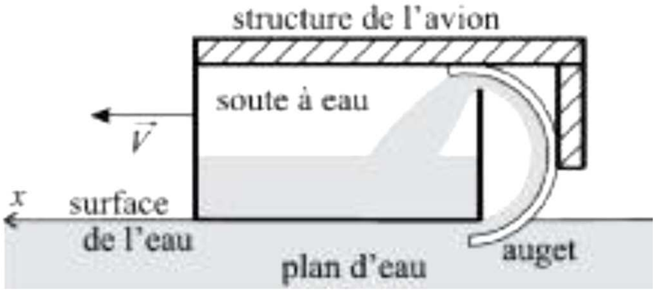
4.8 Bilans macroscopiques-Exercice 3

Un bombardier d'eau CL 145, appelé Canadair, effectue ses remplissages (ou écopages) en effleurant la surface de l'eau avec une vitesse V = 120 km/h.
L'eau s'engouffre dans les soutes au moyen de deux écopes de section rectangulaire S = 11,8 x 6,5 cm^2.
Le remplissage au travers d'une écope est modélisé par un auget orienté dans le sens du déplacement qui renvoie les veines d'eau dans le sens opposé à la direction incidente.
La section droite du jet d'entrée S_E est prise égale à la section d'une écope et on supposera en première approximation que la section du jet de sortie est la même que celle d'entrée. L'auget est placé dans un environnement à la pression atmosphérique P_0. On note ρ la masse volumique de l'eau.

Calculer la force exercée par l'eau sur l'auget et la puissance qu'elle développe. Quelle conséquence doit en tirer le pilote ?

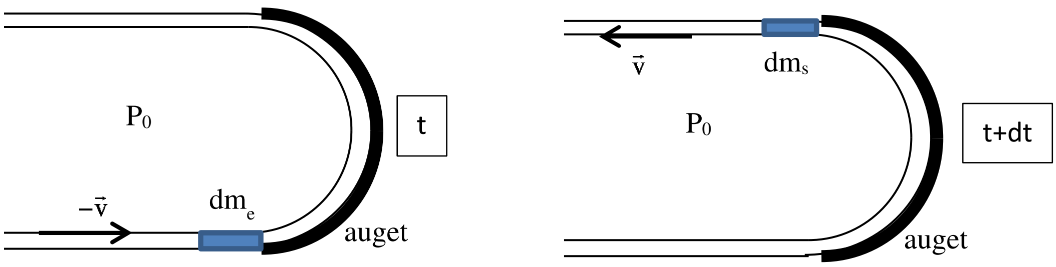


4.8 Bilans macroscopiques-Exercice 3

L'écoulement n'est pas stationnaire dans le référentiel *R* lié au sol car l'auget avance donc le jet change de forme au cours du temps.
Pour avoir un écoulement stationnaire, on se place dans le référentiel *R′* galiléen lié à l'avion en translation rectiligne uniforme par rapport à *R* :

- l'eau arrive avec la vitesse $-\vec{v}$
- l'eau ressort avec la même vitesse en valeur absolue car l'écoulement est incompressible et la section du jet est constante

Pour calculer $\vec{F}_{eau\to auget}$, on calcule plutôt $\vec{F}_{auget\to eau}$ en choisissant un système fermé constitué d'eau :



système ouvert (S) : eau au contact de l'auget
système fermé (S*) = $(S)_t + dm_e = (S)_{t+dt} + dm_s$ avec : $dm_e = dm_s = q_m dt$ où $q_m = \rho S v$

<u>Loi de la quantité de mouvement</u> à (S*) dans *R′* galiléen, en négligeant le poids de (S*) :

$$\frac{d\vec{P}_{(S^*)}}{dt} = \vec{F}_{auget\to eau} + \vec{F}_{eau\ en\ amont\to dm_e} + \vec{F}_{eau\ en\ aval\to dm_s} + \vec{F}_{air\to surface\ de\ (S^*)\ au\ contact\ de\ l'air}$$

On a : $$\frac{d\vec{P}_{(S^*)}}{dt} = \frac{\vec{P}_{(S)}(t+dt) + \vec{P}_{dm_s} - \vec{P}_{(S)}(t) - \vec{P}_{dm_e}}{dt} = \frac{dm_s\vec{v} - dm_e(-\vec{v})}{dt} = 2q_m\vec{v}$$

En considérant que ce sont des jets libres en amont et en aval, la pression de l'eau est la pression atmosphérique P_0. La pression P_0 agit donc sur toute la surface de (S)* qui n'est pas en contact avec l'auget.

Donc : $2q_m\vec{v} = -\vec{F}_{eau\to auget} + \vec{F}_{P_0\to surface\ de\ (S^*)\ qui\ n'est\ pas\ en\ contact\ avec\ l'auget}$

Puis : $\vec{F}_{eau\to auget} = -2q_m\vec{v} + \vec{F}_{P_0\to surface\ de\ (S^*)\ qui\ n'est\ pas\ en\ contact\ avec\ l'auget}$

Cette force est en partie compensée par la force exercée par l'air de l'autre côté de l'auget.
La force totale subie par l'auget de la part de l'eau et l'air est :

$$\vec{F}_{eau\ et\ air\to auget} = -2q_m\vec{v} + \vec{F}_{P_0\to surface\ de\ (S^*)\ qui\ n'est\ pas\ en\ contact\ avec\ l'auget} + \vec{F}_{P_0\to surface\ de\ l'auget}$$

$\vec{F}_{P_0\to surface\ de\ (S^*)\ qui\ n'est\ pas\ en\ contact\ avec\ l'auget} + \vec{F}_{P_0\to surface\ de\ l'auget} = \vec{0}$ car la pression uniforme P_0 agit sur une surface totale fermée, donc la force résultante est nulle.

Il reste : $\boxed{\vec{F}_{eau\ et\ air\to auget} = -2q_m\vec{v} = -2\rho S v^2\vec{u}_x}$ A.N : <u>$F_{eau+air\to auget} = 1{,}7.10^4$ N</u>

Puis dans le référentiel terrestre : $\boxed{\mathcal{P}_{eau+air\to auget} = \vec{F}_{eau\ et\ air\to auget}.\vec{v} = -2\rho S v^3}$ A.N : <u>$\mathcal{P}_{eau+air\to auget} = -5{,}7.10^5$ W</u>

Il faut augmenter la puissance des moteurs pour compenser $\mathcal{P}_{eau+air\to auget}$ pendant le remplissage.
