

Programme de Colle numero 13

Intégration - Polynômes - Suites

Semaine du 5 janvier 2026 :

Analyse Chapitre 5 : Primitives - intégrales - équations différentielles

Algèbre Chapitre 7 : Polynômes

Analyse Chapitre 6 : Suites - généralités (jusqu'à suite arithmético géométrique inclus, cours uniquement))

? AUTO-TEST

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

► **AN5 : Primitives et intégrales**

- ☐ Qu'est-ce qu'une primitive sur un intervalle ?
- ☐ que signifie $\int_a^b f(t)dt$? Comment le calcule-t-on avec une primitive ?
- ☐ Comment obtient-on une primitive à partir d'une intégrale ?
- ☐ Comment donne-t-on une primitive aux fonctions de la forme $x \mapsto \frac{1}{ax^2 + bx + c}$
- ☐ Qu'est-ce que l'intégration par partie ?
- ☐ Comment changer de variable dans une intégrale ?
- ☐ Résolution d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 : calcul des solutions de l'équation homogènes, recherche de solution particulière avec la méthode de variation de la constante.

► **AL7 : Polynômes**

- ☐ Qu'est-ce qu'un polynôme ?
- ☐ Qu'est-ce que le degré d'un polynôme ? Si $P = \sum_{k=0}^n a_k X^k$, P est-il de degré n ?
- ☐ Qu'appelle-t-on $\mathbb{K}_n[X]$? $X^2 + 1$ appartient-il à $\mathbb{K}_3[X]$?
- ☐ Que dire du degré de la somme de polynômes ? Du produit ? De la composition ?
- ☐ Qu'est ce que la division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$?
- ☐ Qu'est-ce que la divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$?
- ☐ Quelle conséquence sur le degré ?
- ☐ Qu'est-ce qu'une racine d'un polynôme ?
- ☐ Quel lien entre le nombre de racines et le degré d'un polynôme ?
- ☐ Qu'est-ce que l'ordre de multiplicité d'une racine ? Quel lien avec la dérivation ?
- ☐ Qu'est-ce que la formule de Taylor ?
- ☐ Énoncer le théorème de d'Alembert-Gauss.
- ☐ Qu'est ce qu'un polynôme irréductible ? Quels sont ceux de $\mathbb{C}[X]$? de $\mathbb{R}[X]$?
- ☐ Qu'appelle-t-on décomposition primaire dans $\mathbb{C}[X]$? dans $\mathbb{R}[X]$?
- ☐ Qu'est ce qu'une fraction rationnelle ? Qu'est-ce qu'un pôle ? un zéro ?
- ☐ Comment se décompose une fraction rationnelle avec dénominateur scindés à pôles simples ?

► **AN 6 : Suites numériques - généralités**

- ☐ Quelles opérations sont possibles avec la relation d'ordre sur \mathbb{R} ? Peut-on diviser ?
- ☐ Qu'est-ce qu'un intervalle ? Comment le caractériser ?
- ☐ Qu'est ce qu'un ensemble majoré ? Qu'est-ce qu'un majorant ?
- ☐ Qu'est-ce qu'un maximum ? Quelle différence avec un majorant ?
- ☐ Qu'est-ce que la borne supérieure ? Quelle différence avec le maximum ?
- ☐ Donnez la propriété de caractérisation de la borne supérieure / inférieure.
- ☐ Qu'est ce qu'une suite ? Comment peut-on la définir ?
- ☐ Qu'est ce qu'une suite géométrique ? Arithmétique ? Arithmético-géométrique ?
- ☐ Comment obtenir l'expression explicite d'une suite arithmético géométrique ?

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

- Calculer des primitives ou intégrale en reconnaissant une dérivée, en transformant des fractions rationnelles simples (cf cours), en utilisant des intégrations par partie ou un changement de variable (qui doit être indiqué)
- Résoudre une équation différentielle de la forme $y' + a(x)y = b(x)$ (Pas de recollement)
- Manipuler des polynômes, factoriser, effectuer une division euclidienne (y compris : reste de la division euclidienne de X^n par un polynôme dont on connaît les racines)
- Déterminer l'ordre de multiplicité d'une racine, l'exploiter pour la divisibilité, la factorisation.



DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

Les démonstrations ci dessous peuvent être demandées :

- Variation de $u_n = q^n$ en fonction de $q \in \mathbb{R}$.
- Montrez que 0 est la borne inférieure de $]0, +\infty[$
- Montrez que si α est racine d'ordre de multiplicité $m > 0$ pour un polynôme P , alors α est racine d'ordre $m - 1$ pour P' .