

LE MONDE DE L'AÉRONAUTIQUE**A) QUELQUES INSTRUMENTS DE NAVIGATION****A.1) L'altimètre et son utilisation :**

A.1.1) Relation fondamentale de la statique des fluides, dans le référentiel terrestre : $\vec{\text{grad}}P = \mu \vec{g}$.

A.1.2) On part de l'équation d'état : $PV = nRT = \frac{m}{M}RT$, d'où $\mu = \frac{PM}{RT}$.

A.1.3) En projetant la relation fondamentale de la statique des fluides sur les deux axes horizontaux, on obtient que P ne dépend que de z . Puis en projetant sur l'axe Oz vertical ascendant, on obtient : $\frac{dP}{dz} = -\mu g = -\frac{PM}{RT}g$. On est dans le cadre d'une atmosphère isotherme, de température T_0 , dans un champ de pesanteur uniforme, d'où $\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT_0} dz$, avec $\frac{Mg}{RT_0}$ qui est une constante. On pose $H = \frac{RT_0}{Mg}$ et l'équation différentielle devient

$$\frac{dP}{P} = -\frac{dz}{H}.$$

D'où $\int_{P_0}^{P(z)} \frac{dP}{P} = -\int_0^z \frac{dz}{H}$, puis $\ln\left(\frac{P(z)}{P_0}\right) = -\frac{z}{H}$, ou encore $P(z) = P_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$.

Pour effectuer le calcul numérique de H , il faut déjà calculer M , c'est-à-dire la masse molaire moyenne de l'air. Si on note x_{O_2} la fraction molaire en dioxygène, et x_{N_2} celle en diazote, pour n moles d'air, on a nx_{O_2} moles de dioxygène et nx_{N_2} moles de diazote. La masse de cet ensemble est $m = nx_{N_2}M_{N_2} + nx_{O_2}M_{O_2}$; et la masse molaire :

$$M = \frac{m}{n} = x_{N_2}M_{N_2} + x_{O_2}M_{O_2}. \quad \text{Il vient } H = 8,5 \text{ km.}$$

A.1.4) On a vu que $\frac{dP}{dz} = -\frac{P}{H}$. Et tant qu'on n'est pas trop haut en altitude, $\frac{P}{H}$ est proche de $\frac{P_0}{H} \approx \frac{1,0 \cdot 10^5}{8,5 \cdot 10^3} \approx 12 \text{ Pa.m}^{-1} = 12 \times 0,3058 \text{ Pa.ft}^{-1} = 3,6 \text{ Pa.ft}^{-1}$.

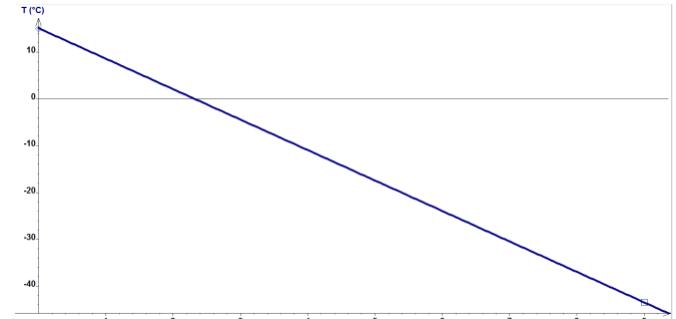
Donc quand on s'élève de 28 pieds, la pression chute environ de $3,6 \times 28 = 100 \text{ Pa}$, c'est-à-dire 1hPa, ce qui confirme le bienfondé de la « recette pratique » des aviateurs. Mais elle ne fonctionne qu'à basse altitude.

A.1.5) La loi $T(z) = T_0(1 - \alpha z)$ donne $\frac{dT}{dz} = -\alpha T_0$. Or on nous dit que $\frac{dT}{dz}$ est de l'ordre de $\frac{-0,65}{100} \text{ K.m}^{-1}$. Il vient $\alpha = -\frac{1}{T_0} \frac{dT}{dz} = \frac{0,65}{100 \times 288} = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$. Ou $4,3 \cdot 10^{-4}$ avec T_0 en °C car c'est une « recette ».

Remarque : un écart de température a la même valeur en degrés Celsius et en Kelvin. Mais si on veut travailler dans le système S.I. il faut prendre T_0 en K.

A.1.6) Avec la calculatrice, on effectue une régression

linéaire, et on obtient $T(z) = a \cdot z + b$ avec $a = -6,52 \cdot 10^{-3} \text{ K/m}$ et $b = 15,1^\circ\text{C} = 288,1 \text{ K}$, et un coefficient de corrélation de $+0,99997$. Le coefficient a peut aussi bien s'exprimer en K/m qu'en °C/m puisqu'il correspond à un écart de température divisé par une différence d'altitude. Seul b change quand on passe des K aux °C. La constante a joue le rôle de $-T_0 \alpha = -6,5 \cdot 10^{-3}$ de la question A.1.5), et on constate un assez bon accord.



A.1.7) Pour calculer numériquement (dP/dz) en z_n à l'aide du tableau, on peut calculer $\frac{P(z_{n+1}) - P(z_{n-1})}{z_{n+1} - z_{n-1}}$

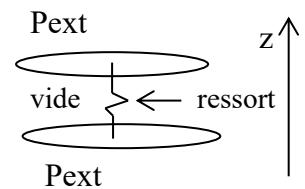
Autour de $z = 1000 \text{ m}$, $\frac{845 - 955}{1500 - 500} = -\frac{110}{1000} = -0,11 \text{ hPa/m}$ on retrouve bien le résultat de A.1.4.

A.1.8)

- La parenthèse $(1 - \beta z)$ doit être sans dimension donc β est en m^{-1} .
- Pour déterminer δ au moyen d'une régression linéaire, on peut tracer $y = \ln\left(\frac{P(z)}{P_0}\right)$ en fonction de $x = \ln(1 - \beta z)$. On devrait obtenir une droite passant par l'origine : $y = \delta x$.
- La régression linéaire est satisfaisante (Coeff. corrélation=0,99999) et $\delta=5,24$ sans dimension.

A.2) Principe de fonctionnement de l'altimètre :

A.2.1) Si on prend comme système le plateau inférieur, les forces appliquées sont la force de pression extérieure $P_{ext}S \vec{u}_z$ et la force exercée par le ressort $k(\ell - \ell_0)\vec{u}_z$, où ℓ est la longueur du ressort et ℓ_0 sa longueur à vide. À l'équilibre, le théorème de la résultante dynamique, appliqué dans le référentiel de l'avion s'écrit $P_{ext}S \vec{u}_z + k(\ell - \ell_0)\vec{u}_z = \vec{0}$, d'où $\ell = \ell_0 - \frac{P_{ext}S}{k}$. Si on note z_b la position sur l'axe Oz du bas de la capsule, et $z_h (= Cte)$ la position du haut de la capsule, on a bien $z_b = z_h - \ell = \frac{P_{ext}S}{k} + Cte'$, dont la variation est bien proportionnelle à celles de P_{ext} .



A.2.2) Compte tenu de la « recette pratique » donnée à la question A.1.4), la pression P_{ext} qui règne dans l'habitacle de l'avion varie linéairement avec l'altitude, donc z_b aussi, et par conséquent la position des aiguilles également.

A.2.3) Le « bouton de réglage de la pression de calage » sert à ajuster la valeur de la constante additive de la loi affine donnant la position de l'aiguille en fonction de l'altitude. En effet, selon les conditions météo, la pression P_0 à altitude $z = 0$ n'est pas la même tous les jours. Avant de décoller, le pilote sachant à quelle altitude il se trouve, règle les aiguilles sur cette valeur. Si les conditions météo n'évoluent pas trop pendant la durée du vol, l'information sur l'altitude sera correcte.

A.2.4) On rappelle que $\frac{dP}{P} = -\frac{dz}{H}$. Si on vole un jour où la température est plus basse que celle pour laquelle la démultiplication a été choisie, la « hauteur d'échelle H sera plus faible, donc pour un $|dz|$ donné, $\left|\frac{dP}{P}\right|$ sera plus important, et donc la déviation des aiguilles aussi : l'indication de l'altimètre sera sur-évaluée.

A.3) L'anémomètre ou « badin » :

A.3.1) L'orifice relié à la chambre de pression P_t est face à l'écoulement. Il y a arrêt de l'écoulement en A, à l'entrée de cette partie du tube de Pitot. La pression y est donc élevée. En revanche, l'orifice en B est latéral, et l'écoulement existe le long de cette partie latérale du tube de Pitot. La pression y est plus faible : $P_t > P_s$.

A.3.2) Si V est la norme de la vitesse de l'avion par rapport à l'air, c'est aussi, dans le référentiel lié à l'avion (et donc au tube de Pitot), la norme de la vitesse de l'air qui arrive sur le tube de Pitot. On applique la relation de Bernoulli sur une ligne de courant entre un point A' très en amont de A, et A :

$P_{ext} + \frac{1}{2}\mu V^2 + \mu g z_{A'} = P_t + 0 + \mu g z_A$. En effet, dans le gros canal allant de A à la chambre P_t , il n'y a pas d'écoulement, et le gaz enfermé transmet la pression sans la modifier (le changement d'altitude étant négligeable pour un gaz sur un dénivelé nettement inférieur à la hauteur d'échelle).

En négligeant pour les mêmes raisons la différence entre z_A et $z_{A'}$, il vient $P_t = P_{ext} + \frac{1}{2}\mu V^2$.

De même, entre un point B' proche de A', et B : $P_{ext} + \frac{1}{2}\mu V^2 + \mu g z_{B'} = P_s + \frac{1}{2}\mu V^2 + \mu g z_B$.

Il vient $P_s = P_{ext}$. Par suite, $P_t - P_s = \frac{1}{2}\mu V^2$, puis $V = \sqrt{\frac{2(P_t - P_s)}{\mu}}$.

A.3.3)

a) Il faut composer les vitesses :

$$\vec{vitesse}(\text{avion \% sol}) = \vec{vitesse}(\text{avion \% air}) + \vec{vitesse}(\text{air \% sol}),$$

$$\text{c'est-à-dire : } \vec{V}_s = \vec{V} + \vec{V}_{vent}.$$

b) On en déduit que $\vec{V} = \vec{V}_s - \vec{V}_{vent}$. Or, le trajet que doit effectuer l'avion est de D vers E, c'est-à-dire de l'ouest vers l'est. C'est dans cette direction et dans ce sens que doit être le vecteur \vec{V}_s . Par sommation vectorielle, on construit (cf figure) le vecteur \vec{V} . On déduit du schéma (attention, l'angle C_m est entre la direction du Nord et la direction de \vec{V}) : $\sin(90 - C_m) = \frac{V_{vent}}{V} = \frac{20}{100}$, l'angle C_m étant en degrés. On peut aussi écrire $\cos(C_m) = \frac{V_{vent}}{V} = \frac{20}{100}$, d'où $C_m = 78^\circ$.

$$\text{c) Le théorème de Pythagore donne } V_s = \sqrt{V^2 - V_{vent}^2} = \sqrt{100^2 - 20^2} = 98 \text{ kt.}$$

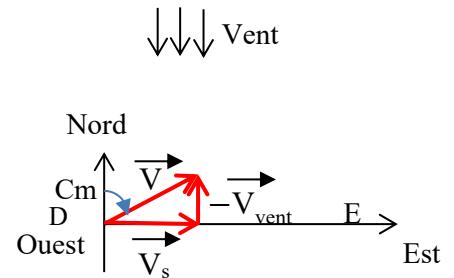
A.3.4) Correction de la valeur indiquée par le badin :

a) En reprenant les résultats des questions A.1.1 à A.1.3), on a : $\mu(z) = \frac{P(z)M}{RT_0} = \frac{P_0M}{RT_0} \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$, d'où $\mu(z) = \mu_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$.

b) On remplace dans l'expression de la vitesse : $V = \sqrt{\frac{2(P_t - P_s)}{\mu_0}} \exp\left(\frac{z}{H}\right) = \sqrt{\frac{2(P_t - P_s)}{\mu_0}} \exp\left(\frac{z}{2H}\right)$. Pour les petites altitudes de vol, $z \ll H$, d'où $V \approx \sqrt{\frac{2(P_t - P_s)}{\mu_0}} \left(1 + \frac{z}{2H}\right)$. Le second terme de la parenthèse correspond au correctif à apporter à la vitesse, directement en termes de pourcentages. Ainsi, pour une élévation de 600 pieds, c'est-à-dire 200 m, la correction à apporter en pourcentage est environ $\frac{200}{2 \times 8,5 \cdot 10^3} = 1,2\%$. C'est donc une « recette » approximative mais du bon ordre de grandeur.

c) En utilisant la règle pratique des aviateurs, pour 6000 pieds, il faut ajouter 10% (ou multiplier par $1,01^{10}$ mais ça ne change pas grand-chose) et on obtient :

$$V_{vraie} (6000 \text{ ft}) = V_{ind} * 1,10. \quad V_{vraie} = 165 \text{ kt} = 165 * 1,852 \sim 306 \text{ km/h.}$$



B) DISPOSITIF DE REGLAGE DE LA VITESSE VERTICALE DE L'AVION

B1.1) :

Le modèle comporte : 9 solides et 12 liaisons.

Le nombre cyclomatique vaut : $\gamma = l - n + 1 = 4$.

On a donc $E_c = 24$.

Le système comporte : 9 liaisons pivot, 2 liaisons sphérique et 1 liaison sphère cylindre.

On a donc $n_c = 1.9 + 2.3 + 1.4 = 19$

Le mécanisme comporte une loi entrée / sortie et une mobilité interne (rotation de la pièce 7 autour de l'axe (JK)).

On a donc $m_c = 2$

On obtient donc : $h = m_c + E_c - n_c = 2 + 24 - 19 = 7$

Le modèle est hyperstatique de degré 7

B1.2)

On écrit une condition de fermeture géométrique entre les points $HJKL$: $\vec{JK} = \vec{JH} + \vec{HL} + \vec{LK}$

$$L_7\vec{x}_7 = -L_6\vec{x}_6' + (\vec{HO} + \vec{OL}) + L_8\vec{x}_8 = -L_6\vec{x}_6' + (X_L - X_H)\vec{x}_B + (Y_L - Y_H)\vec{y}_B + L_8\vec{x}_8$$

$$\text{En projection sur } \vec{x}_B : L_7 \cos \theta_7 = -L_6 \cos \left(\theta_6 - \frac{\pi}{6} \right) + (X_L - X_H) + L_8 \cos \beta$$

$$\text{En projection sur } \vec{y}_B : L_7 \sin \theta_7 = -L_6 \sin \left(\theta_6 - \frac{\pi}{6} \right) + (Y_L - Y_H) + L_8 \sin \beta$$

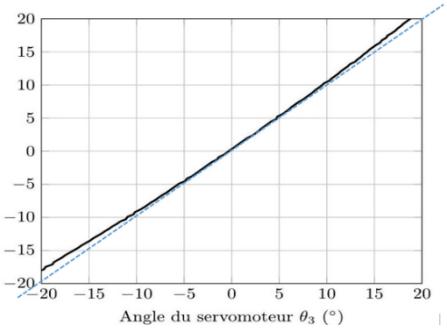
$$L_7^2 = \left[-L_6 \cos \left(\theta_6 - \frac{\pi}{6} \right) + (X_L - X_H) + L_8 \cos \beta \right]^2 + \left[-L_6 \sin \left(\theta_6 - \frac{\pi}{6} \right) + (Y_L - Y_H) + L_8 \sin \beta \right]^2$$

B1.3)

Graphiquement au voisinage de $(0^\circ ; 0^\circ)$ on obtient comme loi linéaire : $\boxed{\beta = \theta_3}$

En $\theta_3 = -20^\circ$, le modèle linéaire donne $\beta = -20^\circ$ et la courbe donne : $\beta = -18^\circ$

Ce qui donne une erreur relative en % : $\frac{-20+18}{-18} \cdot 100 = 11\%$. Cette erreur est admissible.



B2.1)

Entre 0.5 rad/s et 5 rad/s, on a une phase constante à 90° et pour le gain une droite de pente -20 dB par décade.

$$\text{Avec } \tilde{H}_4(p) = -\frac{K_{4a}}{p}, \text{ on } \tilde{H}_4(j\omega) = -\frac{K_{4a}}{j\omega} = j \frac{K_{4a}}{\omega}$$

$$\text{Le gain en décibel de } \tilde{H}_4(j\omega) \text{ vaut } A_{dB} = 20 \log \left| j \frac{K_{4a}}{\omega} \right| = 20 \log \frac{K_{4a}}{\omega} = 20 \log K_{4a} - 20 \log \omega$$

On a bien une droite de pente -20 dB/décade.

$$\text{La phase en degré de } \tilde{H}_4(j\omega) \text{ vaut } \varphi^\circ = \text{Arg } \tilde{H}_4(j\omega) = \text{Arg} \left(j \frac{K_{4a}}{\omega} \right) = 90^\circ$$

Sur la plage de pulsation considérée on peut approximer $H_4(p)$ à $\tilde{H}_4(j\omega) = -\frac{K_{4a}}{j\omega}$

$$\boxed{B2.2) FTBO(p) = \frac{-K_z K_{4a} (1 + \tau_z p)}{\tau_z p^2}}$$

B2.3) Sachant que $t_r = 5$ s et que l'énoncé propose l'approximation $t_r \omega_c = 3$, alors :

$$\omega_c = \frac{3}{t_r} = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

B2.4)

La FTBO est le produit de l'inverse d'un système du 1^{er} ordre de constante de temps τ_z et d'un double intégrateur.

Pour avoir une marge de phase de 45° , on doit avoir :

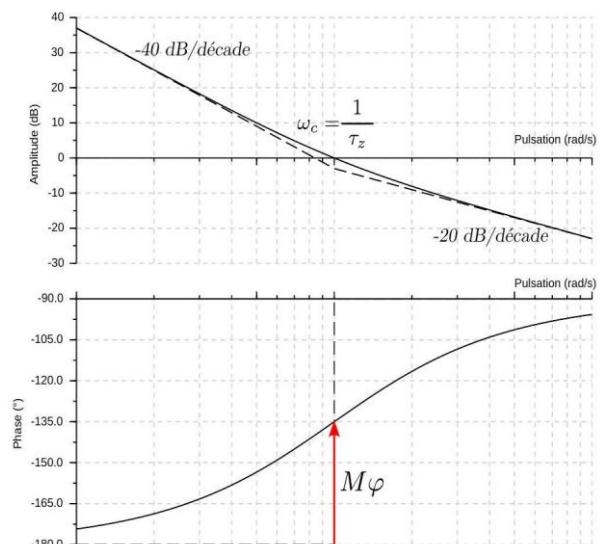
$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_z} &= \frac{3}{t_r} \quad \boxed{\tau_z = \frac{t_r}{3}} \\ \tau_z &= 1,67s \end{aligned}$$

B2.5)

Le schéma bloc étant à retour unitaire :

$$FTBF(p) = \frac{\frac{-K_z K_{4a} (1 + \tau_z p)}{\tau_z p^2}}{1 + \frac{-K_z K_{4a} (1 + \tau_z p)}{\tau_z p^2}} = \frac{-K_z K_{4a} (1 + \tau_z p)}{\tau_z p^2 - K_z K_{4a} (1 + \tau_z p)}$$

$$\boxed{FTBF(p) = -\frac{1 + \tau_z p}{1 + \tau_z p + \frac{\tau_z}{K_z K_{4a}} p^2}}$$



On obtient une fonction d'ordre 2. Pour que le système soit stable, il faut que tous les signes du dénominateur soient identiques.

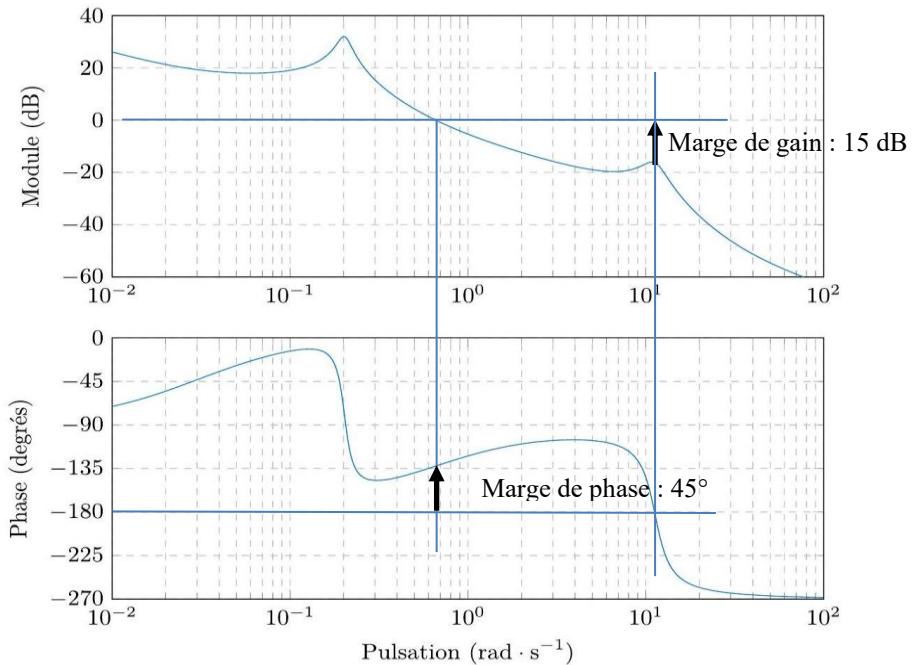
τ_z et K_{4a} étant positifs, il faut que K_z soit négatif pour que le système soit stable.

B2.6)

Graphiquement, on relève :

une marge de phase de $45^\circ = 45^\circ$
une marge de gain de $15 \text{ dB} > 8 \text{ dB}$
une valeur de ω_c de 0.65 rad/s , ce qui correspond à un $t_{5\%}$ de $4,6\text{s}$ proche de 5s

Les exigences sont respectées.



C) ÉTUDE DU BRUIT ET DE LA POUSSÉE D'UNE HÉLICE TRACTRICE

C1) Condition de Shannon-Nyquist pour un signal quelconque : la plus grande des fréquences du signal, f_{max} doit vérifier $f_e > 2f_{max}$, f_e étant la fréquence d'échantillonnage.

C2) Les sons audibles ont une fréquence max de l'ordre de $2f_{max} = 40 \text{ kHz}$. Et ici, $f_e = \frac{1}{T_e} = 10 \text{ MHz}$.

Donc la condition de Shannon-Nyquist est vérifiée.

C3) La formule générique de ces fréquences est $k \frac{f_e}{N_e}$, et il en calcule $\frac{N_e}{2} + 1 = 2501$ puisqu'ici, $N_e = 5000$ est pair, comme cela est expliqué dans l'aide sur `fft.rfftfreq`, puisque n y joue le rôle de N_e , et d celui de T_e :

```
f = [0, 1, ..., n/2-1, n/2] / (d*n) if n is even
f = [0, 1, ..., (n-1)/2-1, (n-1)/2] / (d*n) if n is odd
```

C4) Ici, les fréquences choisies pour les raies du spectre sont les multiples entiers de $\frac{f_e}{N_e} = 2,0 \text{ kHz}$.

Ni la fréquence 1020 Hz , ni la fréquence 1025 Hz n'en fait partie.

Puisque l'écart entre ces 2 fréquences est inférieur au pas de fréquence de 2 kHz , les deux raies seront mélangées en une seule.

C5) On a ici, $\frac{f_e}{2} = 5,0 \text{ MHz}$. Si un signal ultrasonore purement sinusoïdal de fréquence $f_{us} = 65 \text{ kHz}$ est présent pendant l'acquisition, la condition de Shannon-Nyquist est respectée et il n'y a pas de repliement.

C6) Comme cela apparaît dans le programme python, le coefficient multiplicatif de normalisation vaut :

$\frac{1}{N_e}$ pour la composante continue, et $\frac{2}{N_e}$ pour les fréquences non nulles.

C7)

```
Ne=5000 ; Te=0.1e-6 ; fe=1/Te
C=np.array([1/Ne]+[2/Ne for k in range(Ne//2)]) # normalisation
spec=abs(np.fft.rfft(v_ech)*C)
f=np.fft.rfftfreq(Ne,Te)
plot(f,spec)
show()
```

C8) On a ici un écoulement incompressible donc $\operatorname{div} \vec{v} = 0$, ce qui se traduit par la conservation du débit volumique tout le long d'un tube de courant. La vitesse étant uniforme dans chaque section, on peut écrire : $v_0 S_E = v_S S_S$ d'une part et $v_0 S_E = v_R S_R$ d'autre part.

L'hélice met en mouvement le fluide, donc la vitesse de celui-ci est plus importante après l'hélice qu'avant : $v_S > v_0$. Il en résulte que $S_S < S_0$, ce qui est bien ce que montre la figure 2.

C9) On a ici un écoulement parfait, stationnaire, homogène et incompressible. Le théorème de Bernoulli entre deux points E et B d'une même ligne de courant, donne (la pesanteur étant négligée comme le propose l'énoncé) :

$$P_0 + \frac{1}{2} \mu v_0^2 = P_B + \frac{1}{2} \mu v_R^2.$$

De la même façon, entre A et S : $P_A + \frac{1}{2}\mu v_R^2 = P_0 + \frac{1}{2}\mu v_S^2$.

En faisant la différence, on obtient $P_A - P_B = \frac{1}{2}\mu(v_S^2 - v_0^2)$.

C10) On considère le système fermé Σ^* , défini par :

- à t , Σ^* = l'air compris à t entre A et B + la masse δm_E d'air qui va entrer en B entre t et $t + dt$
- à $t + dt$, Σ^* = l'air compris à $t + dt$ entre A et B + la masse δm_S qui est sortie en A entre t et $t + dt$

Un bilan de masse donne, en régime stationnaire, $\delta m_S = \delta m_E = \mu v_R S_R dt$.

Un bilan macroscopique de quantité de mouvement (c'est-à-dire le théorème de la résultante cinétique) pour le système Σ^* , dans le référentiel du laboratoire, supposé galiléen, donne (la pesanteur étant toujours négligée) :

$\frac{\vec{p}^*(t+dt) - \vec{p}^*(t)}{dt} = (P_B - P_A)S_R \vec{x} + F\vec{x}$. En effet, les forces pressantes latérales se compensent deux à deux. La quantité de mouvement du fluide entre A et B étant la même, en régime stationnaire, à t et à $t + dt$, il vient :

$$\frac{v_R S_R dt (v_R - v_R)}{dt} \vec{x} = (P_B - P_A)S_R \vec{x} + F\vec{x},$$

puis $F = (P_A - P_B)S_R$.

C11) À partir des relations précédentes, il vient : $F = \frac{1}{2}\mu S_R (v_S^2 - v_0^2)$ (1).

Rappel énoncé : On considère le système $\Sigma(t)$ formé de l'air contenu à la date t , dans le tube de courant, entre les sections E et S ; c'est un système ouvert. On considère alors le système fermé Σ^* , défini par :

- à t , $\Sigma^* = \Sigma(t) +$ la masse δm_E d'air qui va entrer en E entre t et $t + dt$
- à $t + dt$, $\Sigma^* = \Sigma(t + dt) +$ la masse δm_S d'air qui est sortie en S entre t et $t + dt$

C12) Un bilan de masse donne, puisque l'écoulement est stationnaire : $\delta m_E = \delta m_S = \mu v_0 S_E dt$.

C13) À l'aide d'un bilan de quantité de mouvement sur Σ^* , $\frac{\vec{p}^*(t+dt) - \vec{p}^*(t)}{dt} = \vec{F}$, puisque la pression est uniforme tout autour du système ; on en déduit : $\frac{\mu v_0 S_E dt (v_S - v_0)}{dt} \vec{x} = \vec{F}$, puis $\vec{F} = \mu v_0 S_E (v_S - v_0) \vec{x}$. (2)

C14) En utilisant les équations (1) et (2), on en déduit : $\frac{S_R}{2} (v_S - v_0)(v_S + v_0) = v_0 S_E (v_S - v_0)$, d'où, puisque $v_S \neq v_0$, $\frac{S_R}{2} (v_S + v_0) = v_0 S_E$, et puisque $v_0 S_E = v_R S_R$, $v_R = \frac{v_S + v_0}{2}$.

D) MODÉLISATION D'UNE MACHINE FRIGORIFIQUE (pour le mini bar dans l'avion !)

Présentation générale

D1) Le fluide reçoit effectivement un travail mécanique « utile » (sans compter ceux de transvasement) de la part du compresseur pendant la compression, donc $w_{12} > 0$;

le fluide donne effectivement de l'énergie thermique à la source chaude, donc il reçoit de sa part un transfert thermique négatif : $q_{23} < 0$;

le fluide interne de la machine prend de l'énergie thermique aux aliments qui sont dans la chambre froide du réfrigérateur, donc il reçoit de leur part un transfert thermique positif : $q_{41} > 0$.

D2) Le transfert thermique se fait des zones de forte température vers les zones de plus faible température. Dans le condenseur, le transfert se fait du fluide vers la source chaude, la température du fluide est donc plus élevée que celle de la source chaude : $T_{fl} > T_C$.

Dans l'évaporateur, le transfert se fait de la source froide vers le fluide, la température du fluide est donc plus faible que celle de la source : $T_{fl} < T_F$.

Questions préalables sur l'expression utile du premier principe

D3) Le débit massique $D_m = \mu S v$ avec μ la masse volumique du fluide et S la section de l'écoulement.

D4) En régime permanent, le débit massique se conserve tout le long d'un tube de courant. La section étant supposée constante, le produit « vitesse x masse volumique » est constant.

La masse volumique est donc minimale là où la vitesse du fluide est maximale donc ici juste avant la compression.

D5) Graphiquement, $\Delta h_{12} = h_2 - h_1 \simeq 440 - 390 = 50 \text{ kJ kg}^{-1}$. Or, $\Delta\left(\frac{1}{2}v^2\right) \leq \frac{1}{2}v_{max}^2 = 0,5 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 0,5 \text{ J kg}^{-1}$ qui est 10^5 fois plus petite que la variation d'enthalpie massique. La variation d'énergie cinétique massique est donc bien négligeable devant la variation d'enthalpie massique.

D6) Une variation d'altitude de $\Delta z \simeq 2 \text{ m}$ conduit à $\Delta(gz) \simeq 0,02 \text{ kJ kg}^{-1}$ qui est plus de 2000 fois plus petite que la variation d'enthalpie massique. La variation d'énergie potentielle massique est bien, elle aussi, négligeable.

Lecture du diagramme et intérêt de la vaporisation

D7) Graphiquement $T_{sat}(P_{bp}) = -30^\circ\text{C}$ et $T_1 = -20^\circ\text{C}$ spit $T_1 - T_{sat}(P_{bp}) = 10^\circ\text{C}$.

D8) De même, $T_{sat}(P_{hp}) = 40^\circ\text{C}$ et $T_3 = 30^\circ\text{C}$ spit $T_3 - T_{sat}(P_{hp}) = -10^\circ\text{C}$.

D9) Il n'y a pas de pièces mécaniques mobiles donc le travail utile reçu pendant la transformation dans le détendeur est nul et les parois sont calorifugées, il n'y a donc pas de chaleur reçue ; la variation d'enthalpie est donc bien nulle : $\Delta h_{34} = 0$.

D10) Dans la zone de la phase liquide, les isothermes sont considérées verticales, tout comme les isenthalpes. Cela est bien en accord avec l'approximation usuelle stipulant que $\Delta h \cong c_p \Delta T$ pour une phase condensée, car si T est constante, h l'est aussi.

D11) Tout d'abord introduisons une notation pour clarifier : appelons 3' le point qui se trouve à l'intersection du chemin 3-4 et de la courbe d'ébullition, sur la figure 3, et appelons 5 le point qui se trouve sur la courbe d'ébullition et à la même ordonnée que le segment 4-1, donc sur l'isotherme T_4 . L'enthalpie étant une fonction d'état, on a :

$\Delta h_{34} = \Delta h_{33'} + \Delta h_{3'5} + \Delta h_{54} = c_p(T_3 - T_3 + T_5 - T_{3'}) + L_{vap}(T_4) \times \Delta x_{vap}$. Puisqu'on a vu que $T_{3'} \simeq T_3$ et comme on a $T_5 = T_4$, on obtient bien $\Delta h_{34} = c_p(T_4 - T_3) + L_{vap}(T_4) \times \Delta x_{vap}$.

D12) À $T_4 = -30^\circ\text{C}$, $h_{liq}(T_4) = 162 \text{ kJ kg}^{-1}$ et $h_{vap}(T_4) = 380 \text{ kJ kg}^{-1}$ d'où $L_{vap}(T_4) = 218 \text{ kJ kg}^{-1}$.

Comme $\Delta h_{34} = 0$, $T_4 - T_3 = -\frac{L_{vap}(T_4)\Delta x_{vap}}{c_p}$. En relevant graphiquement $x_{vap} = 0,36$, on obtient $T_4 - T_3 \simeq -78^\circ\text{C}$ alors que

$T_3 = 30^\circ\text{C}$ et $T_4 = -30^\circ\text{C}$ et donc $T_4 - T_3 = -60^\circ\text{C}$. Il y a une nette différence...

En réalité la transformation n'est pas parfaitement adiabatique.

Hypothèses simplificatrices et efficacité de la machine

D13) L'énergie massique couteuse correspond à l'énergie massique w_{12} fournie par le compresseur au fluide.

L'énergie massique utile est l'énergie massique q_{41} que le fluide retire à la source froide pour la maintenir froide.

Graphiquement, $w_{12} = \Delta h_{12} = 440 - 390 = 50 \text{ kJ kg}^{-1}$ et $q_{41} = \Delta h_{41} = 388 - 241 = 147 \text{ kJ kg}^{-1}$

D'où $e = \frac{q_{41}}{w_{12}} = 2,9$.

D14) Sur un cycle supposé réversible : $\Delta h = w_{12} + q_{23} + q_{41} = 0$ et $\Delta s = \frac{q_{41}}{T_f} + \frac{q_{23}}{T_c} = 0$ soit $q_{23} = -\frac{T_c}{T_f} q_{41}$ et donc

$$e = \frac{q_{41}}{w_{12}} = \frac{q_{41}}{q_{41}\left(\frac{T_c}{T_f} - 1\right)} = \frac{T_f}{T_c - T_f} = \frac{258}{293 - 258} = 7,4.$$

L'efficacité réelle est nettement inférieure à celle de Carnot.

Les sources d'irréversibilité sont les phénomènes dissipatifs (frottements, pertes de charge), la diffusion thermique au niveau des sources chaude et froide...

D15) Si la transformation n'est pas réversible, l'entropie varie, plus exactement elle augmente $\Delta s_{12} = s_{\text{crée}} > 0$, ce qui se traduit par une augmentation de Δh_{12} et donc de w_{12} , l'efficacité diminue donc.

Sur le diagramme de Mollier, le point 2 est plus à droite car s est plus élevé).

D16) Le sous-refroidissement permet de diminuer h_3 et donc h_4 , ce qui permet d'augmenter q_{41} et donc d'augmenter l'efficacité.