OPHY6 Interférences à N ondes. Réseaux de diffraction

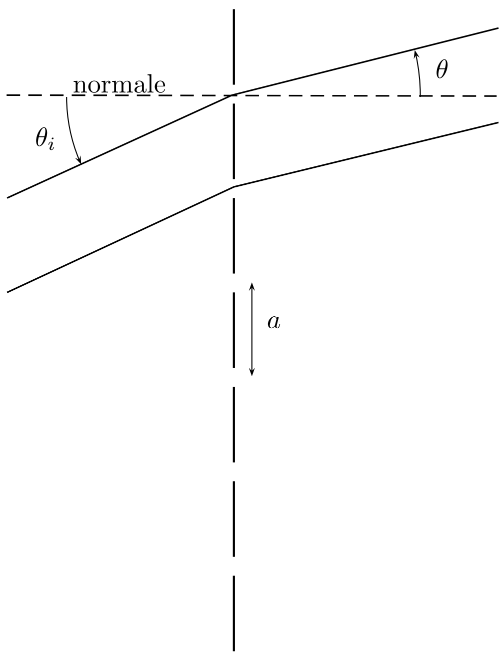
I Les réseaux par transmission = révision du cours

Un réseau par transmission est une structure périodique de période spatiale a (le pas a du réseau). Le motif élémentaire qui se répète est une fente infiniment fine.

Le réseau est éclairé par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ, issu d'une source à l'infini, et arrivant avec une incidence $\theta_i = \theta_0$ par rapport à la normale du réseau.

On observe la lumière diffractée à l'infini dans une direction faisant un angle θ par rapport à la normale.

Sur la figure, pour plus de lisibilité les fentes ne sont pas représentées comme infiniment minces. On admet que pour le calcul il suffit de considérer que les rayons passent par le milieu des fentes.

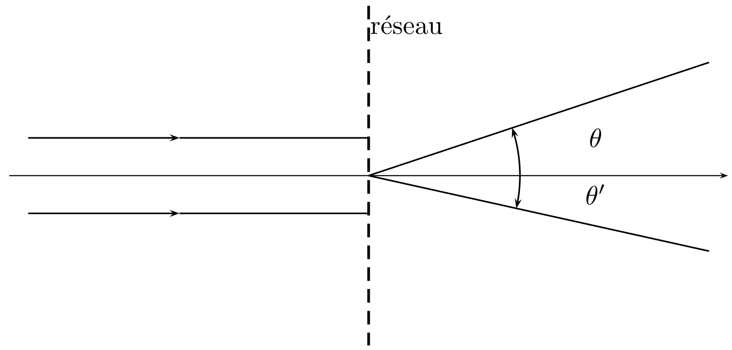


1. Exprimer la différence de phase φ à l'infini entre deux rayons diffractés par deux fentes successives. Que constate-t-on ?
2. À quelle condition sur φ la direction θ correspondra-t-elle à un maximum de lumière ? En déduire la **formule des réseaux** qui donne les directions θ_p (ordre p) dans lesquelles on pourra observer les maxima. Que peut-on dire de l'ordre 0 ?
3. Rappeler la formule du cours donnant l'intensité de la lumière à l'infini de N ondes cohérentes de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique. Retrouver ainsi la formule des réseaux précédente.

4. Pourquoi dit-on qu'un réseau est un système dispersif ? L'est-il de la même façon dans tous les ordres ?
5. On éclaire ce réseau sous incidence normale, en lumière blanche, pour laquelle on prendra $\lambda \in [400, 750]$nm. On suppose que les caractéristiques du réseau sont telles que les ordre -3 à 3 sont visibles complètement. Montrer qu'il y a recouvrement de certains ordres.

II D'après Oral CCP .

Un réseau de pas a est éclairé par une source monochromatique de longueur d'onde λ_0 sous incidence quasi-normale.



Pour les ordres $|k| \in 1, 2$ on donne les valeurs de θ et θ'.

	$\lvert k\rvert = 1$	$\lvert k\rvert = 2$
θ_k	$23\,^\circ\,12'$	$49\,^\circ\,18'$
θ'_k	$-19\,^\circ\,30'$	$-44\,^\circ\,15'$

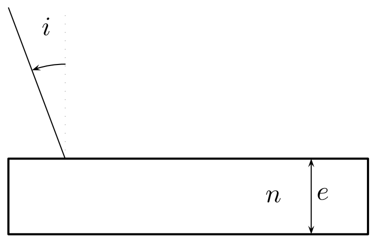
1. L'incidence est-elle vraiment quasi-normale ? Calculer le pas du réseau et le nombre de traits par millimètre pour $\lambda_0 = 0,5461\ \mu m$.
2. Combien d'ordres est-il possible d'observer ?
3. On éclaire le réseau avec une autre source de longueur d'onde λ_1 inconnue. On mesure $\theta_2 = 42\,^\circ\,09'$ et $\theta'_2 = -37\,^\circ\,43'$. Calculer λ_1.

III Interféromètre de Fabry-Perot

L'interféromètre à ondes multiples de Fabry-Perot est constitué d'une lame de verre à faces parallèles (indice n, épaisseur e), dont les faces en regard sont traitées pour en augmenter le facteur de réflexion. Un rayon incident sur la lame est à chaque interface en partie réfléchi et en partie transmis. Le coefficient de réflexion en amplitude entre le verre et l'air est noté r_{va}, le coefficient de transmission en amplitude de l'air vers le verre est noté t_{av} et celui du verre vers l'air est noté t_{va}. On pose $R = r_{va}^2$ et $T = t_{va}t_{av}$. L'observation se fait à l'infini dans le plan focal d'une lentille convergente.

Un rayon lumineux de longueur λ est incident sur la lame avec l'angle i par rapport à la normale.

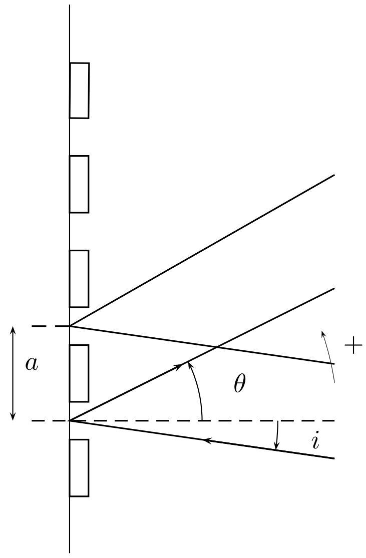
1. Tracer les différents rayons transmis. Sont-ils cohérents ?
2. Calculer la différence de phase φ entre deux rayons successifs en fonction de e et de l'angle r de réfraction des rayons dans le verre.



3. Cacluler l'amplitude complexe $\underline{a}_p$ du p-ième rayon transmis à l'infini, en notant a_0 celle du rayon incident. On prendra la phase du premier rayon transmis nulle à l'infini.
4. R étant proche de 1, montrer qu'il faut absolument tenir compte de tous les rayons transmis pour calculer l'onde transmise.
5. Montrer que l'intensité transmise est de la forme
$$I\left(\varphi\right) = \frac{I_0'}{1 + m\sin^2\dfrac{\varphi}{2}}$$
(fonction d'Airy). Exprimer I_0' et m en fonction de I_0, intensité du rayon incident, T et R.
6. Quelles sont les valeurs du déphasage pour lesquelles I est maximal ? Était-ce prévisible ?
7. Tracer l'allure de $I\left(\varphi\right)$ pour $R = 0,95$. Calculer la demi-largeur $\Delta\varphi$ à mi-hauteur des pics principaux. Qu'en déduire sur la sélectivité du dispositif ?
8. On éclaire l'interféromètre par une source ponctuelle à distance finie et on observe les interférences à l'infini. Quelle est la forme des franges d'interférences ?
9. Peut-on utiliser une source large ?

IV Surface d'un disque compact

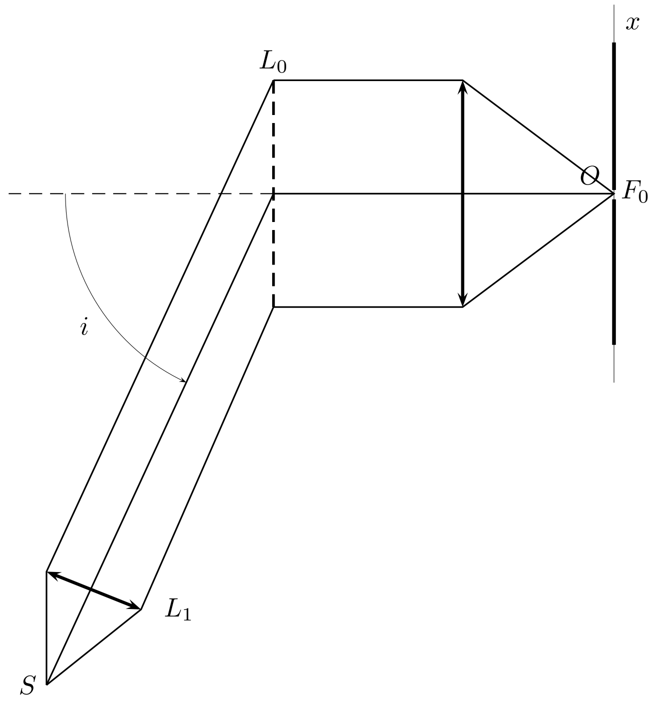
La structure mécanique de la surface d'un disque compact permet de l'assimiler à un réseau par réflexion et explique son aptitude à décomposer la lumière blanche. Suivant un rayon du disque, le pas du réseau est a et on note i l'angle d'incidence et θ l'angle de réflexion ; le sens positif des angles est indiqué sur la figure.



1. Exprimer le déphasage entre deux rayons réfléchis successifs.
2. En déduire (ne pas refaire le calcul) l'intensité dans la direction θ.
3. En déduire la relation fondamentale des réseaux par réflexion déterminant les directions θ_p dans lesquelles on trouve les maxima de lumière (ordre p).
4. On donne $a = 1,6\ \mu m$, $i = -10\,^\circ$; calculer pour l'ordre $k = 1$ les deux valeurs extrêmes θ_{min} et θ_{max} correspondants aux longueurs d'onde extrêmes du spectre visible.
5. Le faisceau de lumière blanche, parallèle et suffisamment large pour éclairer complètement un rayon du disque, est toujours placé tel que $i = -10\,^\circ$. La largeur de la partie enregistrée d'un CD est $l = 33\ mm$. À quelle distance minimale D_m faut-il approcher le disque de son oeil pour commencer à voir l'ensemble du spectre visible ?

V Monochromateur à réseau

La figure représente un monochromateur à réseau. C'est un dispositif permettant d'obtenir une onde quasi-monochromatique à partir de lumière blanche. Le réseau est un réseau plan par transmission caractérisé par le nombre $n = 500$ traits par millimètre, et $N = 10000$ traits éclairés au total. La source ponctuelle S est au foyer principal objet d'une lentille convergente L_1 et O est le foyer principal image d'une lentille convergente de distance focale $f'_0 = 1\ m$.



1. On note φ le déphasage entre deux rayons sucessifs. Rappeler l'expression donnant l'intensité $I(\varphi)$ totale en fonction de I_0 (intensité d'un rayon), de N et de φ. Représenter l'allure de $I(\varphi)$ en précisant les valeurs remarquables.
2. En déduire la formule des réseaux donnant la direction des maxima de lumière.
3. Quelle valeur doit-on donner à l'angle d'incidence i pour obtenir sur la fente F_0, placée dans le plan focal image de L_0 la radiation $\lambda_0 = 0,5\ \mu m$ dans le spectre d'ordre 2 ?

   On conservera cette incidence dans la suite du problème.
4. Pour une longueur d'onde λ différente de 0,5 μm, les rayons diffractés d'ordre 2 convergent en un point P d'abscisse x.

   Calculer sans approximation l'expression de x en fonction entre autre de $\lambda - \lambda_0$.

   Donner une expression approchée de x si on ne s'intéresse qu'aux longueurs d'onde proches de λ_0. Écrire une relation numérique entre x exprimé en mm et $\lambda - \lambda_0$ exprimé en μm.
5. La fente F_0 est de largeur $a = 0,1\ mm$. Elle laisse donc passer des radiations dont les longueurs d'onde sont comprises entre $\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda_1}{2}$ et $\lambda_0 + \frac{\Delta\lambda_1}{2}$.

   Calculer $\Delta\lambda_1$.
6. On veut comparer $\Delta\lambda_1$ au plus petit écart de longueur d'onde que l'on peut séparer avec un réseau dans l'ordre p, en utilisant $N \gg 1$ traits du réseau. On va pour cela établir le pouvoir de séparation intrinsèque du réseau autour de λ_0.

   6-a Représenter le graphe de l'intensité en fonction de $\sin\theta$ au voisinage de l'ordre p à $\lambda = \lambda_0$ fixée, le réseau étant éclairée sous l'incidence θ_i. On précisera les valeurs de $\sin\theta$ correspondant au maximum, ainsi qu'à la première annulation à la droite du maximum.

   6-b On suppose $\Delta\lambda \ll \lambda_0$. Représenter sur le même graphe l'intensité en fonction de $\sin\theta$ à $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$ fixée.

   6-c Le critère de Rayleigh précise que l'on sera à la limite de séparation des longueurs d'ondes λ_0 et $\lambda_0 + \Delta\lambda$ si la première annulation de la courbe d'intensité de la première

II

1. Incidence quasi-normale de $1,7^\circ$. $a = 1,5\ \mu m$, $n = 666$ traits par mm.
2. 5 ordres pour $|p| \leq 2$.
3. $\lambda_1 = 0,4812\ \mu m$.

III

1. Rayons cohérents
2. $\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda} 2ne\cos r$
3. $\underline{a}_p = a_0 T R^{p-1} e^{-j(p-1)\varphi}$
4.
5. $I_0' = \dfrac{T^2}{(1-R)^2} I_0$, $m = \dfrac{4R}{(1-R)^2}$.
6. $\varphi = 2k\pi$ k entier relatif. Tous les rayons sont en phases...
7. $\Delta\varphi = \dfrac{2}{\sqrt{m}} = 5{,}1.10^{-2}$
8. Anneaux d'interférences
9. Cf. interféromètre de Michelson. Longueur de cohérence spatiale infinie.

IV

1. $\sin\theta + \sin i = p\lambda/a$
2. $\theta = 25^\circ 4'$ pour 400 nm et $42^\circ 21'$ pour 800 nm.
3. $D_m = \frac{l}{\tan\theta_{max} - \tan\theta_{min}} = 7,4\ cm$

V

1. -30°
2. $x \simeq 1000\Delta\lambda$ avec x en mm et $\Delta\lambda$ en μm
3. $\Delta\lambda_1 = 0{,}1$ nm.
4.
   - 4-a Maximum en $\sin\theta = \sin\theta_i + p\dfrac{\lambda_0}{a}$, première annulation en $\sin\theta = \sin\theta_i + p\dfrac{\lambda_0}{a} + \dfrac{\lambda_0}{Na}$
   - 4-b Maximum en $\sin\theta = \sin\theta_i + p\dfrac{\lambda_0 + \Delta\lambda}{a}$.
   - 4-c Résolution intrinsèque $\Delta\lambda = 0{,}025$ nm, seulement 4 fois plus faible que $\Delta\lambda_1$

longueur d'onde est placée au niveau du maximum de la deuxième. En déduire la relation $\Delta\lambda = \dfrac{\lambda_0}{Np}$

6-d Comparer $\Delta\lambda_1$ et $\Delta\lambda$.

Éléments de réponses