

III - Film min

Q 43. On utilise les coordonnées sphériques d'origine A, d'axe Oz.

Energie potentielle d'interaction élémentaire entre la molécule A et le volume dr :

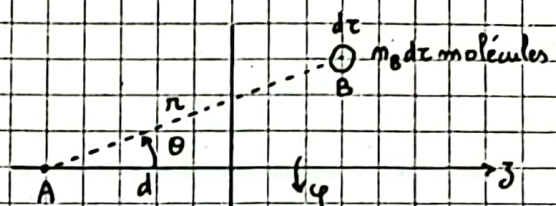
$$dE = m_B dr V_{AB} = -m_B \frac{K}{r^6} n^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi$$

Donc: $E = \int_{\text{espace}} dE = -m_B K \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{+\infty} \frac{dr}{r^4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta$

$$= -m_B K \cdot 2\pi \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta \left[-\frac{1}{3r^3} \right]_{\frac{\cos \theta}{d}}^{+\infty}$$

$$= -m_B K \cdot 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{3} \cos^3 \theta \sin \theta d\theta$$

$$= -\frac{2}{3} \frac{m_B K \pi}{d^3} \left[-\frac{\cos^4 \theta}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \quad \text{d'où: } E = -\frac{m_B K \pi}{6 d^3}$$



Q 44. $V(n) = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 n}$

Q 45. On veut: $\frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_n l_B} = k_B T \Rightarrow l_B = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_n k_B T}$

Q 46. A.N: $l_B = 6,94 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

Q 47. $E_p(x) = e \Psi(x) \quad E_p(x) = -e \Psi(x)$

Q 48. $p(x) = e(c_+(x) - c_-(x))$

Q 49. Equations de Maxwell-Gauss: $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_n}$ et $\vec{E} = -\text{grad } \Psi \Rightarrow \Delta \Psi = -\frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_n}$

Soit ici: $\frac{d^2 \Psi}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon_0 \epsilon_n} c_0 \left[\exp\left(-\frac{e \Psi}{k_B T}\right) - \exp\left(\frac{e \Psi}{k_B T}\right) \right]$

$$= \frac{e c_0}{\epsilon_0 \epsilon_n} 2 \sinh\left(\frac{e \Psi}{k_B T}\right)$$

D'où: $\frac{d^2 (e \Psi / k_B T)}{dx^2} = \frac{2 e^2 c_0}{\epsilon_0 \epsilon_n k_B T} \sinh\left(\frac{e \Psi}{k_B T}\right)$

On pose: $\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{2 e^2 c_0}{\epsilon_0 \epsilon_n k_B T} \Rightarrow \lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_n k_B T}{2 e^2 c_0}} = \sqrt{\frac{1}{8 \pi c_0 l_B}}$

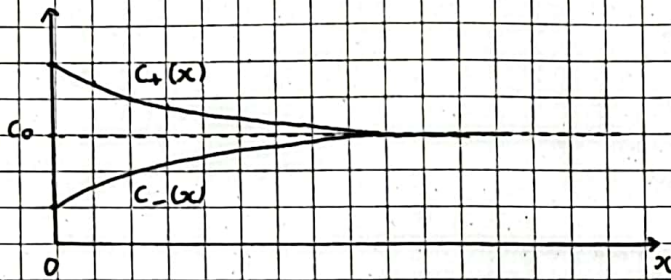
Q 50. $c_0 = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3} : \lambda_D = 9,76 \text{ nm}$
 $c_0 = 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} = 6,02 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3} : \lambda_D = 0,976 \text{ nm}$

Q 51. On a: $\frac{d^2 \Psi}{dx^2} = \frac{1}{\lambda_D^2} \Psi$ en linéarisant

$\Rightarrow \Psi = A \exp\left(-\frac{x}{\lambda_D}\right) + B \exp\left(\frac{x}{\lambda_D}\right) \quad B=0 \text{ pour éviter que } \Psi \rightarrow +\infty$

donc: $\Psi = \Psi_0 \exp(-x/\lambda_D)$

Q 52. $C_+(x) = C_0 \exp\left[-\frac{e\psi}{k_B T}\right] \approx C_0 \left[1 - \frac{e\psi}{k_B T}\right]$ donc $C_+(x) = C_0 \left[1 - \frac{e\psi_0 \exp(-\frac{x}{\lambda_D})}{k_B T}\right]$
 de même: $C_-(x) = C_0 \left[1 + \frac{e\psi_0 \exp(-\frac{x}{\lambda_D})}{k_B T}\right]$



($\psi_0 < 0$ car $x=0$ est un plan chargé négativement)

λ_D : distance caractéristique de variation des concentrations

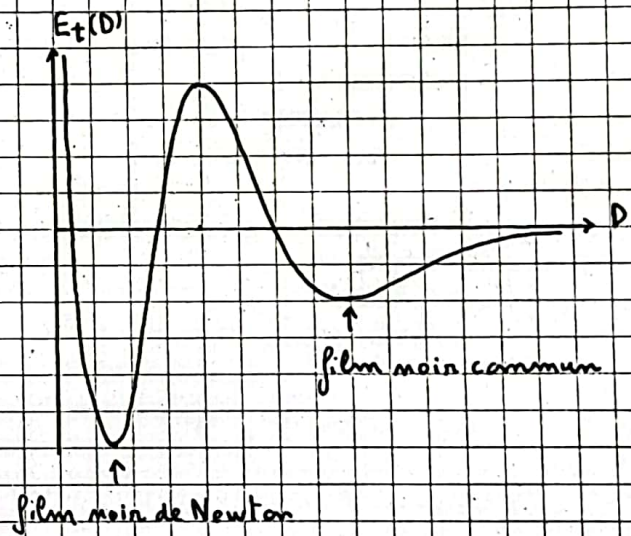
Pour $x \approx 5\lambda_D$: $C_+ \approx C_- \approx C_0$

Q 53. Pour $D \rightarrow 0$, la répulsion électrostatique entre les deux plans chargés l'emporte. La force $F = -\frac{dE_t}{dx}$ exercée par le plan gauche sur le plan droit doit être > 0

On $\frac{dE_t}{dx} > 0$ sur la figure 7 pour $D \rightarrow 0$, donc $F < 0$.

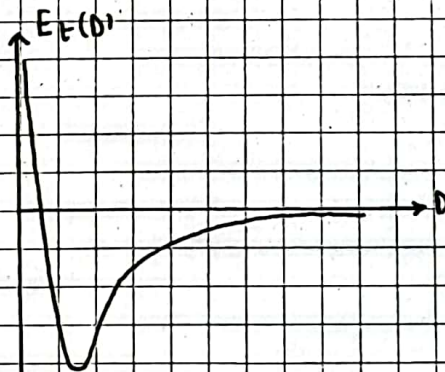
Et n'est donc pas réaliste pour $D \rightarrow 0$

On s'attend plutôt à la courbe suivante:



Q 54. La courbe ci-dessus présente deux minima. Il y a donc deux états stables correspondant aux deux films min.

Q 55. Quand la concentration en sel augmente ($c_2 > c_1$), le maximum d'énergie potentielle entre les deux films min s'abaisse. Pour une concentration élevée, on peut même avoir la courbe suivante:



C'est le film min de Newton qui est favorisé.