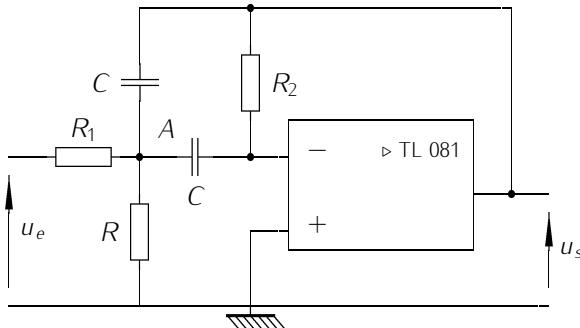


FILTRE À STRUCTURE DE RAUCH

On considère le filtre à structure de Rauch ci-dessous en régime sinusoïdal forcé à la pulsation ω . L'ALI est supposé idéal.



- Q1 1. Prévoir à l'aide de schémas équivalents la nature probable du filtre. Justifier précisément.
 Q2 2. Montrer que le potentiel au point A est donné par

$$\underline{v}_A = \frac{\frac{u_e}{R_1} + jC\omega u_s}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} + 2jC\omega}$$

- Q3 3. Montrer que l'on a également

$$\underline{v}_A = -\frac{u_s}{jR_2C\omega}$$

4. L'élimination de \underline{v}_A entre ces deux équations permet d'exprimer la fonction de transfert du filtre sous la forme :

$$H(\omega) = -\frac{H_0}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}$$

$$x = \frac{\omega}{\omega_0} \quad H_0 = \frac{R_2}{2R_1} \quad \omega_0 = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{1}{R_2} \frac{R + R_1}{RR_1}} \quad Q = \frac{1}{2} \sqrt{R_2 \frac{R + R_1}{RR_1}}$$

Vous devez l'admettre et ne pas perdre de temps à le remontrer inutilement.

Le diagramme de Bode en gain du filtre est donné figure 1.

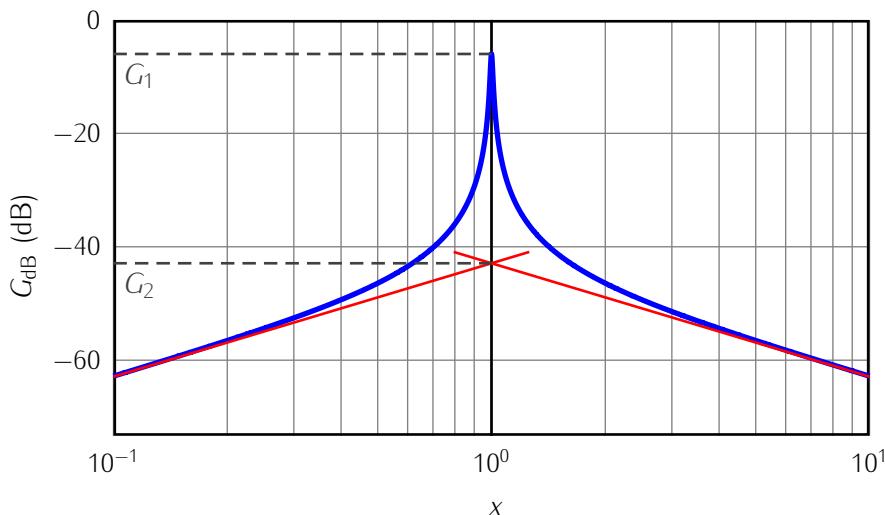


FIGURE 1 – Diagramme de Bode en gain du filtre à strucutre de Rauch.

- Q4 (a) Mesurer la pente des asymptotes sur le diagramme en expliquant votre mesure.

- Q5 (b) Déterminer la pente à l'aide de l'étude de la fonction de transfert. Est-ce cohérent avec la question précédente ?
- Q6 (c) Tracer le diagramme de Bode asymptotique pour la phase en déterminant sa valeur en $x = 1$ et dans les limites $x \ll 1$ et $x \gg 1$.
- Q7 (d) Déterminer les valeurs de G_1 et G_2 définis sur le diagramme de Bode à partir de la fonction de transfert en fonction de H_0 , Q , ω_0 .
- Q8 5. Ce quadripôle peut-il servir d'intégrateur ? de déivateur ? Si oui, pour quelle bande de fréquence ? Justifier.
Quel inconvénient présente néanmoins ce montage pour réaliser ces fonctions ?
6. On étudie le signal de sortie $s_1(t)$ lorsque l'on applique en entrée du filtre le signal

$$e_1(t) = E_0 + E_{1m} \cos(\omega_1 t) \quad \text{avec} \quad \omega_1 = \omega_0$$

- Q9 Déterminer l'expression du signal de sortie $s_1(t)$.
7. On applique maintenant un signal crêteau $e_2(t)$ de pulsation $\omega_2 = \omega_0/3$ et d'amplitude $E_{2m} = 1\text{ V}$, voir figure 2. Ce signal est décomposable en série de Fourier par

$$e_2(t) = \frac{4}{\pi} E_{2m} \left[\sin(\omega_2 t) - \frac{1}{3} \sin(3\omega_2 t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega_2 t) - \frac{1}{7} \sin(7\omega_2 t) + \dots \right]$$

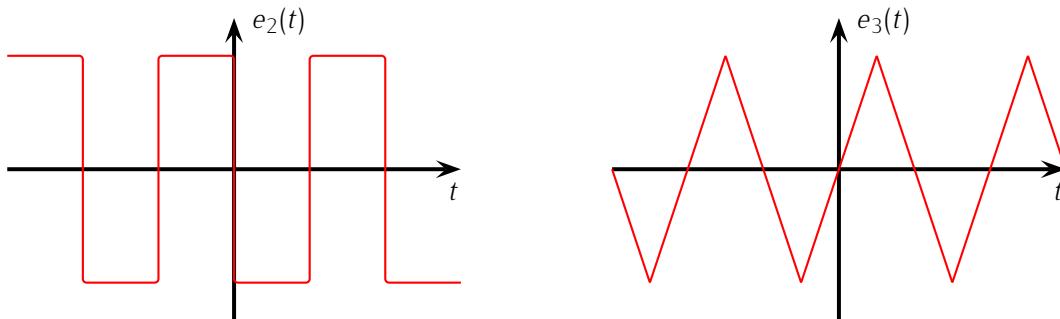


FIGURE 2 – Chronogramme des signaux d'entrée e_2 et e_3 .

- Q10 (a) Tracer l'allure du spectre d'amplitude de $e_2(t)$. Préciser les valeurs numériques des pulsations des trois premiers pics d'amplitudes non nulles.
- Q11 (b) En utilisant le diagramme de Bode en gain, figure 1, calculer les valeurs numériques des amplitudes de ces pics dans le signal de sortie s_2 .
- Q12 (c) En déduire l'expression approchée du signal de sortie $s_2(t)$. Peut-on qualifier ce montage de « tripleur de fréquence » ?
- Q13 8. Quelles seraient approximativement l'allure et les caractéristiques du signal de sortie $s_3(t)$ si le signal d'entrée est triangulaire de pulsation $\omega_3 = \omega_0$ et d'amplitude $E_{3m} = 1\text{ V}$? (voir figure 2) Reproduire le signal d'entrée et le signal de sortie sur la même figure. La décomposition en série de Fourier de ce signal s'écrit

$$e_3(t) = \frac{4}{\pi^2} E_{3m} \left[\sin(\omega_3 t) + \frac{1}{3^2} \sin(3\omega_3 t) + \frac{1}{5^2} \sin(5\omega_3 t) + \frac{1}{7^2} \sin(7\omega_3 t) + \dots \right]$$