

OEM1 et OEM2

Ondes électromagnétiques dans le vide

Polarisation des OPPM

I Identification d'une onde

Une OPPM de longueur d'onde $\lambda = 2.10^{-6}$ m a pour champ électrique

$$\vec{E} = E_0 \exp j\phi \vec{u}_x + E_y \vec{u}_y$$

avec $\phi = \frac{k}{\sqrt{6}}(x + 2y + z) - \omega t$.

1. Déterminer la pulsation, le vecteur d'onde et les plans d'onde
2. Déterminer complètement le champ électrique et donner sa polarisation
3. Déterminer le champ magnétique
4. Faire une étude énergétique

II Effet Doppler

Une onde plane progressive monochromatique de pulsation ω , de vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{u}_x$ est émise dans le référentiel $\mathcal{R}$. Un observateur se déplace à la vitesse constante $\vec{v}_e = v_e \vec{u}_x$ avec $v_e \ll c$ (c est la célérité de l'OPPM). On note $\mathcal{R}'$ le référentiel de l'observateur en mouvement. Il est conseillé de travailler en notation complexe.

1. Quelle est la forme de l'onde émise dans le référentiel $\mathcal{R}$ la plus générale ?
2. On note $(\vec{E}(M, t), \vec{B}(M, t))$ le champ électromagnétique en un point M dans le référentiel $\mathcal{R}$ et $(\vec{E}'(M, t), \vec{B}'(M, t))$ dans $\mathcal{R}'$, au même point au même instant. En s'appuyant sur l'invariance de la force de LORENTZ par changement de référentiel, montrer que $\vec{E}'(M, t) = \vec{E}(M, t) + \vec{v}_e \wedge \vec{B}(M, t)$ et que $\vec{B}'(M, t) = \vec{B}(M, t)$.
3. En explicitant le changement de coordonnées (on pourra supposer les deux référentiels confondus à $t = 0$, déterminer la pulsation ω' et le vecteur d'onde $\vec{k}'$ de l'onde perçue par l'observateur. En déduire la formule de changement de fréquence par effet DOPPLER. Citer des applications de cet effet.
4. Que devrait valoir le rapport $\frac{k'}{\omega'}$? Proposer une piste
5. Retrouver le résultat en supposant que la source émet un bip tous les T , en évaluant l'intervalle T' entre deux réceptions successives de bips par l'observateur.

III Laser

Un laser en continu émet en permanence $P = 100$ W dans un faisceau lumineux monochromatique (de longueur d'onde $\lambda = 632,6$ nm), de section $s = 0,25$ cm².

1. Calculer numériquement les amplitudes des champs électrique et magnétique associés aux ondes planes.

- Déterminer le nombre de photons par unité de volume dans le faisceau (on rappelle le lien entre énergie et fréquence d'un photon $E = h\nu$ avec $h = 6,62.10^{-34}$ J.s).
- La quantité de mouvement d'un photon de fréquence ν étant $p = \frac{h\nu}{c}$, évaluer par analogie avec la théorie cinétique du gaz parfait, i.e. en faisant un bilan de quantité de mouvement, la pression qu'exerce ce faisceau lorsqu'il est réfléchi sur une surface parfaitement réfléchissante (on appelle cette pression, pression de radiation).

IV Onde plane progressive harmonique polarisée circulairement

Une onde EM plane progressive harmonique est polarisée circulairement. Elle se propage dans le vide suivant l'axe (Oz) dans le sens des z croissants.

- Expliciter les champs électrique et magnétique.
- Calculer le vecteur de Poynting.
- On superpose deux ondes identiques à celle étudiée précédemment, l'une étant circulaire gauche et l'autre circulaire droite. Étudier l'onde résultante dans l'hypothèse de composantes en phase suivant (Oy).

V

Deux ondes planes progressives monochromatiques polarisées rectilignement se propagent dans le vide, dans le même sens (vecteur unitaire $\vec{u}$).

À l'endroit où on se trouve, le champ électrique de la première s'écrit $\vec{E}_1 \cos(\omega_1 t)$, et celui de la seconde $\vec{E}_2 \cos(\omega_2 t + \theta)$ (ω_1 et ω_2 sont positifs).

- Calculer les valeurs moyennes $\vec{\phi}_1$ et $\vec{\phi}_2$ des vecteurs de Poynting de chaque onde.
- Calculer la valeur moyenne $\vec{\phi}$ du vecteur de Poynting de l'onde résultante.
Quand a-t-on $\vec{\phi} \neq \vec{\phi}_1 + \vec{\phi}_2$?
De quel phénomène s'agit-il ?

VI Propagation dans un milieu chiral

- Rappeler l'équation de propagation du champ électrique dans le vide
- On admet que dans un milieu matériel transparent, le champ EM se propage exactement de la même manière que dans le vide, à la condition de remplacer c par c/n , où n est l'indice du milieu. Quelle est alors l'équation de propagation du champ électrique ? Quelle est la relation entre k et ω pour une onde plane progressive harmonique ?
- Un milieu chiral est un milieu transparent dans lequel les ondes circulaires droites et gauches ne se propagent pas à la même vitesse. Pour les ondes circulaires gauches (resp. droites), l'indice est n_g (resp. n_d). On envoie dans un tel milieu une onde initialement polarisée rectilignement selon $\vec{u}_x$ et se propageant dans la direction $\vec{u}_z$. On supposera qu'à l'interface vide-milieu chiral, d'équation $z = 0$, la pulsation de l'onde ne varie pas. Quelle est l'expression de l'onde dans le milieu chiral ? On pourra réutiliser les résultats de l'exercice IV.
- Quelle est, après la traversée d'une cuve de longueur e , la polarisation de l'onde ? Caractériser le changement observé.

VII Propagation d'une onde cylindrique dans le vide

Une source, placée dans le vide, supposée confondue avec l'axe (Oz) , émet une onde électromagnétique progressive, monochromatique. On cherche une solution des équations de Maxwell dont le champ électrique en un point M de coordonnées cylindriques (r, θ, z) s'exprime dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ et en notation complexe sous la forme :

$$\vec{E} = f(r) \exp(j(\omega t - kr)) \vec{u}_z$$

avec $k = \omega/c$ où c est la vitesse de la lumière dans le vide.

1. Déterminer, à l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday, le vecteur champ magnétique en M .
2. Établir l'équation différentielle dont doit être solution $f(r)$ pour que l'expression précédente satisfasse à l'équation de Maxwell-Ampère. On ne cherchera pas à résoudre cette équation.
3. En utilisant l'expression du champ magnétique établie à la question (1) et en supposant $f(r)$ réel, calculer le vecteur de Poynting en M . En déduire la puissance électromagnétique moyenne traversant un cylindre d'axe (Oz) , de hauteur unité et de rayon r . Pourquoi cette puissance est-elle indépendante de r ? On note p_0 cette constante. Déterminer alors la fonction $f(r)$.

Rappel, en coordonnées cylindriques :

$$\vec{\text{rot}}(\vec{A}) = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$