II.A Mesures de températures

18. $C \ll A$ et B $\Rightarrow$ on peut supposer que $\frac{T^*}{T} \simeq A - B\ln\left(\frac{G}{G^*}\right)$

19. $R = \frac{\ell}{\gamma_{el} s}$ donc : $\boxed{G = \gamma_{el}\frac{s}{\ell}}$

Puis : $B\ln\frac{G}{G^*} = A - \frac{T^*}{T} \Rightarrow \ln\frac{G}{G^*} = \frac{A}{B} - \frac{T^*}{BT} \Rightarrow G = G^* e^{\frac{A}{B}} e^{-\frac{T^*}{BT}}$

$\Rightarrow \gamma_{el} = \frac{G^*\ell}{s} e^{\frac{A}{B}} e^{-\frac{T^*}{BT}}$

On a bien un facteur de Boltzmann : $e^{-\frac{T^*}{BT}}$

Par identification : $\frac{\mathcal{E}}{k_B} = \frac{T^*}{B} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = k_B\frac{T^*}{B}}$ A.N : $\mathcal{E} = 6.10^{-20}\,J = \underline{0,4\ e.V}$

20. Loi de la quantité de mouvement dans R galiléen, à un porteur : $m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} - \frac{m}{\tau}\vec{v}$

En régime permanent : $\vec{0} = q\vec{E} - \frac{m}{\tau}\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = \frac{\tau q}{m}\vec{E}$

Puis : $\vec{j} = n_q q\vec{v} = \frac{n_q\tau q^2}{m}\vec{E} \Rightarrow \boxed{\gamma_{el} = \frac{n_q\tau q^2}{m}}$

21. On a : $n_0 = A\, e^{-\mathcal{E}_v/k_BT}$ $\mathcal{E}_v$: energie de la bande de valence

$n_q = A\, e^{-\mathcal{E}_c/k_BT}$ $\mathcal{E}_c$: energie de la bande de conduction

$\Rightarrow \frac{n_q}{n_0} = e^{-\frac{\mathcal{E}_c - \mathcal{E}_v}{k_BT}}$ donc : $\boxed{n_q = n_0\, e^{-\frac{\mathcal{E}}{k_BT}}}$ car $\mathcal{E} = \mathcal{E}_c - \mathcal{E}_v$

γ_{el} est proportionnelle à n_q, donc c'est le même facteur de Boltzmann dans les questions 19 et 21 $\Rightarrow$ $\underline{\mathcal{E} = 0,4\ eV}$

II.B Mesure de l'humidité relative

22. Dimensions transverses très grandes devant e $\Rightarrow$ invariance par translation selon Ox et Oy

$\Rightarrow \vec{E}(M) = \vec{E}(z)$

On a aussi, en supposant les plaques infinies, donc chargées uniformément :
- plan $(M, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$: plan de symétrie des charges
- plan $(M, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$: plan de symétrie des charges

$\vec{E}(M)$ appartient à ces deux plans, donc : $\boxed{\vec{E}(M) = E_z(z)\,\vec{e}_z}$

Equation de Maxwell Gauss dans le milieu isolant neutre : $\operatorname{div}\vec{E} = 0 \Rightarrow \frac{dE_z}{dz} = 0$

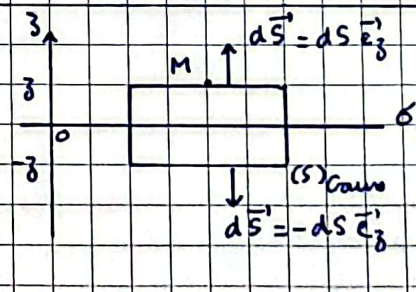
$\Rightarrow E_z = cste$

Donc $\underline{\vec{E} \text{ est uniforme dans l'isolant}}$

23. Calcul du champ $\vec{E}_1$ créé par la plaque inférieure :

$$\oiint_{(S)Gauss} \vec{E}_1 \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

où $(S)_{Gauss}$ est le cylindre de base S entre z et -z sachant que $\vec{E}_1(-z) = -\vec{E}_1(z)$



$\oiint_{(S)Gauss} \vec{E}'_1 \cdot d\vec{S}' = 2E_1 S$ et $Q_{int} = \sigma_0 S$ donc : $E_1 = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}$ et $\vec{E}'_1 = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\vec{e}'_z$ dans l'isolant

La plaque supérieure de densité surfacique de charges $-\sigma_0$ crée dans l'isolant : $\vec{E}'_2 = -\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\vec{e}'_z$

Le champ total $\vec{E}' = \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2$ est alors : $\boxed{\vec{E}' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\vec{e}'_z}$

24. $U_0 = \int_0^e \vec{E}' \cdot d\vec{r}' = \int_0^e \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\vec{e}'_z \cdot dz\,\vec{e}'_z$ $\boxed{U_0 = \frac{\sigma_0 e}{\varepsilon_0}}$

On a $\sigma_0 = \frac{Q_0}{S}$ donc : $U_0 = \frac{e}{\varepsilon_0 S} Q_0 = \frac{Q_0}{C}$ $\Rightarrow$ capacité $\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}}$

25. $\vec{P}'_{tot} = \vec{p}'_m \cdot \underbrace{\text{nombre de molécules}}_{= m_p . S e}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{P}'_{tot} = m_p S e\, p_m \vec{e}'_z}$

On peut aussi écrire par définition : $\vec{P}'_{tot} = Q\,\vec{NP}' = Q\,e\,\vec{e}'_z = e\sigma S\,\vec{e}'_z$

Par identification : $\boxed{\sigma = m_p\, p_m}$

26. A très basse température, l'agitation thermique est sans effet. Tous les dipôles sont orientés selon $\vec{E}'$: $p_m = p_{H_2O}$

A très haute température, l'agitation thermique l'emporte sur l'action d'alignement du champ $\vec{E}'$: $p_m = 0$

Ces deux situations limites sont définies par : $k_B T \ll p_{H_2O} E$ ou $k_B T \gg p_{H_2O} E$

A la transition : $k_B T \simeq p_{H_2O} E$ $\Rightarrow$ $\boxed{T_c = \frac{p_{H_2O} E}{k_B}}$

27. $\|\vec{p}'_m\|$ en $C.m$

D'après la question 23, $\|\varepsilon_0 \vec{E}'\|$ en $C.m^{-2}$

$\Big\}$ $\underline{\alpha \text{ en } m^3}$

28. On a maintenant : $\vec{E}' = \frac{\sigma_0 - \sigma}{\varepsilon_0}\vec{e}'_z = \frac{\sigma_0 - m_p p_m}{\varepsilon_0}\vec{e}'_z = \frac{\sigma_0 - m_p \varepsilon_0 \alpha E}{\varepsilon_0}\vec{e}'_z$

$$\vec{E}' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\vec{e}'_z - m_p \alpha \vec{E}'$$

$$\vec{E}' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0(1 + m_p\alpha)}\vec{e}'_z$$

Puis : $U_0 = \int_0^e \vec{E}' \cdot d\vec{r}' = \frac{\sigma_0 e}{\varepsilon_0(1+m_p\alpha)} = \frac{Q_0 e}{\varepsilon_0(1+m_p\alpha) S} = \frac{Q_0}{C}$

Donc : $C = \frac{\varepsilon_0 S(1 + m_p\alpha)}{e} = C_0 \varepsilon_r$ avec $\boxed{\varepsilon_r = 1 + m_p\alpha}$