5.3.1 Champs magnétiques-Exercice 9

Au cours d'un orage, un éclair peut être assimilé à un fil rectiligne infini de rayon a = 10 cm et parcouru par un courant d'intensité $I = 10^5$ A.

a-A moins de quelle distance du point de chute de l'éclair, l'aiguille d'une boussole risque-t-elle d'être désaimantée sachant que cela se produit lorsqu'elle est placée dans un champ supérieur à $B_L = 2.10^{-3}$ T ?

b-Faire un schéma et expliquer pourquoi un électron de l'éclair est soumis à une force magnétique de Lorentz. Quel est son sens ?

c-Montrer que les charges mobiles d'un élément de volume $d\tau$ de l'éclair subissent la force magnétique volumique $\vec{f}_{vol} = \vec{j} \wedge \vec{B}$ où $\vec{j}$ est la densité volumique de courant dans l'éclair.

d-Estimer j puis B au niveau du bord de l'éclair et exprimer la norme de la force magnétique volumique en fonction de I et a.

e-Calculer numériquement cette force volumique et la comparer au poids volumique de l'air. Conclure.

5.3.1 Champs magnétiques-Exercice 9

---

a-On cherche le champ magnétostatique crée en un point M en dehors de l'éclair.

A priori : $\vec{B}(M) = B_r(r,\theta,z)\vec{u}_r + B_\theta(r,\theta,z)\vec{u}_\theta + B_z(r,\theta,z)\vec{u}_z$ dans la base cylindrique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$

La distribution de courants est invariante par rotation autour de Oz => $\vec{B}(M)$ indépendant de θ

La distribution de courants est invariante par translation selon Oz => $\vec{B}(M)$ indépendant de z

Le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est plan de symétrie des courants => $\vec{B}(M)$ perpendiculaire à ce plan

=> $\vec{B}(M)$ selon $\vec{u}_\theta$

Finalement : $\vec{B}(M) = B_\theta(r)\vec{u}_\theta$

On applique le <u>théorème d'Ampère</u> : $\oint_{(C)} \vec{B}(M).d\vec{r}(M) = \mu_0 I_{\text{à travers }(S)}$

On choisit comme contour fermé (C) pour faire circuler le champ magnétique la ligne de champ passant par le point M : cercle d'axe Oz et rayon r, orienté dans le sens positif autour de Oz.
La surface (S) orientée (main droite) qui s'appuie sur (C) est le disque de rayon r orienté selon $\vec{u}_z$.

On a : $\oint_{(C)} \vec{B}(M).d\vec{r}(M) = \int_0^{2\pi} B_\theta(r,z)\vec{u}_\theta.rd\theta\vec{u}_\theta = rB_\theta(r,z)\int_0^{2\pi} d\theta = 2\pi r B_\theta(r,z)$ On a : $I_{\text{à travers }(S)} = I$

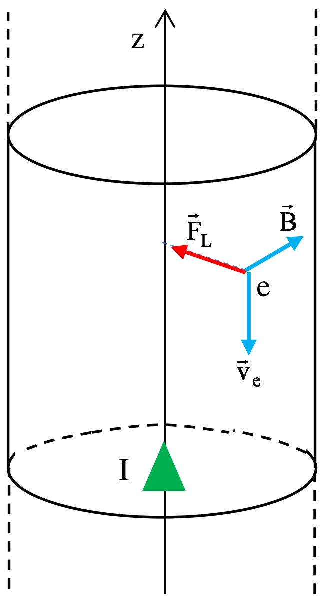
Donc : $\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u}_\theta}$

La distance cherchée est $r = \frac{\mu_0 I}{2\pi B_L}$ A.N : <u>r = 10 m</u>

b-Le courant I > 0 est du à des électrons de charge -e se déplaçant dans le sens < 0 de l'axe Oz.

La force de Lorentz sur un électron est : $\vec{F}_L = -e\vec{v}_e \wedge \vec{B}$

Elle est orientée selon $-\vec{u}_r$. Elle tend à <u>contracter l'éclair</u>.



c-La force magnétique sur les électrons d'un volume $d\tau$ est :

$d\vec{F} = n_e d\tau \vec{F}_L$ où n_e est la densité particulaire d'électrons

$d\vec{F} = -n_e e\vec{v}_e \wedge \vec{B}d\tau = \vec{j} \wedge \vec{B}d\tau$

La force volumique est : $\boxed{\vec{f}_{vol} = \vec{j} \wedge \vec{B}}$

d-On a : $j = \frac{I}{\pi a^2}$ et $B(r = a) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

D'où : $\boxed{\left\|\vec{f}_{vol}\right\| = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi^2 a^3}}$

e-A.N : $\left\|\vec{f}_{vol}\right\| = 6{,}4.10^5$ N.m^{-3}

Poids volumique de l'air : $\mu g = 12{,}7$ N.m^{-3} ($\mu = 1{,}3$ kg.m^{-3})
Le poids volumique est négligeable devant la force magnétique volumique.
