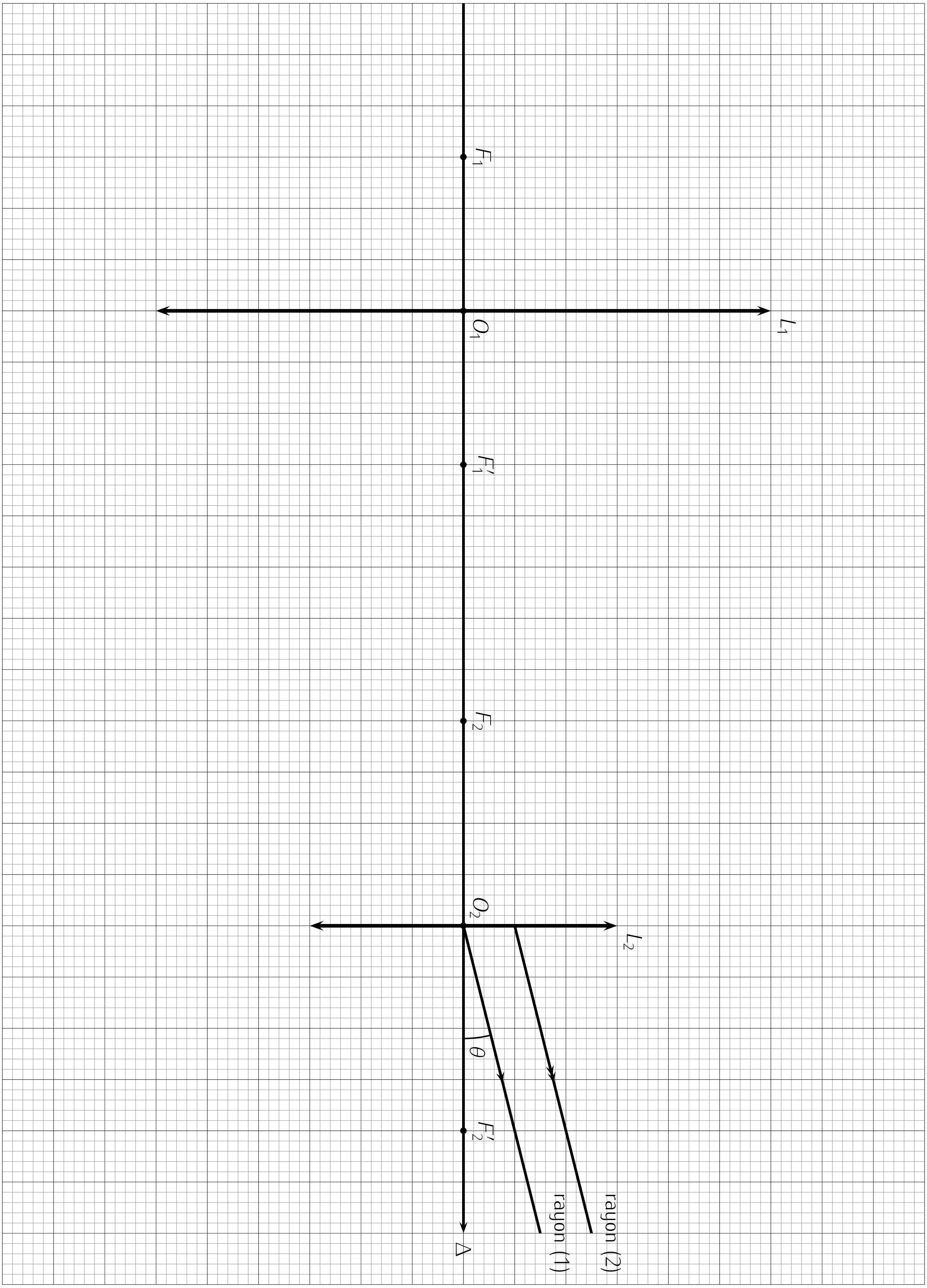
   (b) Q11 Exprimer h_{min}, la taille du plus petit objet AB que l'on pourrait théoriquement distinguer avec ce microscope en fonction de ε, f'_1, f'_2 et Δ.

   (c) Q12 En déduire que h_{min} est de l'ordre de 0,1 μm.

   (d) Q13 La valeur obtenue étant inférieure à la longueur d'onde de la lumière visible, quel est en fait le phénomène qui limite la résolution du microscope ?

Nom et Prénom :

annexe



Étude de la transmission nerveuse

Le sujet étudie divers aspects de la propagation d'un signal électrique le long d'un nerf. Tout résultat ou valeur numérique cité ou obtenu lors d'une question peut être utilisé dans une question ultérieure.

1 Préliminaires

Dans cette partie on pose les bases de l'étude électrique d'un nerf. Des schémas précisant les grandeurs utilisées y sont indispensables.

Q14 1. Donner la loi d'Ohm caractérisant un résistor de résistance R.

2. Établir l'expression de la résistance équivalente formée par l'association en série de deux résistances
Q15 R_1 et R_2.

3. Établir l'expression de la résistance équivalente formée par l'association en parallèle de deux
Q16 résistances R_1 et R_2.

4. Montrer que la résistance équivalente formée par l'association en parallèle de deux résistances R_1 et R_2 a toujours une valeur plus petite que la plus petite des valeurs de R_1 et R_2. On pourra
Q17 supposer $R_1 < R_2$ et étudier le signe de $R_{eq} - R_1$.

5. Établir l'expression de l'énergie stockée dans un condensateur de capacité C en fonction de la
Q18 tension u aux bornes de ce condensateur et de sa capacité C.

2 Modèle électrocinétique statique d'un nerf

A. Résistance équivalente

Les axones (ou fibres nerveuses) les plus simples sont formés d'une membrane lipidique enfermant un liquide physiologique riche en ions (l'axoplasme) et baignant dans un liquide cellulaire également riche en ions. Les axones les plus simples sont donc des cylindres d'axoplasme de rayon 3 μm entourés d'une membrane cylindrique, la myéline, épaisse d'environ sept nanomètres et constituée d'une double couche de lipides (pauvre en ions et donc peu conductrice). On représente une unité de longueur d'axone par l'association de résistances suivante où Ra est la résistance du cylindre central (axoplasme) et Rm celle de la myéline. À noter que la résistance de l'axone conduit le courant dans la direction de l'axone alors que la myéline donne lieu à des fuites de courant radiales, vers l'extérieur de l'axone.

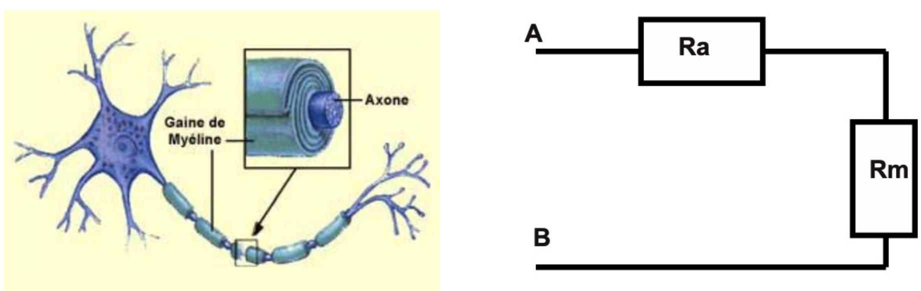


Figure 1 – L'axone et sa modélisation par tranche

6. On note $R_0 = R_{AB}$ l'association en série des deux résistances R_a et R_m. Exprimer R_0 en fonction
Q19 de R_a et R_m. On mesure expérimentalement $R_0 = 4{,}5 \cdot 10^7\ \Omega$.

On s'intéresse à présent à une longueur plus longue d'axone, qu'on modélise alors par des tranches successives. Une longueur de 2 mm est représentée par l'association suivante :

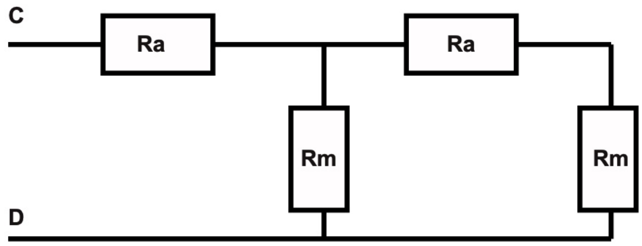


FIGURE 2 – Deux tranches ou 2 mm d'axone

7. Établir l'expression de la résistance R_{CD} équivalente entre les points C et D en fonction de R_a et
Q20 R_m. On notera cette résistance $R_1 = R_{CD}$.

Q21 8. Comparer R_1 à R_0 : laquelle des deux résistances est la plus grande ? (*N'oubliez pas les questions préliminaires.*)

On ajoute encore une tranche pour rallonger l'axone, ce qui donne l'association suivante :

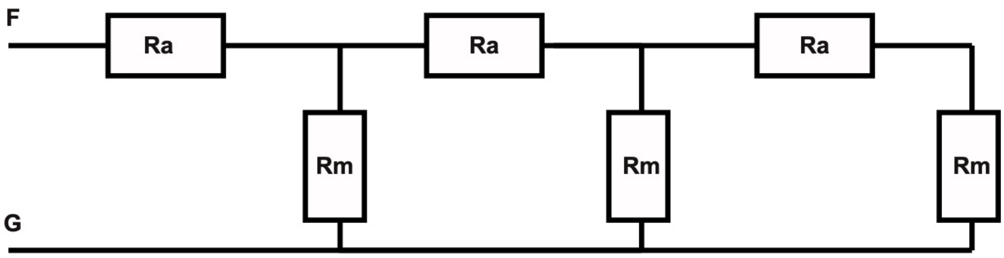


FIGURE 3 – Trois tranches ou 3 mm d'axone

9. Établir l'expression de la résistance R_{FG} équivalente entre les points F et G en fonction de R_1, R_a
Q22 et R_m. On notera cette résistance $R_2 = R_{FG}$.

10. Comparer R_2 à R_1 : montrer que la différence $R_2 - R_1$ vaut

$$R_2 - R_1 = \frac{{R_m}^2}{(R_m + R_1)(R_m + R_2)}\,(R_1 - R_0)$$

Q23 Laquelle des deux résistances est la plus grande ?

Q24 11. Conclure quant à l'évolution de la résistance totale de l'axone avec sa longueur. Interpréter cette évolution (il faut faire le lien avec la longueur de l'axone).

B. Les nœuds de Ranvier : des générateurs en cours de route

Sur la figure de l'axone, on voit des rétrécissements périodiques : ce sont des « nœuds de Ranvier ». Le signal électrique, qui diminue en amplitude en se propageant le long de l'axone, y est amplifié.

12. Expliquer pourquoi le signal électrique diminue en amplitude le long de l'axone : le signal électrique correspond à la tension aux bornes des différentes résistance R_m le long de la chaîne. (*Attention : j'attends une réponse scientifique qui s'appuie sur un schéma et sur un théorème d'électrocinétique.*)

Q25

13. On suppose que le signal électrique en début de chaîne est donné par le potentiel E comme sur la figure suivante. Déterminer alors le potentiel du nœud N (noté $V_{N,1}$) en fonction de E, R_a et R_m.
Q26 On imposera que la ligne inférieure du schéma correspond à la masse (potentiel nul).

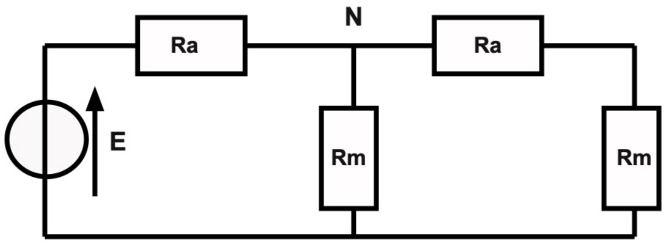


FIGURE 4 – Propagation du potentiel

14. Avoir un nœud de Ranvier c'est comme avoir un nouveau générateur de tension comme sur la figure suivante. On souhaite déterminer à nouveau le potentiel du nœud N (noté $V_{N,2}$)en fonction de E,
Q27 R_a et R_m et montrer qu'il est supérieur à celui calculé dans la question précédente.

Q28 (a) Faire le schéma du circuit en nommant les tensions et courants.

Q29 (b) Exprimer les tensions aux bornes des quatre résistances en fonction de E et $V_{N,2}$.

Q30 (c) En déduire l'expression des courants qui les traversent en fonction de E, $V_{N,2}$, R_a et R_m.

Q31 (d) Appliquer la loi des nœuds en N.

Q32 (e) Montrer que $V_{N,2} = \frac{2R_m}{2R_m+R_a}E$

Q33 (f) Calculer $V_{N,2} - V_{N,1}$ et conclure.

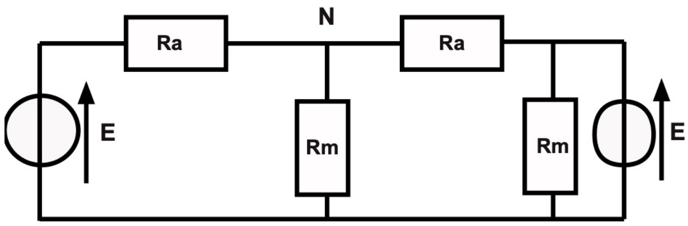


FIGURE 5 – Nœud de Ranvier

3 Aspect temporel de la propagation du signal

En médecine, on s'intéresse au temps que met le signal électrique à se propager le long d'un axone. Pour modéliser cette propagation, il faut tenir compte de la capacité du milieu qui vient du fait que la myéline est un assez bon isolant et que les charges s'accumulent donc de part et d'autre comme dans un condensateur.

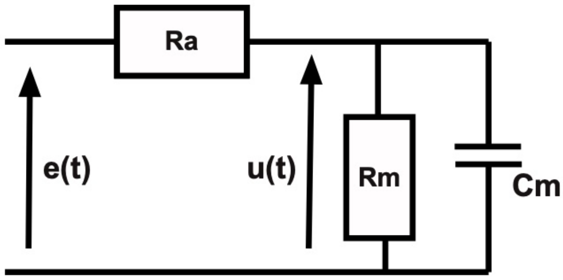


FIGURE 6 – Axone dynamique : unité de longueur

A. Unité de longueur d'axone

On aboutit alors à la représentation suivante pour une unité de longueur d'axone :

15. Pour le circuit de la figure 6, montrer que l'équation différentielle régissant la tension $u(t)$ s'écrit

$$\frac{e(t)}{A} = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u(t) \quad avec \quad \tau = \frac{R_a R_m}{R_a + R_m}\,C_m$$

Q34 Expliciter la constante A.

16. La figure 8 en Annexe montre les tensions $e(t)$ et $u(t)$ pour un signal $e(t)$ en échelon. Déterminer
Q35 à partir de ce graphique et le suivant (figure 9) qui donne un zoom sur $u(t)$ la valeur numérique de la constante de temps τ du circuit.

17. Quelle est l'expression de la tension $u(t)$ en régime permanent lorsque $e(t) = E$ depuis très longtemps ? En déduire à l'aide de la figure 8 en Annexe une valeur numérique pour le rapport $\frac{R_a}{R_m}$.

Q36

Q37 18. En déduire alors à l'aide de toutes les données numériques, les valeurs des résistances R_m, R_a et celle de la capacité C_m.

Étude d'un microscope

A. Étude d'un microscope optique

Rappels

Q1
- La distance d_m, distance minimale de vision distincte a tendance à $\boxed{\text{augmenter avec l'âge}}$. On prend conventionnellement $\boxed{d_m = 25 \text{ cm}}$.

Q2
- Pour un œil normal, le $\boxed{\text{punctum remotum est situé à l'infini}}$.

> ***Attention à ne pas oublier ces questions. Certain ont dit que la distance minimale "diminue". Je pense que la confusion vient de la connotation négative du mot en français qui veut parfois dire "se détériore".***

1. Image intermédiaire : pour que l'œil normal observe AB à travers le microscope sans accommoder, il faut que son image finale $A'B'$ soit à l'infini.
   Il faut donc que l'image intermédiaire $\boxed{A_1B_1 \text{ soit dans le plan focal objet de } L_2}$:

Q3

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \in \Phi_2 \xrightarrow{L_2} A'B'_\infty$$

> ***Attention à la notion de rayons parallèles pour un objet/une image à l'infini. Ce n'est valable que pour un objet/une image ponctuel(le). Ici, l'image est étendue, on ne peut pas dire que tous les rayons sont parallèles.***

2. Position de l'objet :

Q4
   (a) Voir annexe C. On commence par placer $A_1 = F_2$ et B_1 à l'intersection de ce plan et du rayon (1). Les rayons (3) et (4) permettent de déterminer ensuite B puis A.

   > ***Lisez bien l'énoncé, il fallait déterminer le tracé complet des rayons***

Q5
   (b) On a montré que $A_1 = F_2$ et en appliquant la relation de conjugaison de Newton à L_1 avec $A \xrightarrow{L_1} A_1 = F_2$,

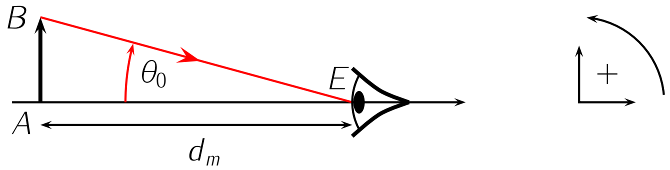
$$\overline{F_1A}.\overline{F_1'F_2} = -f_1'^2 \Rightarrow \boxed{\overline{F_1A} = -\frac{f_1'^2}{\overline{F_1'F_2}} = -\frac{f_1'^2}{\Delta}}$$

   > ***On vous donne les relations de conjugaison, il vous reste à choisir la bonne. Lisez bien l'énoncé, on demandait $\overline{F_1A}$***

Q6
   (c) L'application numérique donne $\boxed{\overline{F_1A} = -\frac{4}{160} \simeq -0{,}025 \text{ mm}}$ donc A est quasiment sur F_1, et $\boxed{\text{l'objet est presque dans le plan focal objet de } L_1}$.

Vérifiez la cohérence avec votre tracé

3. Expression du grossissement :
   (a) Un œil normal voit AB sous un angle maximum s'il est à la distance minimale c'est à dire à d_m sur la figure ci-dessous, dans le triangle rectangle ABE on peut écrire



Q7 $\tan\theta_0 = \frac{-\overline{AB}}{d_m} \simeq \theta_0 \Rightarrow \boxed{\theta_0 \simeq -\frac{h}{d_m}}$

Pensez au signe si vous orientez l'angle. Ne parlez pas du signe de G si vous n'orientez pas cet angle, cela n'aurait pas de sens.

   (b) À travers le microscope, on voit les rayons sortir sous un angle tel que, en travaillant dans le triangle rectangle $A_1B_1O_2$ la figure en l'annexe C,

$$\theta \simeq \tan\theta = \frac{\overline{A_1B_1}}{f_2'} \Rightarrow \boxed{\theta \simeq \frac{h_1}{f_2'}}$$

En utilisant ensuite l'expression du grandissement de la lentille L_1

Q8
$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{F_1'A_1}{OF_1'} \Rightarrow h_1 = \frac{h\Delta}{f_1'} \Rightarrow \boxed{\theta = \frac{h.\Delta}{f_2'f_1'}}$$

Justifiez en citant les triangles rectangles pour que le lecteur puisse suivre. Éventuellement refaite la partie intéressante du schéma au niveau de la question (juste le triangle).

   (c) En reprenant les expressions de θ_0 et θ précédentes,

Q9
$$\boxed{G = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{d_m\Delta}{f_1'f_2'} \simeq 7.10^2}$$

Le grossissement étant très important il est probable qu'on n'utilise de simples lentilles minces car elle présenteraient de fortes aberrations. D'autre part l'approximation θ faible n'est probablement pas vérifiée d'où une valeur de G certainement différente.

4. Résolution du microscope optique :
   (a) La limite de résolution angulaire de l'œil humain est d'environ 1 minute d'arc soit un soixan-
Q10 tième de degré ou encore $\boxed{\varepsilon \simeq 3.10^{-4}\ \text{rad}}$
   (b) On pourra distinguer l'objet AB à travers le microscope si l'angle

Q11
$$\theta = G.\varepsilon > \varepsilon \Rightarrow \frac{\Delta\overline{AB}}{f_2'f_1'} > \varepsilon \qquad \Rightarrow \boxed{AB > h_{min} = \frac{\varepsilon f_1' f_2'}{\Delta}}$$

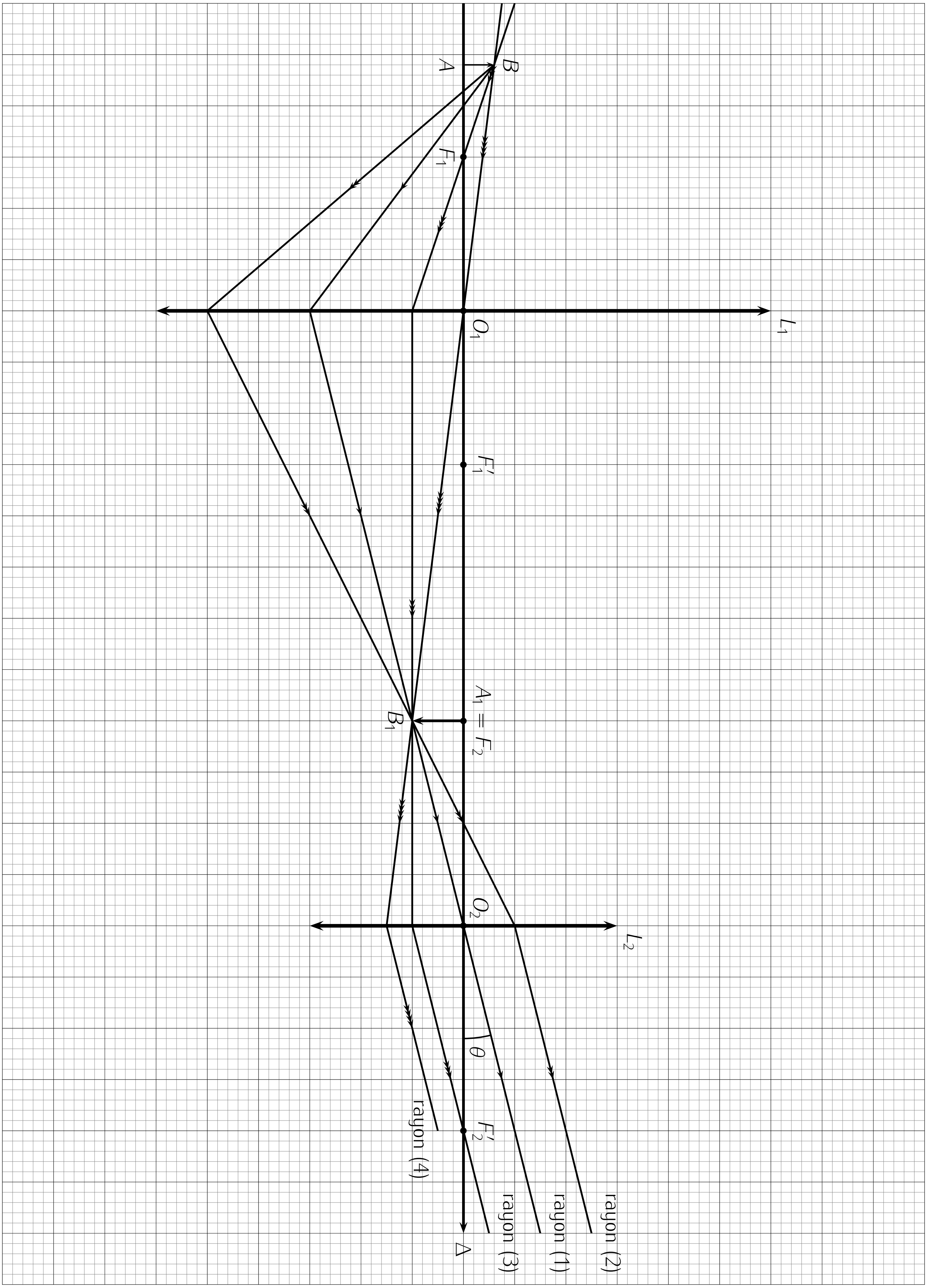
Q12 (c) L'application numérique donne $h_{min} = \frac{3.10^{-4} \times 2.10^{-3} \times 30.10^{-3}}{160.10^{-3}} \simeq 10^{-7}$ soit $\boxed{0{,}1\ \mu\text{m}}$

(d) On obtient h_{min} inférieur à la longueur d'onde de la lumière visible (0,4 à 0,8 μm) mais on est plus dans le domaine de l'optique géométrique et c'est la $\boxed{\text{diffraction de la lumière}}$ qui

Q13 limitera la résolution du microscope.

Nom et Prénom : correction

Annexe C



Étude de la transmission nerveuse

1 Préliminaires

Q14 1. Pour un résistor de résistance R, si i est le courant qui la traverse et u la tension à ses bornes en convention récepteur, on a directement

$$\boxed{u = Ri}$$

Q15 2. Si l'on considère deux résistances en série, alors l'additivité des tensions donne

$$u = u_1 + u_2$$

Par définition, les deux résistances étant en série, elles sont traversées par le même courant. De ce fait, on a $u_1 = R_1 i$ et $u_2 = R_2 i$ (ayant pris soin de placer le dipôle en convention récepteur). Alors

$$u = (R_1 + R_2)\, i$$

L'association en série de deux résistances est équivalente du point de vue électrique à une seule résistance $R_{\text{éq,série}}$ vérifiant la loi d'Ohm et telle que

$$\boxed{R_{\text{éq,série}} = R_1 + R_2}$$

3. L'association en parallèle marche exactement de la même manière mais en considérant l'additivité des courants sur les branches en parallèles plutôt que celle des tensions dans le branchement en série. En effet, on a, avec les notations usuels du cours :

$$i = i_1 + i_2$$

Or les deux résistances partagent la même tension (car en parallèles) et sont en outre en convention récepteur, de sorte que $i_1 = u/R_1 = G_1 u$ et $i_2 = u/R_2 = G_2 u$. Ainsi,

$$i = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) u = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) u$$

L'ensemble des deux résistances se comporte en tout point comme un résistor de résistance $R_{\text{éq,}}$ tel que

$$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Q16 4. On peut réécrire la résistance équivalente sous la forme

$$\boxed{R_{\text{éq, parallèle}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} R_2 < R_2} \qquad \text{car} \qquad \frac{R_1}{R_1 + R_2} < 1 \quad \text{puisque} \quad R_1 < R_1 + R_2$$

De même en réarrangeant, on a

$$\boxed{R_{\text{éq,}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} R_1 < R_1} \qquad \text{puisque} \quad R_2 < R_1 + R_2$$

Où, sinon en supposant $R_1 < R_2$ alors $R_{\text{éq, parallèle}} - R_1 = -\frac{R_1^2}{R_1+R_2} < 0$.

Q17 5. Considérons un condensateur parfait initialement déchargé (donc par convention contenant une énergie initialement nulle). La puissance reçue par ce dipôle s'exprime via le produit ui en convention récepteur, de sorte que

$$\mathcal{P}_{\text{reçue}} = u \times i = C\,u\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\frac{1}{2}Cu^2}{\mathrm{d}t}$$

Finalement, en intégrant :

$$\boxed{\mathcal{E}(t) = \frac{1}{2}\,Cu^2(t)}$$

2 Modèle électrocinétique statique d'un nerf

A. Résistance équivalente

Q18 6. R_m et R_a sont en série donc $R_0 = R_a + R_m$

Q19 7. La résistance $R_1 = R_{CD}$ correspond à R_a en série avec R_m R_0, soit

$$\boxed{R_1 = R_a + \frac{R_0}{R_m + R_0}\,R_m = R_a + \frac{R_a + R_m}{R_a + 2R_m}\,R_m}$$

Q20 8. D'après la question préliminaire **Q4**, on a

$$\frac{R_0}{R_m + R_0}\,R_m < R_m$$

Soit

$$\boxed{R_1 = R_a + \frac{R_0}{R_m + R_0}\,R_m}$$

Q21 9. L'association R_m en dérivation avec R_0 donne une résistance équivalente plus faible que R_m, ainsi $R_1 < R_a + R_m < R_0$

Q22 10. On reconnaît sur la droite l'étage précédent. On a donc une résistance R_a en série avec R_m R_1, soit

$$\boxed{R_2 = R_a + \frac{R_1 R_m}{R_m + R_1}}$$

Q23 11. La comparaison n'est plus aussi simple qu'avant, mais regardons le signe de la différence $R_2 - R_1$. On a

$$R_2 - R_1 = R_a + \frac{R_1 R_m}{R_m + R_1} - \left(R_a + \frac{R_0 R_m}{R_m + R_0}\right) = R_m\left(\frac{R_1}{R_m + R_1} - \frac{R_0}{R_m + R_0}\right)$$

$$R_2 - R_1 = R_m\left(\frac{R_1(R_m + R_0) - R_0(R_1 + R_m)}{(R_m + R_1)(R_m + R_0)}\right)$$

soit

$$R_2 - R_1 = \frac{{R_m}^2}{(R_m + R_1)(R_m + R_0)}\,(R_1 - R_0)$$

qui est du même signe que $R_1 - R_0$, donc négatif d'après la question **Q8**. Ainsi,

$$\boxed{R_2 < R_1 < R_0}$$

Q24 12. À chaque ajout d'un nouvel étage, on a le même motif qui se répète : R_n correspond à R_a en série avec R_m en parallèle avec R_{n-1}, d'où de proche en proche une résistance R_n toujours plus faible que la précédente. C'est lié au fait que l'on rajoute toujours plus de chemins (des « itinéraires bis ») pour faciliter le passage du courant qui rentre dans la branche supérieure et sort dans la branche inférieure, diminuant d'autant la résistance globale.

B. Les nœuds de Ranvier : des générateurs en cours de route

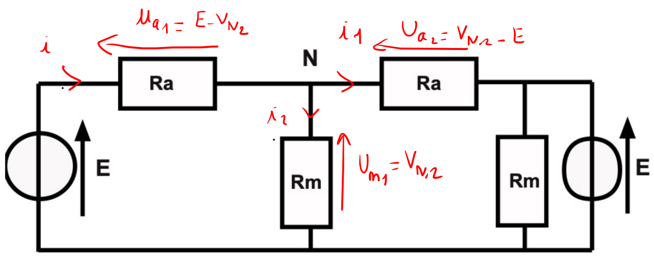
Q25 13. En trois mots : diviseurs de tension. Détaillons un peu. Supposons qu'il y ait n étages comme décrit précédemment donc une résistance totale R_n constituée de R_a en série avec R_m en parallèle avec R_{n-1}, alors la tension aux bornes de R_m en parallèle avec R_{n-1} n'est qu'une fraction de la tension de départ donc forcément inférieure à la tension de départ. Ainsi, à chaque étage on perd un peu de tension sur le chemin, amenant inexorablement une décroissance de celle-ci le long de l'axone.

Q26 14. Avec la masse en bas, le potentiel du point haut du générateur vaut E. La tension aux bornes de la résistance R_m du milieu vaut $V_N - 0$, de même que celle aux bornes de $R_a + R_m$. Ainsi, en calculant la tension aux bornes de R_m en parallèle avec $(Ra + R_m)$ qu'on nomme R_{eq} et qui vaut $R_{eq} = \frac{2R_m+R_a}{R_m(R_a+R_m)}$ on trouve le potentiel $V_{N,1}$. Le diviseur de tension donne alors :

$$V_{N,1} = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_a}E$$

Q27

Q28



15. (a)

Q29 (b) Voir schéma

Q30 (c) $i_1 = \frac{E-V_{N,2}}{R_a}$, $i_2 = \frac{E-V_{N,2}}{R_a}$, $i_3 = \frac{V_{N,2}}{R_m}$, $i_4 = \frac{E}{R_4}$

Q31 (d) La loi des nœuds donne : $i_3 = i_1 + i_2$.

Q32 (e) On remplace les courants par les expressions trouvées : $\frac{V_{N,2}}{R_m} = \frac{E-V_{N,2}}{R_a} + \frac{E-V_{N,2}}{R_a}$

Q33 Soit $V_{N,2}\left(\frac{1}{R_m} + \frac{2}{R_a}\right) = \frac{2E}{R_a}$ Soit : $V_{N,2} = \frac{2R_m}{2R_m+R_a}E$.

(f) Pour savoir lequel des deux potentiel est le plus grand, faisons leur différence :

$$V_{N,2} - V_{N,1} == \frac{2R_m}{2R_m + R_a}E - \frac{R_{\text{éq}}}{R_{\text{éq}} + R_a}E = \frac{2R_m(R_{\text{éq}} + R_a) - R_{\text{éq}}(2R_m + R_a)}{(2R_m + R_a)(R_{\text{éq}} + R_a)}E$$

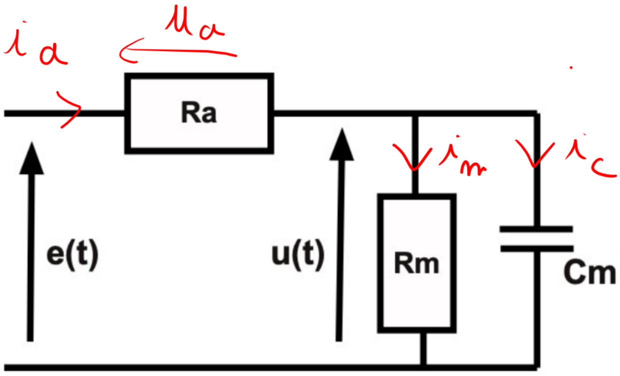
$$V_{N,2} - V_{N,1} = \frac{2R_mR_a - R_{\text{éq}}R_a}{(2R_m + R_a)(R_{\text{éq}} + R_a)}E$$

qui est du même signe que le numérateur c'est-à-dire que de $2R_m - R_{\text{éq}}$. Or comme $R_{\text{éq}}$ correspond justement à R_m en parallèle avec une autre résistance, on a $R_{\text{éq}} < R_m$ donc $2R_m - R_{\text{éq}} > 2R_m - R_m = R_m > 0$. La différence est positive, on a bien un potentiel qui décroit moins vite que prévu grâce à l'ajout de ce générateur.

3 Aspect temporel de la propagation du signal

A. Unité de longueur d'axone

Q34



16.

Exprimons les trois courants qui parcourent le circuit en fonction de u. On a respectivement

$$i_a = \frac{e(t) - u}{R_a} \qquad i_m = \frac{u}{R_m} i_C = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

La loi des nœuds permet de lier le tout via

$$\frac{e(t) - u}{R_a} = \frac{u}{R_m} + C_m\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

Soit

$$\frac{e}{R_a} = \left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_m}\right) u + C_m\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

on trouve bien

$$\boxed{\frac{e(t)}{A} = u(t) + \tau\frac{du}{dt}}$$

Avec

$$\boxed{\tau = \frac{R_a R_m}{R_a + R_m} C_m \text{ et } A = 1 + \frac{R_a}{R_m}}$$

Q35 17. On trace la tangente à l'origine, elle croise l'asymptote pour $t = \tau$. Ici, on trouve :

$$\tau = 0{,}46 \text{ ms}$$

Q36 18. En régime permanent, la dérivée est nulle de sorte que

$$\boxed{u(\infty) = \frac{E}{A} = \frac{1}{1 + \frac{R_a}{R_m}} E = \frac{R_m}{R_m + R_a} E}$$

où l'on reconnaît l'expression d'un diviseur de tension caractéristique du circuit équivalent en l'infini où l'on a remplacé le condensateur par un interrupteur ouvert.
Le rapport $\frac{R_a}{R_m}$ s'isole à partir de l'expression précédente et se calcule en mesurant $E = 5$ V et $u(\infty) = 0{,}57$ V sur les deux graphiques.

$$\boxed{\frac{R_a}{R_m} = \frac{E}{u(\infty)} - 1 = 8{,}8}$$

Q37 19. En premier lieu, il faut remonter à la question 6 pour avoir la valeur de $R_0 = 4{,}5.10^7\ \Omega$. Or ce R_0 correspondait à R_a et R_m en série, de sorte que l'on ait

$$R_0 = R_m + R_a = R_m \left(1 + \frac{R_a}{R_m}\right) = A\,R_m = \frac{E}{u(\infty)}\,R_m$$

d'où les valeurs

$$\boxed{R_m = \frac{R_0}{A} = \frac{u(\infty)}{E}\,R_0 = 5{,}2.10^6\ \Omega}$$

$$\boxed{R_a = \frac{R_a}{R_m}\,R_m = \left(\frac{E}{u(\infty)} - 1\right)\ R_m = 4.10^7\ \Omega}$$

et finalement, on utilise la valeur mesurée pour τ pour obtenir

$$\boxed{C_m = \frac{R_a + R_m}{R_m R_a}\,\tau = 0{,}1\ \text{nF}}$$