

? AUTO-TEST

CHAPITRES D'ALGÈBRE :

► **AN0 et AL0 : packs de démarrage**

- Qu'est ce qu'un système linéaire étagé ? Quelle information nous donne le rang ?
- Qu'est-ce qu'une fonction ?
- Pourquoi les phrases "la fonction x^2 est positive" ou " $f(x)$ est une fonction croissante" ne sont pas correctes ?
- Présenter (domaine de définition, propriétés, représentations graphique, formules) les "fonctions usuelles" (puissance, racine, valeur absolue, exp, ln, cos, sin, tan).

► **AL1 : Formalisme**

- Qu'est ce que les quantificateurs ?
- Donner un exemple où l'ordre des quantificateurs change totalement le sens d'une proposition.
- Qu'appelle-t-on "lois de Morgan" ?
- Qu'est-ce que la contraposée d'une implication ? Qu'est ce que la négation d'une implication ?
- Donner un exemple d'utilisation de la contraposée.
- Qu'est ce que le raisonnement par l'absurde ?
- Qu'appelle-t-on raisonnement par analyse synthèse ?
- Présenter le raisonnement par récurrence. Qu'est ce que la récurrence double ? La forte ?

► **AL2 : Ensembles et applications**

- Que signifie $x \in A$? $A \subset B$? \bar{A} ?
- Comment montrer $A \subset B$?
- Qu'est-ce qu'une application ? Que note-t-on $f(A)$ et $f^{-1}(B)$?
- Si on parle de $f^{-1}(B)$, où B est un ensemble, est-ce que ça veut dire qu'on parle de la bijection réciproque de f ?
- Qu'est ce qu'une application injective ? Surjective ? Bijective ? Donner des exemples pour chacune de ces définitions.
- Enoncez la caractérisation de la bijection à partir de l'existence d'une fonction g vérifiant certaines propriétés.
- Comment peut-on (parfois) obtenir l'expression de f^{-1} ?

► **AL3 : Sommes et produits**

- Que signifie $\sum_{i \in I} x_i$? $\prod_{i \in I} x_i$
- Comment gère-t-on un changement d'indice ? Peut-on poser $i = 2k$ comme changement ? et pourquoi pas ?
- Qu'est-ce qu'une somme télescopique ?
- Donnez les valeurs de $\sum_{k=0}^n k$, $\sum_{k=0}^n k^2$ et $\sum_{k=0}^n q^k$.
- Qu'est ce que les coefficients binomiaux ? Donnez les différentes formules autour de ces coefficients.
- Qu'est ce que la formule du binôme de Newton ? Et l'identité géométrique ?
- Qu'appelle-t-on somme double ? Somme triangulaire ?

► **AL4 : nombre complexe, partie 1**

- Qu'est ce qu'un nombre complexe ? Qu'appelle-t-on partie réelle ? Partie imaginaire ?
 - Qu'est ce que le plan complexe ?
 - Qu'est ce que le module d'un complexe ?
 - Qu'est ce que les racines carré d'un complexe ?
 - Qu'est ce qu'une équation algébrique ?
 - Quel lien entre factorisation et racine d'un polynôme ?
 - Comment résout-on une équation du second degré à coefficient complexe ? Et à coeff réel, mais inconnue dans \mathbb{C} ?
-

► **AL5 : calcul matriciel**

- Qu'est-ce qu'une matrice ?
 - Donnez la liste de toutes les matrices particulières présentée dans le cours (matrice identité, carrée, nulle, triangulaire, etc....)
 - Présenter le produit matriciel (énoncé 100% rigoureux exigé). Quelles propriétés du produit réel sont perdues ? Lesquelles sont conservées ?
 - Qu'est ce qu'une matrice élémentaire. Comment décomposer une matrice quelconque en matrice élémentaire ?
 - Comment sont définies les puissances de matrices ? Que dire du cas particulier des matrices diagonales ?
 - Qu'est-ce qu'une matrice inversible ? Pourquoi parle-t-on de "groupe linéaire" ?
-

► **AL6 : nombre complexe : partie 2**

- Que note-t-on \mathbb{U} ?
 - Qu'est-ce que la notation d'Euler ? Les formules d'Euler ?
 - Qu'est-ce que la formule de Moivre ?
 - Qu'est- ce que l'écriture trigonométrique d'un complexe ? et l'écriture exponentielle ?
 - Qu'appelle-t-on argument d'un complexe ? Qu'est-ce que l'argument principal ?
 - Qu'est-ce que \mathbb{U}_n ?
 - Qu'appelle-t-on racine n ième d'un complexe ? Donner la formule. Comment la retrouver ?
 - Comment caractériser l'alignement de point via les complexes ? L'orthogonalité ?
 - Interprétation géométrique des applications $z \mapsto \lambda z$, $z \mapsto z+b$, $z \mapsto e^{i\theta} z$, $z \mapsto az$.
-

► **AL7 : Polynômes**

- Qu'est-ce qu'un polynôme ?
- Qu'est-ce que le degré d'un polynôme ? Si $P = \sum_{k=0}^n a_k X^k$, P est-il de degré n ?
- Qu'appelle-t-on $\mathbb{K}_n[X]$? $X^2 + 1$ appartient-il à $\mathbb{K}_3[X]$?
- Que dire du degré de la somme de polynômes ? Du produit ? De la composition ?
- Qu'est ce que la division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$?
- Qu'est-ce que la divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$?
- Quelle conséquence sur le degré ?
- Qu'est-ce qu'une racine d'un polynôme ?
- Quel lien entre le nombre de racines et le degré d'un polynôme ?
- Qu'est-ce que l'ordre de multiplicité d'une racine ? Quel lien avec la dérivation ?
- Qu'est-ce que la formule de Taylor ?
- Enoncer le théorème de d'Alembert-Gauss.
- Qu'est ce qu'un polynôme irréductible ? Quels sont ceux de $\mathbb{C}[X]$? de $\mathbb{R}[X]$?
- Qu'appelle-t-on décomposition primaire dans $\mathbb{C}[X]$? dans $\mathbb{R}[X]$?
- Qu'est ce qu'une fraction rationnelle ? Qu'est-ce qu'un pôle ? un zero ?
- Comment se décompose une fraction rationnelle avec dénominateur scindés à pôles simples ?

CHAPITRES D'ANALYSE :

► AN1 : Etudes de fonctions

- Qu'est ce qu'une fonction paire ? Impaire ? majorée ? minorée ? bornée ?
 - Quelles sont les effets des opérations $f(x+a)$, $f(x) + a$, etc. sur le graphe d'une fonction f ?
 - Qu'est-ce qu'une fonction croissante ? Décroissante ? Strictement croissante ? Monotone ?
 - Qu'est ce que la dérivée d'une fonction en un point ? Quelles interprétations à cette dérivée ?
 - Donner la formule de dérivation du produit, du quotient, de la composition de fonctions dérivable.
 - Donner la formule de dérivation de la bijection réciproque, en précisant bien les conditions d'utilisation.
 - Qu'est-ce qu'une primitive ? Comment calculer une intégrale à partir d'une primitive ?
 - Qu'est ce qu'une fonction de deux variables ? Qu'est ce que les dérivées partielles ?
-

► AN2 : fonctions usuelles

- Comment sont construites les fonctions \ln , \exp et puissance réelles ?
 - Comment montrer les formules autour de \ln ? Et celle de \exp ?
 - Que signifie x^α pour α réel ?
 - Qu'est ce que les croissances comparées ? Est-ce que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x}} = +\infty$ par croissances comparées ?
 - Qu'est ce que les croissances comparées ? Est-ce que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x}} = +\infty$ par croissances comparées ?
 - Présenter \arctan (ou \arcsin , ou \arccos) : définition, limites, représentation graphique, calcul de la dérivée.
 - Présenter cosinus et sinus hyperbolique.
-

► AN3 : rappel et complément de trigonométrie

- Qu'est-ce que le cercle trigonométrique ?
 - Comment sont construites les fonctions \sin , \cos et \tan ?
 - Donner les formules d'addition, de duplication, de linéarisation. Comment passer des premières aux autres ?
-

► AN4 : équation différentielle linéaire à coefficient constant

- Qu'est-ce qu'une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficient constant ? Et du second ordre ?
 - Que dire de l'ensemble des solutions ?
 - Donner la formule pour les solutions des équations homogène pour le premier ordre.
 - Qu'est ce que l'équation caractéristique ?
 - Donner les formules pour les solutions des équations homogène pour le second ordre.
 - Comment traiter un second membre constant ? Et un second membre trigonométrique ?
-

► AN5 : Primitives et intégrales, équations différentielles

- Qu'est-ce qu'une primitive sur un intervalle ?
 - que signifie $\int_a^b f(t)dt$? Comment le calcule-t-on avec une primitive ?
 - Comment obtient-on une primitive à partir d'une intégrale ?
 - Comment donne-t-on une primitive aux fonctions de la forme $x \mapsto \frac{1}{ax^2 + bx + c}$
 - Qu'est-ce que l'intégration par partie ?
 - Comment changer de variable dans une intégrale ?
 - Résolution d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 : calcul des solutions de l'équation homogènes, recherche de solution particulière avec la méthode de variation de la constante.
-

► **AN 6 : Suites numériques - généralités**

- Quelles opérations sont possibles avec la relation d'ordre sur \mathbb{R} ? Peut-on diviser ?
- Qu'est-ce qu'un intervalle ? Comment le caractériser ?
- Qu'est ce qu'un ensemble majoré ? Qu'est-ce qu'un majorant ?
- Qu'est-ce qu'un maximum ? Quelle différence avec un majorant ?
- Qu'est-ce que la borne supérieure ? Quelle différence avec le maximum ?
- Donnez la propriété de caractérisation de la borne supérieure / inférieure.
- Qu'est ce qu'une suite ? Comment peut-on la définir ?
- Qu'est ce qu'une suite géométrique ? Arithmétique ? Arithmético-géométrique ?
- Comment obtenir l'expression explicite d'une suite arithmético géométrique ?