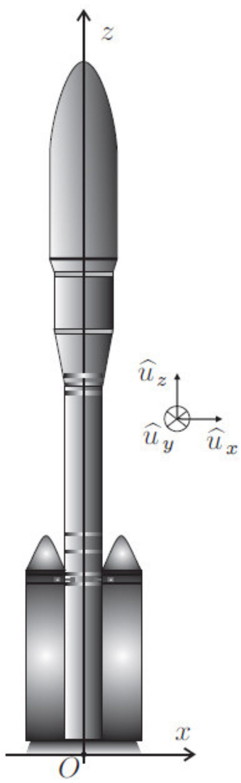

FIGURE 1 – Fusée

I. — Généralités

I.A. — Aspect cinétique - Lois de vitesse

A l'instant $t = 0$, une fusée de masse totale m_0 décolle verticalement dans le référentiel terrestre (voir figure 1). On définit le débit de masse $D_m > 0$ des gaz brûlés, par $D_m = -\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$, $m(t)$ désignant la masse de la fusée à un instant $t > 0$ quelconque. On note $\vec{u} = -u\widehat{u}_z$ avec $u > 0$, la vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée. On note $\vec{v} = v(t)\widehat{u}_z$ la vitesse de la fusée dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On suppose que D_m et u restent constants et que le champ de pesanteur g reste uniforme lors du lancement.

❏ **1** — En prenant pour système la fusée à l'instant t, exprimer sa quantité de mouvement $\vec{p}_f$ aux instants t et $t + \mathrm{d}t$. Déterminer de même la quantité de mouvement $\vec{p}_g$ à l'instant $t + \mathrm{d}t$ du gaz éjecté pendant $\mathrm{d}t$.

❏ **2** — On rappelle que la dérivée temporelle d'un vecteur $\vec{w}(t)$ est définie par la relation $\dfrac{\mathrm{d}\vec{w}}{\mathrm{d}t} = \lim\limits_{\mathrm{d}t\to 0} \dfrac{\vec{w}(t+\mathrm{d}t) - \vec{w}(t)}{\mathrm{d}t}$. En utilisant le principe fondamental de la dynamique pour l'ensemble $\{\text{fusée} + \text{gaz}\}$, établir l'équation différentielle

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = D_m u - mg \tag{1}$$

❏ **3** — Identifier, dans le second membre de l'équation (1), l'intensité F de la force de poussée. A quelle condition la fusée décolle-t-elle ?