

Programme de Colle numero 16

limite de suites, dénombrement

Semaine du 2 fevrier 2026 :

Analyse Chapitre 7 : Suites - limites Algèbre Chapitre 9 : Arithmétique et dénombrement)

?

AUTO-TEST

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

► **AL9 : arithmétique et dénombrement**

- Qu'est ce que le cardinal d'un ensemble ?
- Quelle formule pour les cardinaux de $A \cup B$? $A \cap B$? $A \setminus B$? \bar{A} ?
- Qu'appelle-t-on et quand utilise-t-on le principe multiplicatif ? le principe additif ?
- Que dire des cardinaux d'ensembles reliés par une application bijective ? Injectrice ? surjective ?
- Qu'est-ce qu'une p -listes ? Une p liste sans répétitions ? Une combinaison ?
- Qu'est ce qu'une permutation ?
- Quelle est le nombre de p -listes (resp. p listes sans répétition, resp. permutuation, resp. le nombre de p combinaisons) dans un ensemble à n éléments ?

► **AN 7 : limites et suites**

- Quelle est la définition de $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ avec $\ell \in \mathbb{R}$? et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$?
- Qu'entend-on par "passage à la limite" dans les inégalités ?
- Qu'est ce que le théorème des gendarmes ?
- Qu'est ce que la divergence par minoration ou majoration ?
- Comment utiliser le théorème des gendarmes pour des suites du type $a_n b_n$ avec b_n bornée et $a_n \rightarrow 0$?
- Qu'est-ce que le théorème de la limite monotone ?
- Qu'appelle-t-on les croissances comparées ? Quand on dit " $\lim \frac{n^3}{n^5} = 0$ ", est-ce une "croissance comparée" ?
- Qu'appelle-t-on suites adjacentes ? que dire sur leur convergence ?
- Si $u_{n+1} = f(u_n)$ et f croissante, a-t-on nécessairement (u_n) croissante ?
- Pourquoi l'étude de $f(x) - x$ informe-t-elle de la monotonie d'une suite vérifiant $u_{n+1} = f(u_n)$?

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

- Dénombrer en utilisant des principes multiplicatifs ou additifs, des unions disjointes, des produits cartésiens, des p listes sans répétition, des permutations, des combinaisons, etc. Les calculs doivent impérativement être justifiés.
- Calculs simples de limite de suite.
- Savoir montrer que deux suites sont des suites adjacentes.
- Avec un peu d'aide, savoir traiter les suites définie par $u_{n+1} = f(u_n)$.



DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

- Montrez que si (u_n) converge vers ℓ et ℓ' , alors $\ell = \ell'$.
- Montrez le théorème d'encadrement (alias : des gendarmes)
- Démontrez que si (u_n) converge vers une limite ℓ non nulle, u_n est du signe de ℓ APCR
- Montrez que si u_n est géométrique de raison $q \in]-1, 1[$, alors $\lim u_n = 0$.
- Démontrer la formule du triangle de Pascal en utilisant des arguments de dénombrements.