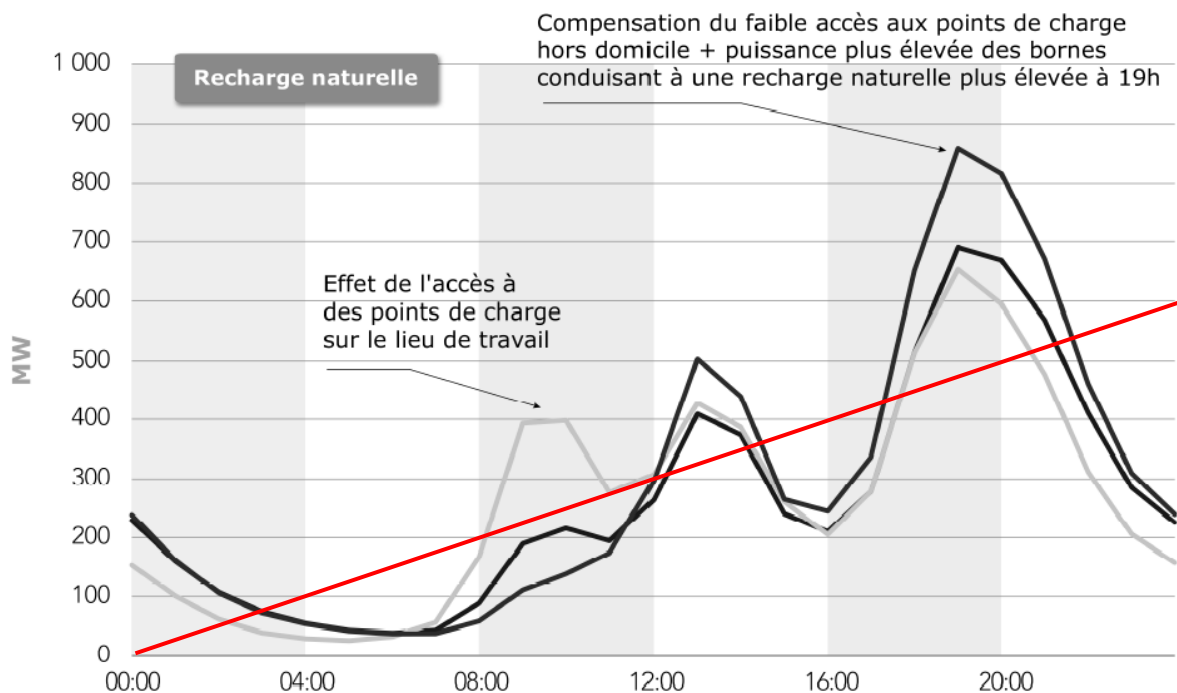


# Centrale PSI 2021 Physique-Chimie 2 Conception technique d'une éolienne

## I. Enjeux énergétiques



**Q1** Soit  $N_e$  le nombre de véhicules électriques supplémentaires qu'il y aurait si tous les véhicules thermiques étaient remplacés. D'après le **doc.1**,  $N_e = 12,7 \cdot 10^6 + 19,8 \cdot 10^6 = 32,5 \cdot 10^6$ .

Le **doc. 4** donne la puissance électrique  $\wp_e$  consommée en fonction du temps dans une journée pour recharger  $N_0 = 10^6$  véhicules électriques. Donc pour **1 journée** moyenne (durée  $t_j = 24$ h), l'énergie correspondant à la recharge est, pour **1 véhicule** :  $\mathcal{E}_{1,1} = \frac{1}{N_0} \int_0^{t_j} \wp_e dt$ .

Et pour une durée d'un an ( $n_j = 365$ ), avec  $t_{an} = n_j \times t_j$ ,  $\mathcal{E}_{an,1} = \frac{1}{N_0} \int_0^{t_{an}} \wp_e dt = \frac{n_j}{N_0} \int_0^{t_j} \wp_e dt$ .

Donc pour les  $N_e$  véhicules électriques supplémentaires, l'énergie **annuelle** nécessaire est

$$\mathcal{E}_{an,N_e} = N_e \frac{n_j}{N_0} \int_0^{t_j} \wp_e dt = N_e n_j \mathcal{E}_{1,1}.$$

Il reste à évaluer l'intégrale  $\int_0^{t_j} \wp_e dt$ , c'est-à-dire l'aire sous la courbe du document 3. Et comme il y a 3 courbes, il faut raisonner sur une sorte de courbe moyenne.

La droite rouge ci-dessus, passant par l'origine, semble donner une tendance moyenne raisonnable, c'est-à-dire que **l'aire sous la droite rouge semble assez proche de l'aire sous la courbe grise moyenne**. Et comme la surface d'un triangle rectangle est la moitié de la surface du rectangle, on obtient

$$\int_0^{t_j} \wp_e dt \simeq 300 \times 24 = 7,2 \cdot 10^3 \text{ MWh}.$$

$$\text{Il vient } \mathcal{E}_{an,N_e} = N_e \frac{n_j}{N_0} \int_0^{t_j} \wp_e dt = 32,5 \times 365 \times 7,2 \cdot 10^3 \text{ MWh} \simeq \boxed{85 \text{ TWh}}.$$

La production électrique annuelle totale utile (pertes déduites) étant de l'ordre de 525 TWh, il faudrait donc **l'augmenter de 16%**.

Cela nécessiterait certainement de **nouveaux équipements**.

**Q2** La puissance crête est évaluée à l'aide du **pic le plus élevé**  $\mathcal{P}_{\max,N_0} = 860 \text{ MW}$  de la courbe « scénario **Forte** » du document 3, qui concerne  $N_0 = 1$  million de véhicules électriques.

Donc pour  $N_e = 32,5$  millions de véhicule, on obtient :

$$\mathcal{P}_{\max,N_e} = \frac{N_e}{N_0} \mathcal{P}_{\max,N_0} = 860 \cdot 10^6 \times 32,5 \approx 28 \text{ GW}.$$

Soit  $S$  la surface du parc éolien recherchée. Puisqu'il n'existe pas encore, on peut imaginer le créer avec des **éoliennes modernes et performantes : Future Offshore du doc. 5**, pour lequel la puissance nominale est  $\mathcal{P}_N = 20 \text{ MW}$ .

Le nombre  $N_{eol}$  de ces éoliennes qui serait nécessaire est donné par  $N_{eol} = \frac{\mathcal{P}_{\max, Ne}}{\mathcal{P}_N}$ .

Et si leur diamètre est  $D$ , la distance entre 2 éoliennes doit être au moins de  $d = 15D$ .

La surface nécessaire pour en installer  $N_{eol}$  est donc :  $S = \frac{\mathcal{P}_{\max, Ne}}{\mathcal{P}_N} d^2 = \frac{\mathcal{P}_{\max, Ne}}{\mathcal{P}_N} \times 15^2 D^2$ .

Numériquement,  $S = \frac{\mathcal{P}_{\max, Ne}}{\mathcal{P}_N} \times 15^2 D^2 = 20.10^3 \text{ km}^2$ , puisque  $D = 250 \text{ m}$ .

Cela représente **3,6 % du territoire métropolitain terrestre**.

C'est donc **une grande surface**, qui plus est à prendre sur la mer, pas trop loin des côtes car il faut ramener l'énergie sur Terre. Et surtout, il y a peu de chances que les conditions de vent pour une production de puissance nominale soient réunies au moment où on a besoin du pic de production. Il faudrait donc une **surface bien plus importante, et éventuellement un système de stockage** de l'énergie, au moment où elle est fortement produite.

## II. Conversion d'énergie éolienne en énergie mécanique. Eolienne de type Darrieus.

**Q3** Le plus simple, pour répondre à cette question, est de commencer par répondre à la seconde partie de ce qui est demandé : la puissance moyenne produite par cette éolienne, qu'on notera  $\mathcal{P}_{moy}$ .

Si on note  $\tau_i$  le pourcentage du temps pendant lequel la puissance moyenne est  $\mathcal{P}_i$  (ligne  $i$  du tableau), on peut écrire :  $\mathcal{P}_{moy} = \tau_1 \mathcal{P}_1 + \tau_2 \mathcal{P}_2 + \tau_3 \mathcal{P}_3$ .

Numériquement,  $\mathcal{P}_{moy} = 0,37 \times 867 + 0,54 \times 5320 + 0,09 \times 10236 = 4,1 \text{ kW}$ .

On s'est appuyé uniquement sur les données de 6 mois, mais on n'a pas les données pour les 6 autres mois, donc on ne peut que supposer que la moyenne serait identique sur l'autre moitié de l'année.

L'énergie produite sur l'année est donc  $\mathcal{E}_{éolienne} = \int_0^{t_{an}} \mathcal{P}_{moy} dt = 36 \text{ MWh}$ .

**Remarque** : on aurait pu, également, calculer  $\mathcal{E}_{éolienne}$  de la façon suivante : sur 6 mois, il y a eu 22870 mesures : cela correspond environ à une mesure tous les  $\Delta t = 680 \text{ s}$ . En prenant les différents points  $\mathcal{P}_j$  de la courbe de puissance, en les multipliant par le nombre de mesures  $N_j$  (lu sur l'autre courbe) et par  $\Delta t$ , puis en les additionnant et en multipliant le résultat par 2, on obtient l'énergie moyenne produite sur 1 an :

$$\mathcal{E}_{éolienne} = 2 \sum_j N_j \mathcal{P}_j \Delta t$$

On mesure sur la courbe  $\sum_j N_j \mathcal{P}_j \approx 94 \text{ MW}$ . Donc  $\mathcal{E}_{éolienne} \approx 130 \text{ GJ} \approx 36 \text{ MWh}$

La puissance moyenne s'obtient simplement en calculant :

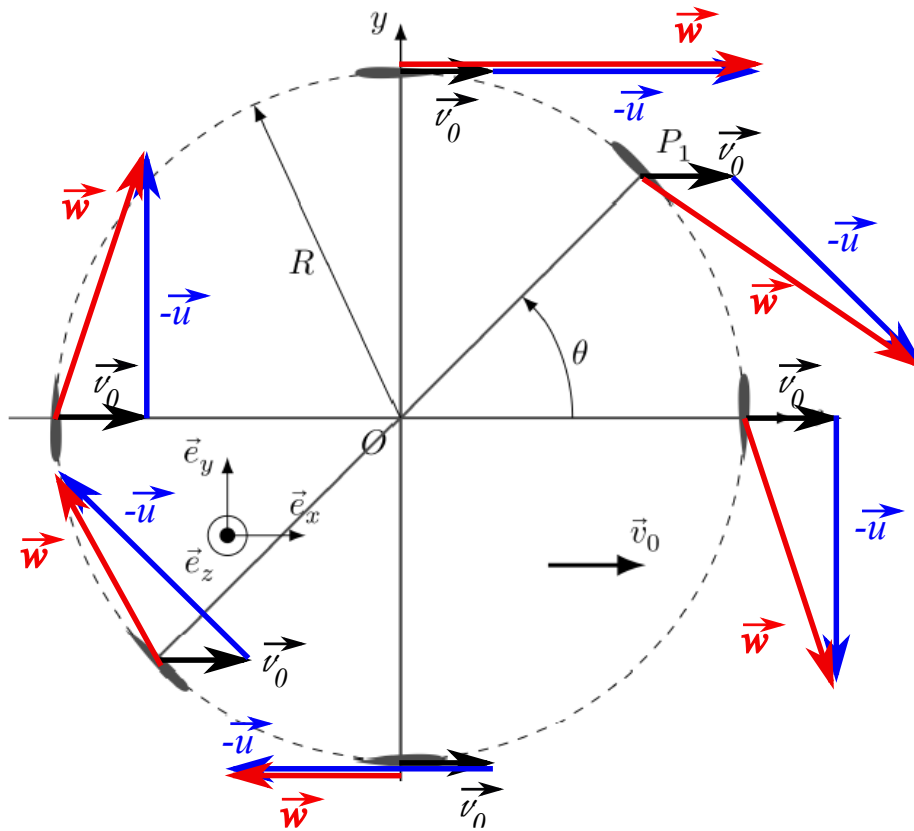
$$\langle \mathcal{P} \rangle = \frac{\sum_i N_i \mathcal{P}_i}{\sum_i N_i} \approx 4,1 \text{ kW}$$

Si on prend les valeurs du tableau de synthèse, en utilisant les puissances moyennes et les pourcentages du temps total, on obtient exactement les mêmes résultats (c'est beaucoup plus rapide).

**Q4** Pour faire le tracé, on doit commencer par calculer les longueurs relatives des vecteurs  $\vec{v}_0$  et  $\vec{u}$ , sachant que

$$|\vec{u}| = R\omega = \lambda v_\infty, \text{ et que } |\vec{v}_0| = (1-a)v_\infty \text{ on a } \frac{|\vec{u}|}{|\vec{v}_0|} = \frac{\lambda}{1-a} = \lambda_0$$

Numériquement,  $\frac{|\vec{u}|}{|\vec{v}_0|} = \frac{\lambda}{1-a} = \frac{2,4}{1-0,37} = \boxed{3,8}$ , d'où le dessin ci-dessous, à l'échelle, en utilisant la longueur de  $\vec{v}_0$  qui apparaît sur la figure de l'énoncé, pour en déduire celle de  $\vec{u}$ .



**Q5** Le vecteur  $\vec{w}$  dans la base des coordonnées cartésiennes :

$$\vec{w} = v_0 \vec{e}_x - R\omega \underbrace{(-\sin \theta \vec{e}_x + \cos \theta \vec{e}_y)}_{\vec{e}_\theta}$$

On en déduit :

$$w^2 = (v_0 + R\omega \sin \theta)^2 + R^2 \omega^2 \cos^2 \theta = v_0^2 + R^2 \omega^2 + 2R\omega v_0 \sin \theta$$

Or,  $\frac{R\omega}{v_0} = \frac{R\omega}{(1-a)v_\infty} = \frac{\lambda}{1-a} = \lambda_0$ . On retrouve bien :

$$w = v_0 \sqrt{1 + 2\lambda_0 \sin \theta + \lambda_0^2}$$

**Q6** Ecrivons le vecteur  $\vec{w}$  dans la base des coordonnées polaires :

$$\vec{w} = v_0 \underbrace{(\cos \theta \vec{e}_r - \sin \theta \vec{e}_\theta)}_{\vec{e}_x} - R\omega \vec{e}_\theta = v_0 (\cos \theta \vec{e}_r - (\sin \theta + \lambda_0) \vec{e}_\theta)$$

Or, par définition de l'angle d'attaque  $\alpha$ , et d'après la figure 4,

$$\vec{w} = w(\sin \alpha \vec{e}_r - \cos \alpha \vec{e}_\theta)$$

Par conséquent :  $\begin{cases} w \sin \alpha = v_0 \cos \theta \\ w \cos \alpha = v_0 (\sin \theta + \lambda_0) \end{cases}$ . D'où le résultat fourni :  $\tan \alpha = \frac{\cos \theta}{\sin \theta + \lambda_0}$

**Q7** Qualitativement, d'après la figure tracée en Q4,  $\alpha$  s'annule pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$  et  $\theta = \frac{3\pi}{2}$ , et est positif pour  $\theta \in ]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ , puis négatif pour  $\theta \in ]\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}[$ . Ceci permet de tracer une allure de la courbe représentant  $\alpha$  en fonction de  $\theta$ .

Mais puisqu'on nous demande de déterminer numériquement l'intervalle des variations de  $\alpha$ , faisons une rapide étude de fonction :

$\alpha$  restant dans le domaine  $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$  d'après la figure de Q4, la  $\tan \alpha$  est fonction croissant de  $\alpha$ , donc  $\alpha$  est max (resp. min) quand  $\tan \alpha$  est max (resp. min).

Et  $\frac{d(\tan \alpha)}{d\theta} = \frac{-(\sin \theta + \lambda_0) \sin \theta - \cos \theta \cos \theta}{(\sin \theta + \lambda_0)^2}$ , le dénominateur ne pouvant s'annuler puisque  $\lambda_0 = 3,8$ .

Donc  $\frac{d(\tan \alpha)}{d\theta} = \frac{-\lambda_0 \sin \theta - 1}{(\sin \theta + \lambda_0)^2}$ . Ainsi,  $\alpha$  est fonction croissante de  $\theta$  pour  $\sin \theta < \frac{-1}{\lambda_0}$ ,

puis décroissante pour  $\sin \theta > \frac{-1}{\lambda_0}$ .

Donc  $\alpha$  est maximale pour  $\theta_M \equiv \arcsin\left(-\frac{1}{\lambda_0}\right)[2\pi]$ , c'est-à-dire  $\theta_M \equiv -\arcsin\left(\frac{1}{3,8}\right)[2\pi]$ ,

ou encore  $\theta_M \equiv -0,27 \text{ rad}[2\pi]$ , c'est-à-dire  $\theta_M \equiv -15^\circ[360^\circ]$ .

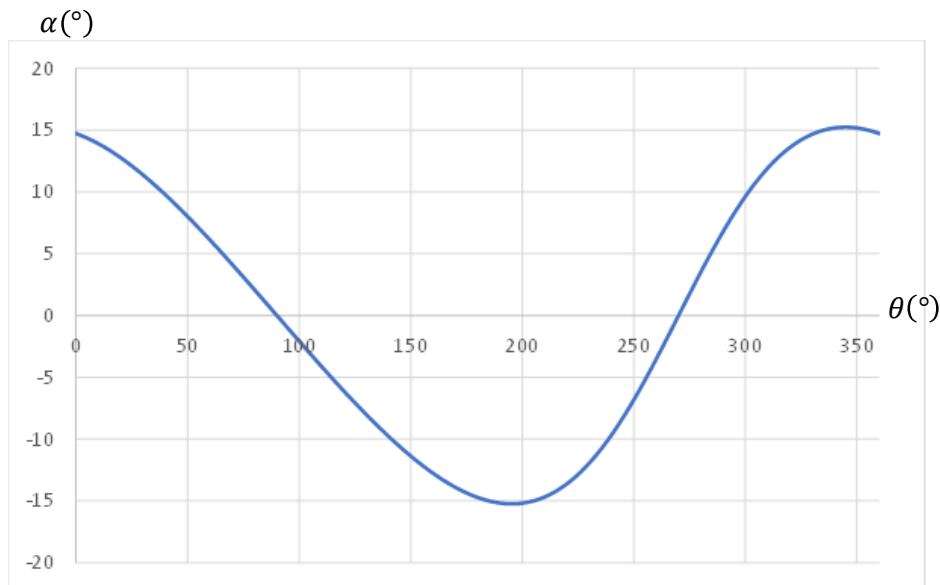
Et pour cette valeur,  $\alpha_M = 15^\circ$ .

Puis  $\alpha$  est minimale pour  $\theta_m \equiv \pi - \arcsin\left(-\frac{1}{\lambda_0}\right)[2\pi]$ , c'est-à-dire  $\theta_m \equiv \pi - \arcsin\left(\frac{1}{3,8}\right)[2\pi]$ ,

ou encore  $\theta_m \equiv 3,4 \text{ rad}[2\pi]$ , c'est-à-dire  $\theta_m \equiv +195^\circ[360^\circ]$ .

Et pour cette valeur,  $\alpha_m = -15^\circ$ .

Avec python, on peut faire un tracé rigoureux (non demandé) de la fonction  $\alpha(\theta)$  :



**Q8** Commençons par évaluer le nombre de Reynolds  $Re = \frac{\rho_{\text{air}} w \ell}{\eta_{\text{air}}}$ .

D'après le dessin fait en question Q4, la norme du vent relatif a pour valeur maximale

$w_{\text{max}} = v_0 + u = (1 - a + \lambda)v_\infty = 18,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , et pour valeur minimale

$w_{\text{min}} = -v_0 + u = (-1 + a + \lambda)v_\infty = 10,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Donc le nombre de Reynolds est compris entre  $3,2 \cdot 10^5$  et  $5,4 \cdot 10^5$ .

Pour cette fourchette de  $Re$ , on peut estimer sur la courbe  $C_L(\alpha)$  que dans le domaine  $[-15^\circ, +15^\circ]$ ,  $C_L(\alpha)$  varie sensiblement linéairement avec l'angle  $\alpha$  :  $C_L(\alpha) \approx k\alpha$ . Grossièrement, on mesure

$k \approx \frac{1}{8} = 0,12 \text{ degré}^{-1}$  si  $\alpha$  est exprimé en degrés ( $k \approx 7,2$  si  $\alpha$  est exprimé en radians).

D'autre part,  $C_L(\alpha)$  varie typiquement entre  $-1,2$  et  $+1,2$ .

Dans le même intervalle,  $C_D(\alpha)$  reste inférieur à  $0,05$ . On peut donc bien raisonnablement dire (sauf au voisinage de  $\alpha = 0$ ) que  $C_D \ll |C_L|$ .

**Q9** La force subie par la pale n°1 s'écrit :

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_L + \vec{F}_D = \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} S w^2 (C_L \vec{n} + C_D \vec{t}) = \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} S w^2 (C_L (\cos \alpha \vec{e}_r + \sin \alpha \vec{e}_\theta) + C_D (\sin \alpha \vec{e}_r - \cos \alpha \vec{e}_\theta)).$$

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} S w^2 [(C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha) \vec{e}_r + (C_L \sin \alpha - C_D \cos \alpha) \vec{e}_\theta].$$

Si on néglige l'influence de  $C_D$  (puisque  $C_D \ll |C_L|$ ), et si on pose  $C_L = k\alpha$ , il vient :

$$\vec{F}_1 \approx \frac{1}{2} k \alpha \rho_{\text{air}} S w^2 \vec{n} = \frac{1}{2} k \alpha \rho_{\text{air}} S w^2 (\cos \alpha \vec{e}_r + \sin \alpha \vec{e}_\theta)$$

La composante radiale de cette force tend à écarter la pale de l'axe de rotation quel que soit  $\alpha$ , puisque  $\cos \alpha$  reste toujours positif. Mais l'armature de l'éolienne empêche cet écartement.

La composante orthoradiale de la force tend à accélérer la pale aussi bien pour  $\alpha > 0$ , que pour  $\alpha < 0$ . En effet, le produit  $\alpha \sin \alpha$  est une fonction paire de  $\alpha$ .

**Q10** La composante radiale est une force centrale, donc a un moment nul.

Le bras de levier de la composante orthoradiale vaut  $R$ . Par conséquent :

$$\mathcal{M}_{z,1} = \frac{R k \rho_{\text{air}} S}{2} \alpha w^2 \sin \alpha$$

Or,  $\alpha \sin \alpha \approx \tan^2 \alpha = \left( \frac{\cos \theta}{\sin \theta + \lambda_0} \right)^2$  et  $w^2 = v_0^2 (1 + 2\lambda_0 \sin \theta + \lambda_0^2)$ . Par conséquent :

$$\mathcal{M}_{z,1} = \frac{R k \rho_{\text{air}} S v_0^2}{2} (1 + 2\lambda_0 \sin \theta + \lambda_0^2) \left( \frac{\cos \theta}{\sin \theta + \lambda_0} \right)^2 = \kappa f(\theta)$$

Cette expression est bien conforme à l'énoncé, avec :  $\kappa = \frac{R k \rho_{\text{air}} S v_0^2}{2}$

**Q11** La pale n°2 est repérée par l'angle  $\theta + \frac{2\pi}{3}$  et la pale n°3 est repérée par l'angle  $\theta + \frac{4\pi}{3}$ . Par conséquent :

$$\Gamma_z = \kappa \left( f(\theta) + f\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + f\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right) = \kappa F(\theta)$$

**Q12** On lit sur la courbe en trait plein (puisque ici  $\lambda_0 = 3,8$ ) :  $\langle F(\theta) \rangle \approx 1,58$ . Par conséquent,  $\langle \Gamma_z \rangle = 1,58 \kappa$ .  
Donc :

$$\mathcal{P} \approx 1,58 \kappa \omega = 0,79 R k \rho_{\text{air}} S v_0^2 \omega = 0,79 k \rho_{\text{air}} L \ell \lambda_0 (1 - a)^3 v_\infty^3$$

Numériquement, on trouve (avec la valeur de  $k$  donnée ici, différente de celle trouvée en Q8) :

$$\mathcal{P} \approx 4,4 \text{ kW}$$

Une telle puissance correspond à l'ordre de grandeur de ce que consomme en même temps un aspirateur, un grille-pain et un four à micro-ondes par exemple.

**Q13** Considérons la surface rectangulaire  $S_{eol} = L \times 2R$  perpendiculaire à l'écoulement, MAIS en l'absence d'éolienne. L'énergie cinétique traversant cette surface, du fait du vent, entre les instants  $t$  et  $t + dt$  vaut

$$\delta E_c = \frac{\rho_{\text{air}} v_\infty^2}{2} \times S_{eol} v_\infty dt.$$

Par conséquent, le débit d'énergie cinétique, c'est-à-dire l'énergie cinétique passant par seconde à

travers la surface  $S_{eol}$  vaut  $D_{Ec} = \frac{\rho_{air} S_{eol} v_{\infty}^3}{2} = RL\rho_{air} v_{\infty}^3$ .

Cela correspond à la puissance du vent incident disponible sur la surface balayée par l'éolienne.

**Q14** Le rendement  $\eta$  est le rapport de la puissance moyenne délivrée par l'éolienne à la puissance incidente du vent :  $\eta = \frac{P}{D_{Ec}} = 0,79 k\lambda_0(1-a)^3 \frac{\ell}{R} = 0,79 k\lambda(1-a)^2 \frac{\ell}{R} = 53 \%$

**Q15** On voit sur la courbe que  $F(\theta)$  est  $\frac{2\pi}{3}$  périodique (période  $120^\circ$ ). Or,  $\theta = \omega t$  donc la fréquence fondamentale du développement en série de Fourier du couple est donnée par

$$f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{\frac{2\pi}{3\omega}} = \frac{3\omega}{2\pi} = \frac{3\lambda v_{\infty}}{2\pi R}$$

Le signal de la figure 7 est quasi-sinusoidal. Cependant, il ne l'est pas tout à fait. On aura donc des harmoniques de fréquences  $f_n = n \frac{3\lambda v_{\infty}}{2\pi R}$ .

Numériquement,  $f_1$  varie de  $f_1 = 0 \text{ Hz}$  à  $f_1 = 4,6 \text{ Hz}$  quand  $v_{\infty}$  varie de 0 à 16 m.s<sup>-1</sup>.

**Q16** La force de traînée (cf Q9) subie par la pale n°1 s'écrit :  $\vec{F}_{D1} = \frac{1}{2} C_D \rho_{air} S w^2 (\sin \alpha \vec{e}_r - \cos \alpha \vec{e}_\theta)$ . Dans le référentiel terrestre, la puissance de la force de traînée subie par la pale n°1 est donnée par :

$$\mathcal{P}_{D1} = \vec{F}_{D1} \cdot R\omega \vec{e}_\theta = \frac{1}{2} C_D \rho_{air} S w^2 (\sin \alpha \vec{e}_r - \cos \alpha \vec{e}_\theta) \cdot R\omega \vec{e}_\theta = -\frac{1}{2} C_D \rho_{air} S R \omega w^2 \cos \alpha$$

En faisant pour  $\cos \alpha$  un développement limité, à nouveau à l'ordre 1, on obtient :

$$\mathcal{P}_{D1} = -\frac{1}{2} C_D \rho_{air} L \ell R \omega v_0^2 (1 + 2\lambda_0 \sin \theta + \lambda_0^2)$$

$\mathcal{P}_{D1}$  est négative quel que soit  $\theta$  puisque  $0 \leq (1 - \lambda_0)^2 \leq (1 + 2\lambda_0 \sin \theta + \lambda_0^2) \leq (1 + \lambda_0)^2$ .

Par conséquent, la valeur moyenne de cette puissance sur un tour, définie par  $\langle \mathcal{P}_{D1} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathcal{P}_{D1} d\theta$  est négative aussi. Il en est bien sûr de même pour les deux autres pales. Par conséquent, la puissance moyenne de la force de traînée sur un tour est bien négative.

La puissance dissipée par la traînée étant proportionnelle à  $C_D$ , on a intérêt à le minimiser pour optimiser la puissance moyenne délivrée par l'éolienne.

## PROBLEME 2 : CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC Physique-chimie 1 PSI 2023

**I) Influence de l'électrolyte**  $\frac{5}{2} \text{O}_{2(g)} + \text{C}_3\text{H}_4\text{O}_{3(l)} \rightarrow 3\text{CO}_{2(g)} + 2\text{H}_2\text{O}_{(g)}$

**Q 1.** L'enthalpie standard de formation de  $\text{O}_{2(g)}$  est nulle, car il s'agit d'un corps simple, dans son état standard de référence.

**Q 2.** L'enthalpie standard de réaction se calcule grâce à la loi de Hess :

$$\Delta_r H^0 = -\Delta_f H^0(\text{C}_3\text{H}_4\text{O}_{3(l)}) + 3\Delta_f H^0(\text{CO}_{2(g)}) + 2\Delta_f H^0(\text{H}_2\text{O}_{(g)})$$

Numériquement,  $\Delta_r H^0 = +1165,30 - 3 \times 393,5 - 2 \times 241,8 = -498,80 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

Puisque son signe est négatif, la réaction est exothermique.

**Q 3.** Compte tenu de l'évolution de la température (figure 4), le calorimètre n'est pas parfaitement calorifugé. En effet, on constate qu'après être montée de façon quasi-instantanée, la température décroît, pour revenir à la température ambiante. Il y a donc clairement des fuites thermiques.

**Q 4.** Le temps caractéristique de retour à la température ambiante est de l'ordre de  $370-140 = 230$  minutes (figure 4). Si on comprend « temps caractéristique » comme la constante de temps d'une loi en exponentielle décroissante, alors la constante de temps est environ le tiers de  $(300 - 140)$ , soit environ 50 minutes.

La durée de l'explosion est en revanche inférieure à la minute (figure 4), donc les échanges thermiques avec l'extérieur n'ont pas le temps de se produire, donc la transformation peut bien être considérée adiabatique.

**Q 5.** Attention, on n'est pas ici en présence d'une transformation isobare. Mais on va s'appuyer sur les approximations proposées par l'énoncé, à savoir, que l'énergie libérée lors de l'explosion correspond en bonne approximation à l'échange thermique isotherme à pression constante associé à la réaction (I.3).

On considère le système formé des  $n$  moles d'acide pyruvique mise en jeu lors de l'explosion, des  $\frac{5}{2}n$  moles de dioxygène nécessaires à la réaction (et fournies comme on nous le dit par une décomposition interne de l'accumulateur).

La « chaleur de réaction », dégagée par la réaction entre ces deux constituants, est, pour un avancement final  $\xi_f = n$ ,  $Q_r = -\Delta_r H^0 \times n$ . Et cette énergie thermique est utilisée par l'accumulateur, de masse  $m$ , pour faire monter sa température (on néglige devant  $m$ , comme on nous le propose, la masse des gaz enfermés dans l'enceinte). On applique le premier principe de la thermodynamique à l'accumulateur :

$$mc_p(T_{max} - T_{init}) = Q_r, \text{ d'où } n = \frac{mc_p(T_{max} - T_{init})}{-\Delta_r H^0}. \text{ Numériquement, } n = \frac{45,5 \times 0,73 \times (900 - 129)}{498,80 \cdot 10^3} = 0,051 \text{ mol}.$$

**Q 6.** Une quantité de matière d'acide pyruvique  $n_{C_3H_4O_3,lim}$  conduit à la formation, nette, de  $(3 + 2 - \frac{5}{2})n_{C_3H_4O_3,lim}$  moles de gaz. En utilisant l'équation d'état des gaz parfaits, et en négligeant les autres

gaz, on peut écrire :  $p_{lim}V_0 = 2,5n_{C_3H_4O_3,lim} RT_{max}$ , d'où  $n_{C_3H_4O_3,lim} = \frac{p_{lim}V_0}{2,5 RT_{max}} = 0,046 \text{ mol}$ .

On peut vérifier que la quantité nette de gaz produits ( $2,5n_{C_3H_4O_3,lim} = 0,12 \text{ mol}$ ) est nettement plus importante que la quantité de gaz initialement présente dans l'enceinte, qui était égale à  $\frac{p_i V_0}{RT_{amb}} = 0,0061 \text{ mol}$

**Q 7.** Puisque Q5 et Q6 montrent qu'il y a un peu plus d'acide pyruvique que ce qui amènerait à une pression de 75 bar, il y a un risque de dépassement de cette pression limite, d'où la nécessité de la vanne de sécurité schématisée sur la figure 3.

## II. - Emballlement thermique

**Q 8.** La loi de vitesse donnant la vitesse de disparition de l'acide pyruvique en fonction de  $\alpha_{diss}(t)$ ,  $n_0, V$  et la constante de vitesse  $k$  est :  $r = k[C_3H_4O_3] = k \frac{n_0(1-\alpha_{diss})}{V}$ .

**Q 9.** La loi d'Arrhénius est  $k = A \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$ . Et puisque l'énergie d'activation  $E_a$  est positive, et le facteur pré-exponentiel,  $A$  aussi,  $k$  est une fonction croissante de la température, donc la vitesse  $v$  aussi.

**Q 10.** On considère le système formé de la batterie de capacité thermique  $C$ , siège de la réaction (I.3) de combustion de l'électrolyte.

La décomposition proposée permet d'écrire, la transformation étant adiabatique et isobare :  $dH = 0$ , c'est-à-dire  $\Delta_r H^0 d\xi + C dT = 0$ .

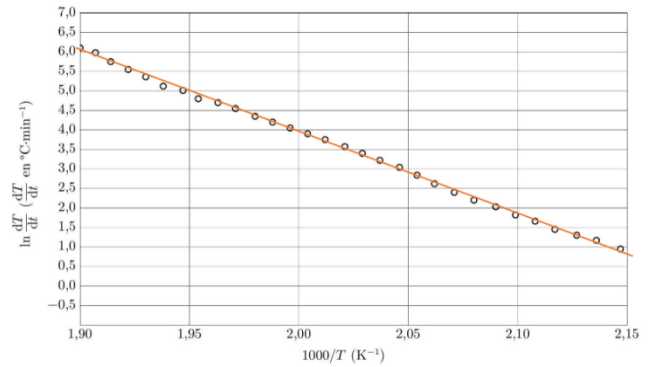
Or, la vitesse est  $r = \frac{1}{V} \frac{d\xi}{dt}$ , donc  $\Delta_r H^0 r V dt + C dT = 0$ , puis  $\Delta_r H^0 A \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) n_0 (1 - \alpha_{diss}) dt + C dT = 0$ . On

en déduit :  $\frac{dT}{dt} = \beta(1 - \alpha_{diss}) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$ , avec  $\beta = -\frac{\Delta_r H^0 A n_0}{C}$

**Q 11.** Lorsque l'avancement de la réaction est faible ( $\alpha_{diss} \ll 1$ ), un développement limité à l'ordre 0 en  $\alpha_{diss}$  dans l'équation différentielle, donne :  $\frac{dT}{dt} \simeq \beta \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$ , donc  $\frac{dT}{dt}$  augmente avec  $T$ , ce qui explique qu'on parle d'emballlement thermique.



Figure 5 Tracé de  $\ln(dT/dt)$  en fonction de  $1000/T$  pour une batterie Li-ion déchargée pendant son explosion



Q 12. La figure 5 montre que  $\ln\left(\frac{dT}{dt}\right)$  est une fonction affine décroissante de  $1/T$ , ce qui est bien conforme à ce qui a été trouvé dans la question Q11 :  $\ln\left(\frac{dT}{dt}\right) \simeq \ln(\beta) - \frac{E_a}{RT}$ .

On peut ajouter sur le graphe une droite se rapprochant au mieux du nuage de points.

Son équation est :

$$\ln\left(\frac{dT}{dt}\right) = \frac{0,8-6}{2,15-1,90} \times \frac{1}{T} + Cte = -21 \cdot 10^3 \times \frac{1}{T} + Cte. \text{ Son coefficient directeur correspond à } -\frac{E_a}{R}$$

On en déduit que  $E_a = 0,17 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

### Problème n°3 : CCINP PhCh PSI 2023 extrait (sans calculatrice)

Q1- Réaction de combustion d'une mole de glucose :  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{s}) + 6 \text{O}_2(\text{g}) = 6 \text{CO}_2(\text{g}) + 6 \text{H}_2\text{O}(\text{l})$ .

La loi de Hess donne :  $\Delta_r H^0 = -\Delta_f H^0(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{s})) - 6 \Delta_f H^0(\text{O}_2(\text{g})) + 6 \Delta_f H^0(\text{CO}_2(\text{g})) + 6 \Delta_f H^0(\text{H}_2\text{O}(\text{l}))$ ,  
d'où  $\Delta_r H^0 = 1274 - 0 + 6 \times (-393,5) + 6 \times (-285,8) = 1274 - 6 \times 679,3 = 1274 - 4075,8$   
 $= -2801,8 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

Parmi les réponses proposées, la bonne est donc la première,  $\Delta_r H^0 = -2802 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

Q2- L'énergie mécanique dépensée par le cycliste est le produit de la puissance moyenne par la durée :

$$\mathcal{E}_{\text{dep}} = P_{\text{méca}} \times \Delta t, \text{ donc l'énergie consommée par ses muscles est } \mathcal{E}_{\text{cons}} = \frac{P_{\text{méca}} \times \Delta t}{\eta}$$

Et on veut visiblement nous faire écrire que l'énergie consommée par les muscles correspond à l'énergie thermique dégagée par la réaction de combustion du glucose, d'où  $\mathcal{E}_{\text{cons}} = -\Delta_r H^0 \xi_f$ .

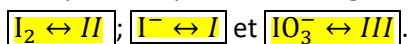
La masse de glucose consommée est  $m_{\text{glu}} = M_{\text{glu}} \xi_f$ , d'où  $\mathcal{E}_{\text{cons}} = -\Delta_r H^0 \frac{m_{\text{glu}}}{M_{\text{glu}}}$ , puis  $m_{\text{glu}} = -\frac{P_{\text{méca}} \times \Delta t \times M_{\text{glu}}}{\eta \times \Delta_r H^0}$ .

$$\text{Numériquement, en grammes, } m_{\text{glu}} = \frac{180 \times 4 \times 3600 \times 180}{0,25 \times 2802 \times 1000} = \frac{16 \times 1,8 \times 3,6 \times 18}{2,8} \simeq \frac{16 \times 40 \times 3,6}{3}$$

Parmi les 3 valeurs proposées, on choisit donc  $m_{\text{glu}} = 670 \text{ g}$ .

Q3- Le nombre d'oxydation de l'iode est de 0 dans  $\text{I}_2$ , -I dans  $\text{I}^-$ , +V dans  $\text{IO}_3^-$ .

Puisque les espèces sont rangées de bas en haut par nombre d'oxydation croissant, on en déduit que :



Q4- Pour trouver la pente, on commence par écrire la demi-réaction du couple associé :



$$\text{La relation de Nernst s'écrit donc : } E = E^0 + \frac{0,06}{6} \log\left(\frac{[\text{H}^+]^6 [\text{IO}_3^-]}{[\text{I}^-] c_{\text{ref}}^6}\right) = E^0 + 0,06 \log\left(\frac{[\text{H}^+]}{c_{\text{ref}}}\right) + \frac{0,06}{6} \log\left(\frac{[\text{IO}_3^-]}{[\text{I}^-]}\right),$$

ce qui donne une pente de  $-0,06 \text{ V/unité pH}$ .