

## CENTRALE. Option PC. Physique 1. 2023

I) Une première évolution de la forme du casque : du casque classique vers le casque profilé en goutte d'eau

Q1 Nombre de Reynolds:  $Re = \frac{\rho V L}{\eta}$   $Re < 1$ : écoulement laminaire  
 $Re > 1000$ : écoulement turbulent

On a:  $V \sim 10 \text{ m.s}^{-1}$   $L \sim 1 \text{ m}$   $\rho \sim 1 \text{ kg.m}^{-3}$   $\eta \sim 2.10^{-5} \text{ Pa.s}$

$\Rightarrow Re \sim 5.10^5$  Le modèle de traînée est adapté.

Q2 Théorème de la quantité de mouvement pour le cycliste dans R galiléen:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_n + \vec{F}_r$$

selon Ox:  $m \frac{dv}{dt} = mg \sin \alpha - \mu_n N - \frac{1}{2} \rho S C_x v^2$

selon Oy:  $0 = -mg \cos \alpha + N$

$$\Rightarrow m \frac{dv}{dt} + \frac{1}{2} \rho S C_x v^2 = mg \sin \alpha - \mu_n mg \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{\rho S C_x}{2m} v^2 = g (\sin \alpha - \mu_n \cos \alpha)$$

$a = \frac{\rho S C_x}{2m} = 2,3.10^{-3} \text{ m}^{-1}$   $b = g (\sin \alpha - \mu_n \cos \alpha) = 0,92 \text{ m.s}^{-2}$

Q3 En régime permanent:  $\frac{dv}{dt} = 0$  d'où:  $v = \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{2m(\sin \alpha - \mu_n \cos \alpha)g}{\rho S C_x}}$

Donc:  $v = \sqrt{\frac{K}{S C_x}}$  avec:  $K = \frac{2m(\sin \alpha - \mu_n \cos \alpha)g}{\rho}$

Q4 A.N:  $V_{lim} = 20 \text{ m.s}^{-1} = 72 \text{ km.h}^{-1}$  vitesse importante en descente.

Q5 lignes 8 et 9: définition de la fonction  $g(v) = b - av^2$  donnant l'accélération

ligne 3: définition de la fonction réalisant la méthode d'Euler

paramètres d'entrée:  $f$ : la fonction égale à  $\frac{dv}{dt}$   
 $v$ : la vitesse initiale

$t$ : le tableau des temps

ligne 4: initialisation de la liste V des vitesses avec la vitesse initiale

ligne 5: entier variant de 0 à  $\text{len}(t) - 1 = 999$  pour faire varier le temps

ligne 6: remplissage de la liste des vitesses selon le principe  $v(t+dt) = v(t) + (t+dt - t).g(v)$

ligne 10: tableau des temps (1000 valeurs de 0 à 120, par égal à  $\frac{120}{999} = 0,12012$ )

ligne 11: calcul de la liste des vitesses

ligne 12: tracé de la vitesse (y) en fonction du temps (x)

Q6 premier nombre: instant initial

deuxième nombre: instant final

troisième nombre: nombres de valeurs de t

courbe 1: bon choix des paramètres

courbe 2: pas assez de valeurs de t  $\rightarrow$  courbe imprécise mais allure correcte

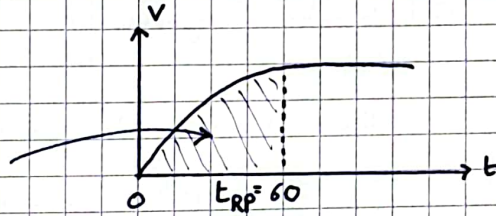
courbe 3: durée d'étude trop courte (12 s au lieu de 120 s pour 1 et 2)  
 courbe 4: durée longue et trop peu de points  $\Rightarrow$  courbe absurde

Q7

$$v = \dot{x} = \frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow x(t) = \int_0^t v dt$$

$$\Rightarrow L_{RP} = \int_0^{t_{RP}} v dt = \text{aire hachurée}$$



On cherche un ordre de grandeur, donc on prend la courbe 2 pour laquelle il est plus facile d'évaluer l'aire sous la courbe

$$\text{aire} = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (25 - 0)}_{\text{aire du triangle entre 0 et 25 s}} + \underbrace{20 \cdot (60 - 25)}_{\text{aire du rectangle entre 25 et 60 s}} \approx 950 \text{ m} \quad \underline{L_{RP} \approx 950 \text{ m}}$$

Q8

On poursuit le programme donné question 4. On dispose donc de  $x$  et  $y$ . D'après la courbe 1, le régime permanent est atteint vers  $t = 60$  s, ce qui correspond à l'élément numéro  $N = 500$  du tableau  $x$  des temps.

def L( $y, t, N$ ):

$L = 0$

for  $i$  in range( $0, N$ ):

$L = L + v[i] * (t[i+1] - t[i])$

return  $L$

} calcul de l'intégrale par la méthode des rectangles

$L_{RP} = L(y, x, 500)$   
 print( $L_{RP}$ )

la résolution donne  $L_{RP} = 901 \text{ m}$

Q9

A partir du tableau 1 on calcule la vitesse pour l'essai  $i$  par:  $v_i = \frac{5000}{t_i}$

$$\Rightarrow \langle v_c \rangle = 18,53 \text{ ms}^{-1}$$

L'écart type est:  $\sigma = 0,11 \text{ ms}^{-1}$ . On divise par  $\sqrt{N} = \sqrt{10}$  pour avoir l'incertitude type sur la moyenne.

$$\Rightarrow u(\langle v_c \rangle) = 0,036 \text{ ms}^{-1}$$

Q10

On calcule l'écart normalisé entre les deux mesures:

$$E = \frac{|\langle v_c \rangle - \langle v_p \rangle|}{\sqrt{u(\langle v_c \rangle)^2 + u(\langle v_p \rangle)^2}} = 13 > 2 \quad \text{Les deux mesures sont bien séparées.}$$

La démarche expérimentale est pertinente

## CENTRALE - Option PC - Physique 1 - 2023

Q 11 On a  $SC_x = \frac{K}{v_{lim}^2}$  (d'après Q3) D'où:  $\frac{U(SC_x)}{SC_x} = 2 \frac{U(v_{lim})}{v_{lim}}$

def MonteCarlo2 (vitesseMoyenne, incertitudeType, N, K):

$$SC_x = K / vitesseMoyenne^2$$

$$USC_x = 2 * SC_x * incertitudeType / vitesseMoyenne$$

$$generateur = rd.default_rng()$$

$$simul = generateur.normal(SC_x, USC_x, N)$$

$$SC_x = mp.mean(simul)$$

$$USC_x = mp.std(simul, ddof=1)$$

$$\text{return } SC_x, USC_x$$

Q 12

|                                           |
|-------------------------------------------|
| $P_{poids} = mg \sin \alpha \cdot v$      |
| $P_{F_n} = -\mu_n mg \cos \alpha \cdot v$ |
| $P_{F_f} = -\frac{1}{2} \rho SC_x v^3$    |

Q 13 Il y a une puissance motrice (poids) et deux puissances résistives.  
On calcule la puissance totale:  $P_{tot} = P_{poids} + P_{F_n} + P_{F_f}$

Il faut connaître les vitesses avec casque profilé et avec casque classique:

• casque profilé:  $v_{lim} = 54,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 15,14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\text{or } v_{lim} = \sqrt{\frac{K}{SC_x}} \Rightarrow K = SC_x \cdot v_{lim}^2 = 0,2937 \cdot 15,14^2 = 67,31$$

• casque classique:  $v_{lim} = \sqrt{\frac{K}{SC_x}} = \sqrt{\frac{67,31}{0,3051}} = 14,85 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

On calcule alors:

• casque profilé:  $P_{tot_p} = 80,9,81(\sin(0,1) - 6,5 \cdot 10^{-3} \cos(0,1))15,14 - \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 0,2937 \cdot 15,14^3 = \underline{486 \text{ W}}$

• casque classique:  $P_{tot_c} = \text{''} \quad \text{''} \quad 14,85 \quad \text{''} \quad 0,3051 \cdot 14,85^3 = \underline{477 \text{ W}}$

Le gain en puissance est donc de 9 W soit environ 2% de 477 W

On cherche l'incertitude type sur:  $\Delta P = P_{tot_p} - P_{tot_c}$

$$\Rightarrow U(\Delta P) = \sqrt{U(P_{tot_p})^2 + U(P_{tot_c})^2}$$

On suppose que l'incertitude sur  $SC_x$  est la seule à prendre en compte.

$$U(P_{tot_c}) = P_{tot_c} \cdot \frac{U(SC_x)}{SC_x} = 477 \cdot \frac{0,0036}{0,3051} = 5,6 \text{ W} \quad \text{De même: } U(P_{tot_p}) = 6,1 \text{ W}$$

D'où:  $U(\Delta P) = 8 \text{ W}$

C'est comparable à  $\Delta P$  donc il est difficile de conclure sur le gain en puissance