

Programme de Colle numero 17

limite de suites, continuité, dénombrement

Semaine du 23 fevrier 2026 :

Analyse Chapitre 7 : Suites - limites Analyse Chapitre 8 : Continuité Algèbre Chapitre 9 :
Arithmétique et dénombrement)

? AUTO-TEST

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

► **AL9 : arithmétique et dénombrement**

- ☐ Qu'est ce que le cardinal d'un ensemble ?
- ☐ Quelle formule pour les cardinaux de $A \cup B$? $A \cap B$? $A \setminus B$? $\bar{A}$?
- ☐ Qu'appelle-t-on et quand utilise-t-on le principe multiplicatif ? le principe additif ?
- ☐ Que dire des cardinaux d'ensembles reliés par une application bijective ? Injective ? surjective ?
- ☐ Qu'est-ce qu'une p -listes ? Une p liste sans répétitions ? Une combinaison ?
- ☐ Qu'est ce qu'une permutation ?
- ☐ Quelle est le nombre de p -listes (resp. p listes sans répétition, resp. permutation, resp. le nombre de p combinaisons) dans un ensemble à n éléments ?

► **AN 7 : limites et suites**

- ☐ Quelle est la définition de $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ avec $\ell \in \mathbb{R}$? et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$?
- ☐ Qu'entend-on par "passage à la limite" dans les inégalités ?
- ☐ Qu'est ce que le théorème des gendarmes ?
- ☐ Qu'est ce que la divergence par minoration ou majoration ?
- ☐ Comment utiliser le théorème des gendarmes pour des suites du type $a_n b_n$ avec b_n bornée et $a_n \rightarrow 0$?
- ☐ Qu'est-ce que le théorème de la limite monotone ?
- ☐ Qu'appelle-t-on les croissances comparées ? Quand on dit " $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3}{n^5} = 0$ ", est-ce une "croissance comparée" ?
- ☐ Qu'appelle-t-on suites adjacentes ? que dire sur leur convergence ?
- ☐ Si $u_{n+1} = f(u_n)$ et f croissante, a-t-on nécessairement (u_n) croissante ?
- ☐ Pourquoi l'étude de $f(x) - x$ informe-t-elle de la monotonie d'une suite vérifiant $u_{n+1} = f(u_n)$?

► **AN 8 : limite et continuité**

- ☐ Définition d'une limite finie ou infinie de fonction en un point ou à l'infini.
- ☐ Énoncez les théorèmes usuels dans le cas des suites.
- ☐ Théorème de composition de limite.
- ☐ Caractérisation séquentielle de la limite : énoncé et exemple d'utilisation.
- ☐ Qu'est ce que les croissances comparées ?
- ☐ Qu'est-ce qu'une fonction continue ? Donner des exemples de fonctions continues et de fonctions qui ne le sont pas.
- ☐ Qu'est-ce que la continuité à droite ou à gauche ? Lien avec la continuité "tout court" ?
- ☐ Qu'est-ce qu'un prolongement par continuité ?
- ☐ Qu'est-ce qu'une fonction continue ?
- ☐ Énoncez le théorème des valeurs intermédiaires.
- ☐ Que dire de l'image d'un intervalle par une fonction continue ? Quelle conséquence sur le caractère borné ?

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

- ▶ Dénombrer en utilisant des principes multiplicatifs ou additifs, des unions disjointes, des produits cartésiens, des p listes sans répétition, des permutations, des combinaisons, etc. Les calculs doivent impérativement être justifiés.
- ▶ Calculs simples de limite de suite.
- ▶ Savoir montrer que deux suites sont des suites adjacentes.
- ▶ Avec un peu d'aide, savoir traiter les suites définies par $u_{n+1} = f(u_n)$.
- ▶ Calculer les limites simples de fonctions, en utilisant des méthodes élémentaires, en reliant avec la dérivation, en utilisant les croissances comparées, ou en factorisant des polynômes...
- ▶ Prolonger une fonction par continuité.
- ▶ Utiliser la continuité pour justifier l'existence de suite implicite.



DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

- ▶ Montrez que si u_n est géométrique de raison $q \in]-1, 1[$, alors $\lim u_n = 0$.
- ▶ Démontrer la formule du triangle de Pascal en utilisant des arguments de dénombrements.
- ▶ Enoncer et démontrer (dans le cas $a, c \in \mathbb{R}$, $b = +\infty$) le théorème de composition de limite.