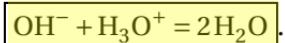


**Problème n°1 : Chimie (Mines-Ponts PSI 2016)****A) Basicité et carbonatation d'un béton**

**Q1** – Les ions  $\text{Ca}^{2+}$  et  $\text{Cl}^-$  sont spectateurs : ils ne réagissent pas. Le dosage est donc celui de  $\text{OH}^-$  par  $\text{H}_3\text{O}^+$  :



La constante de cette réaction est l'inverse de celle du produit ionique de l'eau :  $K = \frac{1}{K_e} = 10^{+14}$ .

**Q2** – Tout d'abord, on exploite la courbe de titrage : l'équivalence est obtenue pour un volume versé d'acide chlorhydrique  $V_{eq} = 1,0 \text{ mL}$ .

La relation de dosage est  $c_{\text{HO}^-} \times V_{\text{HO}^-} = c_{\text{H}_3\text{O}^+} \times V_{eq}$ , d'où  $c_{\text{HO}^-} = \frac{0,50 \times 1,0}{100} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$ .

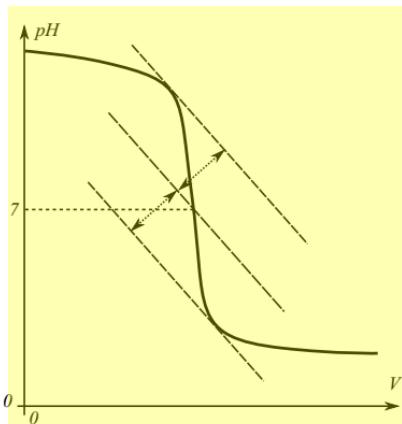
On peut donc maintenant calculer le pH d'une solution prélevée à la surface du béton : il s'agit d'une solution de  $\text{HO}^-$  à  $5,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$ .

Compte tenu du  $pK_e$  de l'eau, la concentration en  $\text{H}_3\text{O}^+$  est  $[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{10^{-14}}{5,0 \cdot 10^{-3}} = 2,0 \cdot 10^{-12}$ . Ainsi, le pH est  $pH = -\log(2,0 \cdot 10^{-12})$ .  $pH = 11,7$ .

**Q3** – De 0 à 1 mL, c'est-à-dire avant l'équivalence, on ajoute des ions  $\text{Cl}^-$ , mais en même temps, chaque  $\text{H}_3\text{O}^+$  ajouté réagit avec un  $\text{HO}^-$  pour donner une molécule d'eau. **Le bilan est donc qu'on remplace des ions  $\text{HO}^-$  par des ions  $\text{Cl}^-$** . Or le tableau de l'énoncé montre bien que la conductivité ionique molaire de  $\text{Cl}^-$  est plus faible que celle de  $\text{HO}^-$ . Il est donc normal que la conductivité de la solution diminue.

Au-delà de 1 mL, c'est-à-dire après l'équivalence, **on ajoute des  $\text{H}_3\text{O}^+$  et des  $\text{Cl}^-$** . Aucun de ces deux ions ne réagit (les  $\text{Cl}^-$  sont des ions spectateurs dans toute l'expérience, et les ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  ne réagissent plus car on a dépassé l'équivalence, donc il n'y a plus (ou quasiment plus) de  $\text{HO}^-$  à éliminer), donc la conductivité augmente.

**Q4** – Si on avait fait un dosage pH-métrique plutôt que conductimétrique, on aurait obtenu la courbe classique en forme de "S" du titrage d'une base forte par un acide fort :



Le pH de l'équivalence est de  $pH_{eq} = 7$  puisque cela correspond à une quantité égale de  $\text{HO}^-$  et  $\text{H}_3\text{O}^+$  introduits.

**Q5** –



$$K_1^\circ = \exp\left(-\frac{\Delta_r G_1^\circ}{RT}\right) = 2,49 \times 10^{32} \text{ à } T = 1273 \text{ K.}$$

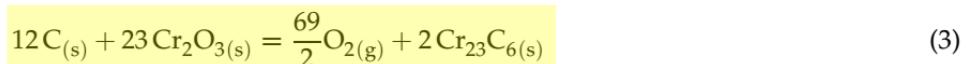
On applique la loi d'action des masses

$$K_1^\circ = \left(\frac{p^\circ}{p_{\text{O}_2}^{eq_1}}\right)^{3/2}, \text{ on déduit la pression en dioxygène à l'équilibre}$$

$$p_{\text{O}_2}^{eq_1} = p^\circ (K_1^\circ)^{-2/3} = 2,5 \times 10^{-22} \text{ bar}$$

**Q6** – En imposant une pression en dioxygène supérieure à sa valeur à l'équilibre (1), on impose un quotient réactionnel inférieur à la constante d'équilibre et donc une enthalpie libre de réaction  $\Delta_r G_1$  négative. La réaction (1) avance alors dans le sens direct. C'est  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  qui est stable à cette température et sous cette pression.

**Q7** –



**Q8** –  $\Delta_r G_3^\circ = 2\Delta_r G_2^\circ - 23\Delta_r G_1^\circ = 2,49440 \times 10^7 - 6053,32T \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

À 1273 K,  $\Delta_r G_3^\circ(1273 \text{ K}) = 17,2381 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$  et

$$K_3^\circ = \exp\left(-\frac{\Delta_r G_3^\circ}{RT}\right) = \exp(-1629) \ll 1$$

La pression en dioxygène à l'équilibre est donc D'après la loi d'action des masses :

$$p_{\text{O}_2}^{eq_3} = p^\circ (K_3^\circ)^{2/69} = 3,1 \times 10^{-21} \text{ bar}$$

**Q9** – L'enthalpie standard de réaction

$$\Delta_r H_3^\circ = 2\Delta_r H_2^\circ - 23\Delta_r H_1^\circ = 2,5 \times 10^7 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$$

est positive. La loi de Van't Hoff nous assure alors que la constante d'équilibre est une fonction croissante de la température. On favorise ainsi la réduction de  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  par le carbone graphite en augmentant la température.

**Q10** – En imposant une pression en dioxygène supérieure à sa valeur à l'équilibre (3), on impose un quotient réactionnel supérieur à la constante d'équilibre et donc une enthalpie libre de réaction  $\Delta_r G_3$  positive. La réaction (3) avance alors dans le sens indirect. C'est  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  qui est stable à cette température et sous cette pression.

## Etude thermodynamique de la formation des carbures de chrome

### C) Cinétique dans un moteur thermique

**Q11.**  $v = k[\text{NO}_2]^p[\text{CO}]^q$ .

On voit, d'après les expériences 1 et 3, que la concentration en  $\text{NO}_2$  est sans influence sur la vitesse de réaction, donc l'ordre partiel est 0 par rapport à  $\text{NO}_2$ .

On voit aussi que si on multiplie la concentration en CO par 4, la vitesse est multipliée par 16, donc l'ordre partiel est de 2 par rapport à CO.

Finalement,  $v = k[\text{CO}]^2$ , et numériquement,  $k = \frac{0,5 \cdot 10^{-2}}{0,01} = 0,5 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ .

## PROBLEME 2 : DES CORDES

### Partie I : Corde tendue : équation d'onde, cordes stationnaires et cordes agitées

1°) On néglige le poids de chaque tronçon de corde devant les forces de tension.

En effet, à l'équilibre, la corde est quasi-rectiligne.

2°) On notera que ce que l'énoncé appelle  $\vec{T}$  est la force de tension de type  $\vec{T}_d$ , que l'on note aussi parfois  $\vec{T}_{+-}$ . Dans l'approximation des petits mouvements que l'on fait,  $T_x = T \cos \alpha \simeq T$ , à l'ordre 1 en  $\alpha$ .

3°) On applique le principe fondamental de la dynamique (et plus précisément le théorème de la résultante dynamique) à une longueur  $ds$  de la corde, dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\mu ds \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \vec{u}_z = -\vec{T}(x, t) + \vec{T}(x + dx, t).$$

En projetant sur l'axe (0x), cela donne  $-T_x(x, t) + T_x(x + dx, t) = 0$ , ce qui montre que  $T_x$  ne dépend pas de  $x$ . On peut ajouter que  $T_x$  ne dépend pas du temps non plus puisque l'on étudie les petits mouvements, donc la longueur de la corde ne varie quasiment pas au cours du temps, donc la tension en son sein non plus. Et, d'après la question précédente,  $T_x \simeq T$ , donc la norme  $T$  de la tension dans la corde est une constante du problème.

4°) On reprend l'équation vectorielle précédente mais cette fois on la projette selon ( $Oz$ ). Et en développant  $\sin \alpha$  à l'ordre 1 en  $\alpha$ ,  $\mu ds \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = -T \alpha(x, t) + T \alpha(x + dx, t)$ . Et puisque  $ds \simeq dx$ , on obtient  $\mu \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = T \frac{\partial \alpha}{\partial x}$ . De plus,  $\alpha \simeq \tan \alpha = \frac{\partial z}{\partial x}$ , d'où finalement :  $\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ , avec  $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ .

Du point de vue dimensionnel,  $[T] = M \cdot \frac{L}{T^2}$  et  $[\mu] = \frac{M}{L}$ , donc  $[c] = \frac{L}{T}$ , ce qui est bien homogène à une vitesse. De plus, on voit que la célérité est d'autant plus grande que la corde est plus tendue, ou moins massique, ce qui est logique : plus c'est tendu, plus le mouvement d'un brin se transmet vite au suivant. Et plus c'est inerte, plus le brin sollicité met de temps à se déplacer et donc à transmettre le mouvement.

5°) Le terme  $f(ct - x)$  correspond à une onde plane progressive se propageant dans le sens des  $x$  croissants,

et  $g(ct + x)$  correspond à une onde plane progressive se propageant dans le sens des  $x$  décroissants.

6°)

a) Les conditions aux limites de la corde sont  $\underline{z}(0, t) = 0$  et  $\underline{z}(L, t) = 0$ .

b) On en déduit  $(\underline{A} + \underline{B})e^{j\omega t} = 0$  et  $(\underline{A}e^{-j\omega L/c} + \underline{B}e^{j\omega L/c})e^{j\omega t} = 0$ , d'où  $\underline{B} = -\underline{A}$  et  $2\underline{B} \sin\left(\frac{\omega L}{c}\right) = 0$ .

La solution  $\underline{A} = \underline{B} = 0$  étant sans intérêt (pas d'onde),

on en déduit  $\sin\left(\frac{\omega L}{c}\right) = 0$ , puis  $\omega_n = \frac{n\pi c}{L}$  ;  $f_n = \frac{nc}{2L}$

On sait juste de  $\underline{A}$  et de  $\underline{B}$  qu'ils sont opposés, donc de même amplitude et déphasés de  $\pi$ .

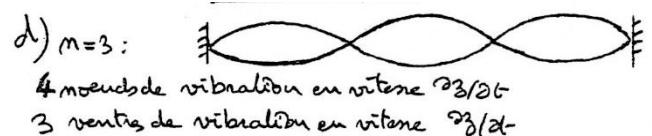
Ainsi, par un choix judicieux de l'origine des temps, on peut les choisir tous les deux réels, avec  $A > 0$  :

$z(x, t) = A \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right) - A \cos\left(\omega t + \frac{\omega x}{c}\right)$ , que l'on peut aussi écrire  $z(x, t) = 2A \sin(\omega t) \sin\left(\frac{\omega x}{c}\right)$ .

C'est une onde plane stationnaire harmonique. Elle ne se propage pas.

c) La plus petite valeur permise pour la fréquence  $f_1$  est la fréquence fondamentale. Les suivantes sont les harmoniques.

d) La solution correspondant à  $n = 3$  est décrite ci-dessous.



## Partie II - Corde composée : conditions de passage.

7°) L'onde transmise s'écrit  $\underline{z}_t(x, t) = \underline{A}_t \exp\left(j\omega(t - \frac{x}{c_2})\right)$  et l'onde réfléchie

$\underline{z}_r(x, t) = \underline{A}_r \exp\left(j\omega(t + \frac{x}{c_1})\right)$ . Elles sont de même pulsation que le signal incident du fait de la linéarité de l'équation de d'Alembert.

8°) À la frontière des deux milieux, les grandeurs continues sont :

- la position  $\underline{z}$ , car les deux cordes sont reliées) ;
- l'angle d'inclinaison  $\alpha$ , donc  $\frac{\partial z}{\partial x}$ , car il n'y a pas de masse locale au point de raccord, donc on peut utiliser le principe des actions réciproques et affirmer que les deux forces de tension sont de même direction (car opposées).

9°) La continuité de la position s'écrit  $\underline{z}_i(0, t) + \underline{z}_r(0, t) = \underline{z}_t(0, t)$  et conduit à  $\underline{A}_i + \underline{A}_r = \underline{A}_t$ .

La seconde s'écrit  $\frac{-j\omega \underline{A}_i}{c_1} + \frac{j\omega \underline{A}_r}{c_1} = \frac{-j\omega \underline{A}_t}{c_2}$ , d'où  $\underline{A}_i - \underline{A}_r = \frac{c_1}{c_2} \underline{A}_t$ .

En combinant les deux équations, on obtient  $\underline{A}_r = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1} \underline{A}_i$  et  $\underline{A}_t = \frac{2c_2}{c_2 + c_1} \underline{A}_i$ .

On définit le coefficient de réflexion par  $\underline{r} = \frac{\underline{z}_r(0,t)}{\underline{z}_i(0,t)}$ , d'où  $\underline{r} = \frac{\underline{A}_r}{\underline{A}_i} = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1} = \frac{\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}$

On définit le coefficient de transmission par  $\underline{t} = \frac{\underline{z}_t(0,t)}{\underline{z}_i(0,t)}$ , d'où  $\underline{t} = \frac{\underline{A}_t}{\underline{A}_i} = \frac{2c_2}{c_2 + c_1} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}$

Premier cas particulier :  $\mu_2 = \mu_1$ . Cela donne  $\underline{r} = 0$  et  $\underline{t} = 1$ . Il n'y a pas d'onde réfléchie, ce qui est normal car les deux cordes sont identiques.

Second cas particulier :  $\mu_2 = 0$ . Cela donne  $\underline{r} = 1$  et  $\underline{t} = 2$ . Ceci correspond à un bout de corde libre.

L'onde réfléchie revient sans se retourner.

Troisième cas particulier :  $\mu_2 = \infty$ . Cela donne  $\underline{r} = -1$  et  $\underline{t} = 0$ . Ceci correspond à un bout de corde fixe (la corde 2 est assimilable à un mur). L'onde réfléchie revient en se retournant.

10°) On considère  $\underline{A}_i = A$ .

Puisque  $\mu_1 > \mu_2$ , on a  $0 < r < 1$ , et  $\tau > 1$ .

Pour  $z < 0$ , on peut écrire  $z(x, t) = A \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{c_1}\right) + rA \cos\left(\omega t + \frac{\omega x}{c_1}\right)$ , d'où :

$$z(x, t) = A(1 - r) \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{c_1}\right) + 2rA \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) \quad (\text{onde stationnaire plus onde progressive})$$

Pour  $z > 0$ ,  $z(x, t) = \tau A \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{c_2}\right)$  (onde progressive seule).

11°) On peut faire les analogies suivantes entre les cordes et les lignes bifilaires :

Corde	Ligne électrique
$-T \frac{\partial z}{\partial x}$ c'est-à-dire $-T_z$	$v$
$\frac{\partial z}{\partial t}$ c'est-à-dire $v_z$	$i$
$c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$	$C = \frac{1}{\sqrt{\Lambda \Gamma}}$
$\mu$	$\Lambda$
$T$	$\frac{1}{\Gamma}$

En effet,  $T_z = T \sin \alpha \simeq T \tan \alpha = T \frac{\partial z}{\partial x}$ , et en dérivant son opposé par rapport au temps on obtient

$$\frac{\partial}{\partial t}(-T_z) = -T \frac{\partial v_z}{\partial x}.$$

Et le théorème de la résultante dynamique appliqué au brin de corde s'écrit après projection :  $-\mu \frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{\partial(-T_z)}{\partial x}$ .

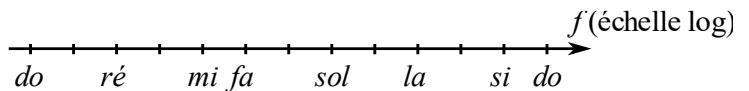
Et, comme pour les lignes, on peut poser  $Z_c = \frac{-T_z}{v_z}$ , d'où  $Z_c = \mu c = \sqrt{\mu T}$ .

#### Partie IV - Application aux cordes de guitare.

12°) Compte tenu des indications de l'énoncé, on peut faire un dessin de la répartition des notes d'une octave (ci-contre).

Tout d'abord, la densité de l'acier étant notée  $d$ , la masse volumique de l'acier est  $\rho = d\rho_{eau}$  et la masse linéique est

$$\mu = \rho S = \frac{\rho \pi D^2}{4}, \text{ où } S \text{ est la section et } D \text{ le diamètre.}$$



La corde la plus aigüe est la numéro 6 (mi 3) :  $f_{61} = f_{mi\ 3}$  ; or,  $\frac{f_{la\ 3}}{f_{mi\ 3}} = 2^{(5/12)}$ ,

d'où  $f_{61} = 440 \times 2^{(-5/12)} = 330 \text{ Hz}$ .

De plus,  $f_{61} = \sqrt{\frac{T_6}{\rho S_6}} \times \frac{1}{2L}$ , d'où  $T_6 = 4\rho S_6 L^2 f_{61}^2$  puis  $T_6 = 100 \text{ N}$ , puisque le diamètre est de 0,3 mm.

13°) a) Les barrettes sont disposées orthogonalement au manche et donc aux cordes pour pouvoir réduire les longueurs de toutes les cordes, afin de changer les notes. Si toutes les cordes sont réduites dans le même rapport, les 6 fréquences fondamentales sont modifiées mais restent dans le même rapport les unes par rapport aux autres.

b) On veut  $f'_{61} = 440 \text{ Hz} = f_{61} \times 2^{(5/12)}$ , donc il faut  $\frac{c_6}{2L'} = \frac{c_6}{2L} \times 2^{(5/12)}$ ,

d'où  $L' = L \times 2^{(-5/12)} = 48,1 \text{ cm}$ .

Il faut donc une barrette à  $d = L - L' = 16,1 \text{ cm}$  de la première.

14°) a) Pour avoir un son "harmonique", c'est-à-dire purement sinusoïdal, il faudrait parvenir, en grattant la corde, à n'exciter qu'un seul mode propre, ce qui est impossible en pratique car les conditions initiales sont trop difficiles à réaliser. On voit bien ici sur le relevé 1 qu'on n'a pas une sinusoïde pure. Ce n'est donc pas un son harmonique.

b) Relevés 1 et 2 : la raie la plus haute correspond à une fréquence d'environ 400 Hz, ce qui est bien en accord avec le relevé temporel sur lequel on perçoit, surtout vers la fin, une forme un peu sinusoïdale, de période de l'ordre de 2,5 ms.

On voit également sur le spectre que la fréquence fondamentale est de l'ordre de 80 Hz, ce qui correspond à la pseudo-enveloppe du relevé temporel.

C'est donc bien un  $mi_1$ , de fréquence  $f_{mi\ 1} = 440 \times 2^{(-29/12)} = 82,4 \text{ Hz}$ .

On peut ajouter que l'harmonique 5 est assez fort, sans doute parce qu'on a frappé la corde près de la table, à environ  $L/10$ , qui serait ainsi un ventre de mouvement.

En frappant près de la rosace, à  $L/4$ , on favoriserait l'harmonique 2, soit environ 160 Hz.

On voit que la guitare n'est pas bien accordée car le fondamental  $f_{11}$  devrait être à 82,4 Hz, et il est à moins de 80 Hz, puisque  $5f_1 < 400 \text{ Hz}$ .

### Problème n°3 :

1°) Relation fondamentale de la statique des fluides, dans un référentiel galiléen, la seule force de volume étant celle de pesanteur :  $\vec{\text{grad}}P = \mu \vec{g}$ .

2°) On projette la relation précédente sur les 3 axes des coordonnées cartésiennes. Les deux premières projections montrent que la pression ne dépend pas de  $x$  ni de  $y$ . Donc elle ne dépend que de  $z$ . Et la troisième projection donne  $\frac{dP}{dz} = -\mu g$ . Et en utilisant l'équation d'état du gaz parfait,  $\frac{dP}{dz} = -\frac{PMg}{RT_0}$ , d'où  $\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT_0} dz$ .

On pose  $H = \frac{RT_0}{Mg}$ . On a donc  $\frac{dP}{P} = -\frac{dz}{H}$ , qui s'intègre en  $P(z) = P(0) \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$ .

Le facteur d'échelle  $H$  est bien homogène à une longueur. En effet, l'argument de l'exponentielle doit être sans dimension, donc  $H$  et  $z$  doivent être de même dimension.  $H = 8,18 \text{ km}$ .

Autre façon de justifier :  $RT_0$  est en J/mol, et  $Mg$  en J/(mol.m)

3°) D'après l'équation d'état des gaz parfaits,  $\mu = \frac{PM}{RT_0}$ , d'où  $\mu(z) = \mu(0) \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$ , avec  $\mu(0) = \frac{MP(0)}{RT_0}$ .

4°) On isole le ballon sonde. Il est soumis à son poids et à la résultante des forces de pression de l'air, c'est-à-dire à la poussée d'Archimède. Et d'après le théorème d'Archimède, la poussée d'Archimède est l'opposé du poids du volume d'air déplacé par le ballon. Dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, le principe fondamental de la statique s'écrit :

$-m_b g \vec{u}_z + \mu(z) g V_b \vec{u}_z = \vec{0}$ . En projetant sur l'axe ( $Oz$ ), on obtient  $m_b = V_b \frac{MP(0)}{RT_0} \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$ ,

d'où  $z_{eq} = H \ln\left(\frac{MP(0)V_b}{m_b RT_0}\right) = \frac{RT_0}{Mg} \ln\left(\frac{MP(0)V_b}{m_b RT_0}\right)$ .

Numériquement,  $z_{eq} = \frac{8,31 \times 280}{29,0 \cdot 10^{-3} \times 9,81} \ln\left(\frac{29,0 \cdot 10^{-3} \times 1,00 \cdot 10^5 \times 0,500}{0,500 \times 8,31 \times 280}\right) \boxed{z_{eq} = 1,80 \text{ km}}$ .

5°) Qualitativement : on part d'une situation d'équilibre, donc la somme des forces sur le ballon est nulle.

Si le ballon monte un peu en raison d'une perturbation, son poids ne va pas changer, son volume non plus (il est indéformable) mais la masse volumique de l'air va diminuer, donc la poussée d'Archimède aussi. Donc la somme des forces sera verticale descendante, et le ballon redescendra.

Si le ballon descend un peu en raison d'une perturbation, son poids ne va pas changer, son volume non plus mais la masse volumique de l'air va augmenter, donc la poussée d'Archimède aussi. Donc la somme des forces sera verticale ascendante, et le ballon remontera.

Conclusion : **équilibre stable**.

### Objet solide à l'interface de deux liquides.

6°) Le liquide 1 se plaçant à l'équilibre au-dessus du liquide 2, on a  $\mu_2 > \mu_1$ .

En effet, si une goutte (volume  $V_g$ ) du liquide 2 venait à se trouver au milieu du liquide 1, elle serait soumise à son poids  $-\mu_2 V_g g \vec{u}_z$  et à la poussée d'Archimède  $+\mu_1 V_g g \vec{u}_z$ . La résultante serait verticale descendante et elle descendrait.

Le même type de raisonnement établirait qu'une goutte du liquide 1, entourée de liquide 2, monterait.

7°) On isole le solide. Il est soumis à son poids  $-\mu_3 \pi R^2 h_3 g \vec{u}_z$  et à la poussée d'Archimède. Pour calculer celle-ci, on peut imaginer les deux fluides remis à la place du solide. D'où  $\vec{\pi}_A = +(\mu_1 \pi R^2 a + \mu_2 \pi R^2 b) g \vec{u}_z$ .

À l'équilibre dans le référentiel terrestre supposé galiléen, le principe fondamental de la statique donne

$$-\mu_3 \pi R^2 h_3 g \vec{u}_z + (\mu_1 \pi R^2 a + \mu_2 \pi R^2 b) g \vec{u}_z = \vec{0}, \text{ d'où } \mu_3 = \frac{\mu_1 a + \mu_2 b}{h_3}.$$

8°) Puisque  $\mu_2 > \mu_1$ ,  $\mu_3 > \frac{\mu_1 a + \mu_1 b}{h_3} = \mu_1 \frac{a+b}{h_3} = \mu_1$ , donc  $\mu_3 > \mu_1$ .

De même, puisque  $\mu_2 > \mu_1$ ,  $\mu_3 < \frac{\mu_2 a + \mu_2 b}{h_3} = \mu_2 \frac{a+b}{h_3} = \mu_2$ , donc  $\mu_3 < \mu_2$ .