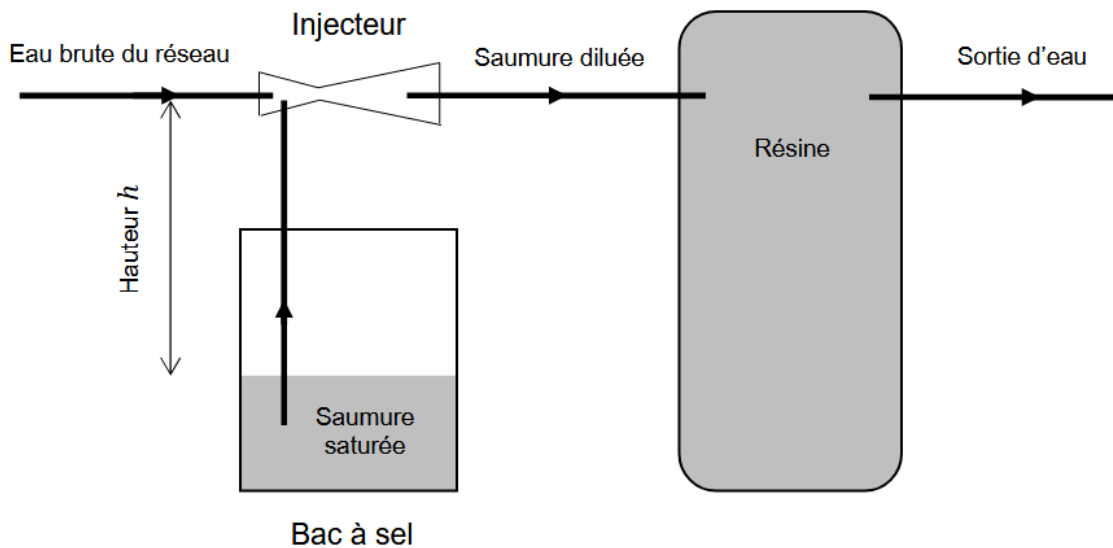


**Problème n°1 : CCINP PSI 2025 PhCh (extrait) (à faire sans calculatrice, comme au concours)**

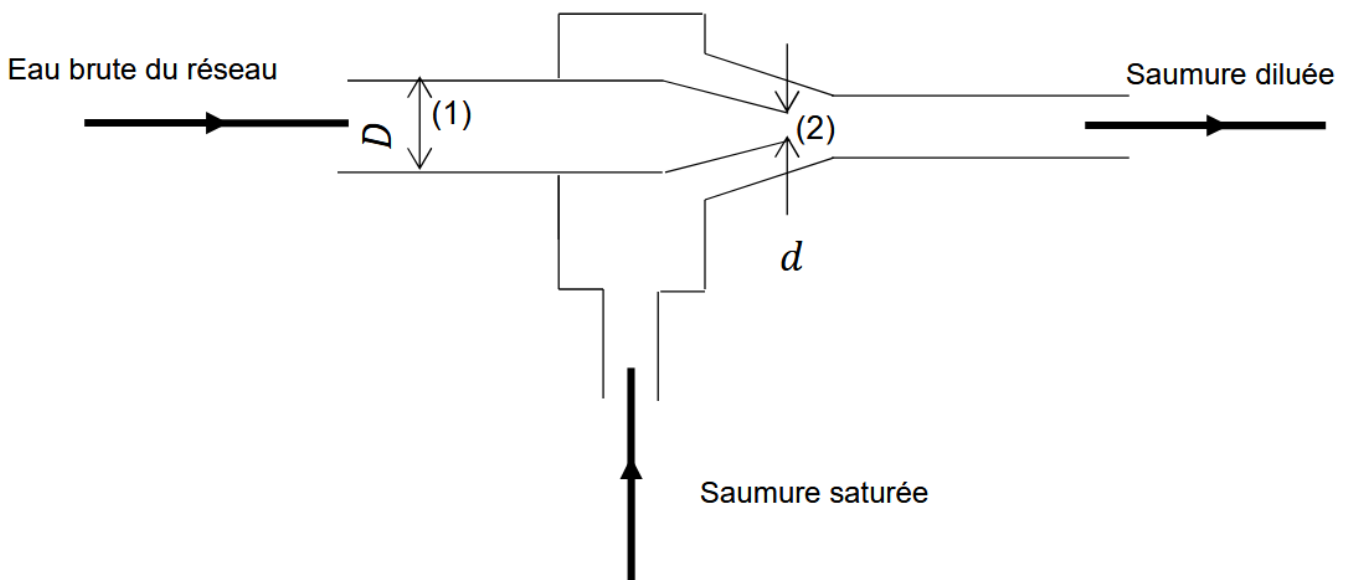
**Phase de régénération dans un adoucisseur d'eau domestique**

Un adoucisseur d'eau élimine physiquement le calcaire présent dans l'eau par un échange d'ions calcium avec des ions sodium. Cet échange est rendu possible par l'utilisation de résines cationiques chargées de sodium.

Le schéma synoptique général de l'installation hydraulique est décrit sur la **figure 5**.



**Figure 5** - Synoptique général de l'installation hydraulique de l'adoucisseur



**Figure 6** - Injecteur

Dans un adoucisseur d'eau, la phase de régénération des résines (**figure 6**) se fait par injection d'eau salée (saumure saturée) qui provient du bac à sel. L'eau brute venant du réseau en (1) circule ensuite dans un Venturi, qui provoque la montée de cette saumure dans le col (2).

Le mélange eau brute + saumure traverse alors la résine échangeuse d'ions.

### Grandeurs physiques utiles

Hauteur  $h$  entre le niveau de saumure saturée et l'injecteur en l'absence de pompage.

Diamètres de l'injecteur :  $D$  en entrée et  $d$  en sortie.

Pression effective de l'eau dans le réseau :  $P_{rés}$ .

Pression à la surface libre de la saumure  $P_{atm}$ .

Masse volumique de la saumure :  $\rho_s$ .

Masse volumique de l'eau brute :  $\rho_b$ .

Dans la question suivante les candidats devront faire preuve d'autonomie. Toute démarche même partielle de résolution sera prise en compte.

**Q32.** Déterminer, en fonction des grandeurs physiques précédentes, l'expression littérale du débit volumique minimal d'eau brute pour que la saumure saturée remonte jusqu'au niveau de l'injecteur.

---

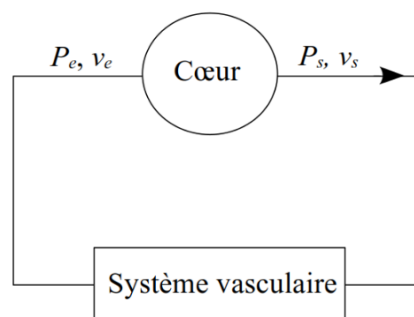
**Problème n°2** : *e3a PSI 2025 PhCh (extrait) (à faire sans calculatrice, comme au concours)*

## **Partie II - Quelques aspects relatifs au système vasculaire**

Le cœur est l'organe permettant la circulation du sang dans l'organisme. On s'intéresse en particulier aux contractions du ventricule gauche, qui expulsent le sang oxygéné vers l'aorte pour irriguer ensuite le reste du corps. Le sang circule dans les artères qui se subdivisent jusqu'à devenir des capillaires au niveau des organes. Les organes sont alimentés en nutriments et en oxygène. Le sang se charge alors en dioxyde de carbone, puis remonte ensuite vers le cœur par le système veineux.

### **II.1 - Modélisation du cœur**

On utilise une description simplifiée dans laquelle le cœur est modélisé par une pompe (**figure 3**). On cherche à évaluer la puissance mécanique associée. On considère une pulsation cardiaque de 70 pulsations par minute. Le volume de sang expulsé à chaque pulsation est de  $75 \text{ cm}^3$ . On suppose que la section  $S$  de l'aorte (artère qui chemine le sang depuis le cœur vers le système artériel) est égale à  $3,0 \text{ cm}^2$ .



**FIGURE 3** – Cœur et système vasculaire

On donne les caractéristiques suivantes :

- différences entre pressions d'entrée et de sortie :  $P_s - P_e = 100 \text{ mbar}$  ;
- lien entre vitesses d'entrée et de sortie :  $v_e = \frac{v_s}{2}$  ;
- l'énergie interne massique du sang, notée  $u$ , est supposée constante.

**Q24.** Déterminer la valeur numérique du débit volumique sanguin moyen  $D$ . En déduire la valeur numérique de la vitesse  $v_s$  du sang dans l'aorte.

**Q25.** Calculer le travail utile massique fourni par le cœur en supposant que celui-ci fonctionne comme une pompe adiabatique. En déduire la valeur numérique de la puissance fournie.

## II.2 - Écoulement sanguin

On veut décrire l'écoulement du sang dans un vaisseau sanguin. Le vaisseau considéré est de forme cylindrique de longueur  $L$  et de rayon  $R$ . La longueur  $L$  est supposée très grande devant  $R$ . On assimile le sang à un fluide visqueux, incompressible et homogène. On note  $\eta$  la viscosité dynamique du sang et  $\rho$  sa masse volumique. On se place en régime permanent et on suppose que l'écoulement est laminaire. L'influence de la pesanteur est supposée négligeable. En notant  $Ox$  l'axe du cylindre, et en adoptant les coordonnées cylindriques, le champ de vitesses s'écrit  $\vec{v}(M) = v(r, \theta, x)\vec{u}_x$ .

**Q26.** À quelle condition sur le nombre de Reynolds l'hypothèse d'un écoulement laminaire est-elle vérifiée ?

On considère une portion cylindrique de fluide, de rayon  $r$  et de longueur  $L$ . On note  $P_1$  la pression à l'entrée de cette portion de fluide et  $P_2$  la pression en sortie.

**Q27.** Montrer que la vitesse ne dépend que de la variable  $r$ . Que vaut la vitesse du fluide en contact avec la paroi ?

**Q28.** La force par unité de surface s'exerçant sur l'élément de fluide considéré a pour expression :  $\eta \frac{dv}{dr} \vec{u}_x$ . Donner l'expression des forces de viscosité exercées sur cet élément de fluide.

**Q29.** Donner l'expression des forces de pression s'exerçant en amont et en aval du système.

**Q30.** Montrer que le champ de vitesse vérifie l'équation :  $\frac{dv}{dr} = -\frac{P_1 - P_2}{2\eta L} r$ .  
En déduire l'expression littérale du champ de vitesse  $\vec{v}(M)$  dans le fluide.

**Q31.** Montrer que le débit volumique du fluide  $D_v$  vérifie :  $D_v = \frac{\pi R^4}{8\eta L} (P_1 - P_2)$ .

En déduire l'expression littérale de la vitesse moyenne  $v_m$  de l'écoulement en fonction de  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $\eta$ ,  $L$  et  $R$ .

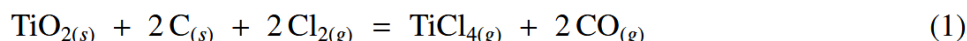
**Q32.** On considère que les vaisseaux capillaires sont assimilables à des cylindres de longueur  $L = 1,0 \text{ cm}$  et de rayon  $R = 5,0 \mu\text{m}$ . On supposera par ailleurs que la perte de charge le long d'un capillaire est typiquement de  $10 \text{ kPa}$ . Vérifier que l'hypothèse d'un écoulement laminaire est validée.

**Q33.** En supposant que l'ensemble des capillaires sont en dérivation et que la vitesse du sang dans un capillaire est de l'ordre de  $1 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ , donner une estimation du nombre de capillaires présents dans le système vasculaire.

## III.2 - Production du titane

On trouve le titane dans de nombreux minerais sous forme de dioxyde de titane. Le procédé pour obtenir le titane a été développé dans les années 1930 et est encore utilisé aujourd'hui. Le dioxyde de titane est introduit sous forme de poudre dans un réacteur à une température de  $1\,100 \text{ K}$ . Il se forme

alors du tétrachlorure de titane par l'action du chlore gazeux sur le dioxyde de titane selon la réaction :



Le tétrachlorure de titane est ensuite réduit à température élevée par du magnésium liquide.

- Q36.** Donner les schémas de Lewis de  $\text{TiCl}_4$  et de  $\text{TiO}_2$ . On indique que, dans ces structures, la valence du titane est identique à celle du carbone.
- Q37.** À l'aide des données thermodynamiques fournies en annexe, calculer les valeurs de  $\Delta_r H^0$  et de  $\Delta_r S^0$  associées à la réaction (1). Pour quelle raison les valeurs des enthalpies standard de formation du carbone et du dichlore ne sont-elles pas indiquées dans le tableau ? Commenter les signes de  $\Delta_r H^0$  et de  $\Delta_r S^0$ .
- Q38.** Quels sont les effets de la température et de la pression totale sur l'équilibre associé à la réaction (1) ? On précisera de quelle façon une augmentation ou une diminution de la valeur de ces paramètres déplace l'équilibre.
- Q39.** Écrire la réaction de réduction du tétrachlorure de titane par le magnésium liquide sachant qu'il se forme du chlorure de magnésium liquide.
- Q40.** Doit-on imposer une condition sur la température pour que la réaction soit thermodynamiquement possible ? On se place à une température de 1 100 K et on maintient la pression partielle en  $\text{TiCl}_4$  à 0,10 bar. Dans quel sens le système évolue-t-il ?

### III.3 - Stabilité du titane

Le diagramme E-pH du titane est présenté sur la **figure 8** donnée en annexe. Seules les espèces suivantes ont été prises en compte :  $\text{TiO}_{2(s)}$ ,  $\text{Ti}_2\text{O}_{3(s)}$ ,  $\text{Ti}_{(aq)}^{2+}$ ,  $\text{TiO}_{(s)}$  et  $\text{Ti}_{(s)}$ .

- Q41.** Donner le degré d'oxydation du titane dans chacune de ces espèces.
- Q42.** Identifier les espèces A à E associées aux domaines de la **figure 8**. Le candidat présentera sa réponse sous forme de tableau.
- Q43.** Le titane métallique est-il stable dans l'eau ? Le pH a-t-il une influence ?
- Q44.** Quelle espèce se dismute en milieu acide ? Écrire l'équation de réaction associée en attribuant un coefficient stoechiométrique égal à 1 pour l'espèce qui se dismute.
- Q45.** Écrire l'équation de réaction associée à la frontière entre B et D. On écrira la réaction dans le sens de la formation de B. Sachant que la constante d'équilibre de cette réaction est  $K = 10^{11}$ , déterminer la valeur de l'abscisse  $\text{pH}_1$  de la **figure 8**.

#### Annexe 2 - Données relatives à la partie II

- Masse volumique du sang :  $\rho_s = 1,1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Viscosité du sang :  $\eta = 4,0 \text{ mPa} \cdot \text{s}$

à condition d'équilibrer la réaction avec des  $\text{H}^+$ , et non pas des  $\text{HO}^-$

#### Annexe 3 - Données relatives à la partie III

- Nombre d'Avogadro :  $N_A = 6,0 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Numéro atomique du titane :  $Z = 22$
- Rayon de l'atome de Titane :  $R = 150 \text{ pm}$
- Le titane ( $\alpha$ ) possède une maille dont la géométrie correspond à un prisme droit à base losange. Les quatre atomes situés à la base du prisme sont tangents les uns les autres. L'atome au milieu de la maille est au contact avec les trois atomes situés au-dessus et les trois atomes situés au-dessous.

	H	O	Ti
Masse molaire en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$	1,0	16,0	47,9

- Enthalpies standard de formation et entropies standard de formation à 25 °C :

	$\Delta_f H^0$ (kJ·mol <sup>-1</sup> )	$S_m^0$ (J·K <sup>-1</sup> ·mol <sup>-1</sup> )
TiO <sub>2(s)</sub>	- 945	50
C <sub>(s)</sub>		6
Cl <sub>2(g)</sub>		223
TiCl <sub>4(g)</sub>	- 763	355
CO <sub>(g)</sub>	- 110	198
Ti <sub>(s)</sub>		31

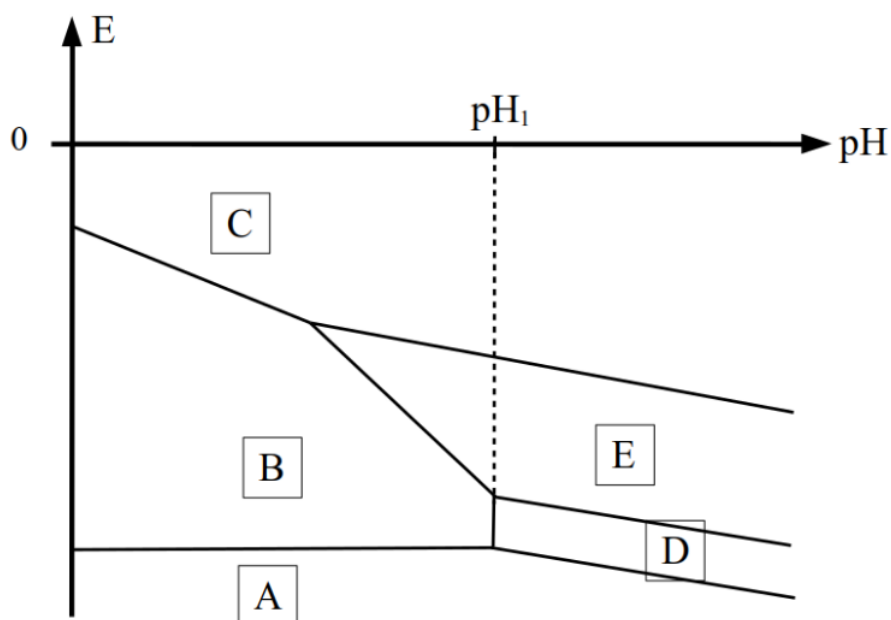
- Enthalpies libres standard de réaction

Réaction	$\Delta_r G^0(T)$ (kJ·mol <sup>-1</sup> )
Mg <sub>(l)</sub> + Cl <sub>2(g)</sub> = MgCl <sub>2(l)</sub>	- 608 - 0,132 · T

- Potentiels standard

Couple Ox/Red	E <sup>0</sup> (V)
Ti <sub>(aq)</sub> <sup>2+</sup> / Ti <sub>(s)</sub>	- 1,63
TiO <sub>2(s)</sub> / Ti <sub>(aq)</sub> <sup>2+</sup>	- 0,50
TiO <sub>2(s)</sub> / Ti <sub>(s)</sub>	- 0,86
TiO <sub>2(s)</sub> / Ti <sub>2</sub> O <sub>3(s)</sub>	- 0,56
H <sub>2</sub> O <sub>(l)</sub> / H <sub>2(g)</sub>	0
O <sub>2(g)</sub> / H <sub>2</sub> O <sub>(l)</sub>	1,23

- Diagramme E-pH du titane.



**FIGURE 8** – Diagramme E-pH simplifié du titane. Ce diagramme est tracé pour une concentration de travail égale à 10<sup>-3</sup> mol · L<sup>-1</sup>.