

Question 1. La réponse indicielle présente une tangente oblique à l'origine, pas de dépassement, et une valeur constante en régime permanent. L'actionneur peut être modélisé par un système du 1^{er} ordre, de gain statique $K_h = \frac{60}{12} = 5 \text{ N/V}$ et de constante de temps $\tau_h = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ($t_{5\%} = 3\tau_h = 6 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ou utilisation de la tangente à l'origine)

Question 2. En supposant l'écoulement parfait, stationnaire, homogène et incompressible, et vu que l'écoulement est horizontal, le théorème de Bernoulli, qui traduirait la conservation de l'énergie mécanique volumique, s'écrirait :

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 = K_{Ldc} \text{ ou encore } \frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = cte \quad (\text{Cte homogène à une hauteur}).$$

On peut encore l'écrire $\Delta\left(\frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}\right) = 0$, et même $\Delta\left(\frac{P}{\rho g}\right) = 0$ puisque l'écoulement est incompressible et le diamètre de la conduite est le même tout le long, donc v aussi.

Ici, l'écoulement n'est pas considéré parfait, donc l'énergie mécanique volumique ne se conserve pas le long de la canalisation. Le « théorème de Bernoulli généralisé » s'écrit, en raison des pertes de charges :

$$\Delta\left(\frac{P}{\rho g}\right) = \Delta h \quad \text{avec } \Delta h \text{ pertes de charges en m.}$$

Question 3. Le nombre de Reynolds est le rapport de la densité de courant de convection de quantité de mouvement sur celle de diffusion ; il vaut donc : $R_e = \frac{UL}{\nu} = \frac{\rho UL}{\eta}$ avec :

U : vitesse débitante du fluide en m/s

ν : viscosité cinématique du fluide (m^2/s)

η : viscosité dynamique (Pa.s)

L : ici le diamètre du canal (m)

ρ : masse volumique (kg/m^3), $\rho = 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$

$$U = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{60 \pi (200 \cdot 10^{-6})^2} = 2,6 \text{ m/s}$$

$$R_e = \frac{4\rho Q}{\eta \pi D} = \frac{2,6 \cdot 200 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3}{10^{-3}} = 5 \cdot 10^2$$

Question 4. $\langle v \rangle$ est la vitesse débitante, cad la valeur moyenne du champ des vitesses dans une section droite.

Les pertes de charges sont : $\Delta h = \Lambda \frac{L}{2R} \frac{Q^2}{2g\pi^2 R^4} = \frac{\Lambda L Q^2}{4\pi^2 g R^5}$. $\langle v \rangle^2$: carré de la vitesse débitante ;

Δx : en m, représente la longueur de la conduite ;

Question 5. Le débit est :

$$Q = S \cdot V = S \cdot \langle v \rangle = \pi \frac{P(0) - P(L)}{8\eta L} R^4$$

Question 6. La relation précédente donne : $P(0) = \frac{8\eta L Q}{S R^2} + P(L) = \frac{8\eta L Q}{\pi R^4} + P(L)$ Avec $P(L) = P_{atm} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Soit $P(0) = \frac{8 \cdot 10^{-3} \times 5 \cdot 10^{-2} \times 5 \cdot 10^{-6}}{\pi \times 10^{-16} \times 60} + 10^5 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Question 7. On isole le segment i. On fait le bilan des actions mécaniques extérieures :

Action de la pesanteur : $\{\vec{\gamma}_{P \rightarrow i}\} = \left\{ \begin{matrix} P\vec{y}_i \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{M_i}$

Action du segment i-1 : $\{\vec{\gamma}_{i-1 \rightarrow i}\} = \left\{ \begin{matrix} x_i \vec{x}_0 + y_i \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{O_i} + \left\{ \begin{matrix} -k_t(\theta_i - \theta_{i-1})\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{O_i}$

Action du segment i+1 : $\{\vec{\gamma}_{i+1 \rightarrow i}\} = -\left\{ \begin{matrix} x_{i+1} \vec{x}_0 + y_{i+1} \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{O_{i+1}} - \left\{ \begin{matrix} -k_t(\theta_{i+1} - \theta_i)\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{O_{i+1}}$

On applique le principe fondamental de la statique au segment i :

- on écrit le théorème de la résultante statique en projection sur $\vec{x}_0$ et $\vec{y}_0$:

$$x_i - x_{i+1} - P \sin \theta_i = 0 \quad y_i - y_{i+1} + P \cos \theta_i = 0$$

- on écrit le théorème du moment statique au point O_i en projection sur $\vec{z}_0$:

$$k_t(\theta_{i-1} - 2\theta_i + \theta_{i+1}) + (\vec{O_i M_i} \wedge P\vec{y}_i) \cdot \vec{z}_0 - (\vec{O_i O_{i+1}} \wedge (x_{i+1}\vec{x}_0 + y_{i+1}\vec{y}_0)) \cdot \vec{z}_0 = 0$$

Avec $\vec{O_i M_i} = \frac{L_0}{2} \vec{x}_i$ et $\vec{O_i O_{i+1}} = L_0 \vec{x}_i$

Soit : $k_t(\theta_{i-1} - 2\theta_i + \theta_{i+1}) + P \frac{L_0}{2} + x_{i+1} L_0 \sin \theta_i - y_{i+1} L_0 \cos \theta_i = 0$

Question 8. Avec $\sin \theta_i \approx \theta_i$ et $\cos \theta_i \approx 1$, on obtient les équations linéarisées suivantes :

- $x_i - x_{i+1} - P\theta_i = 0$
- $y_i - y_{i+1} + P = 0$
- $k_t(\theta_{i-1} - 2\theta_i + \theta_{i+1}) + P \frac{L_0}{2} + x_{i+1} L_0 \theta_i - y_{i+1} L_0 = 0$

Question 9. M=Augmente(H,G)

La première itération correspond à i=0 (sous python) (et i=1 sous scilab)

i=0

p=Pivot(M,0) #recherche du plus grand pivot

```

p=0,
p=i, il n'y a pas d'appel à Echligne
for j in range(1,8):
    Elimine(M,0,j)

```

Seule la ligne j=6 (a=-1) est modifiée (a=0 pour les autres lignes)

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -10 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

Question 10. $u_{actionneur} = L_0(\sin \theta_1 + \sin \theta_2)$.

Soit $u_{actionneur} = 1,25 \cdot 10^{-3}(\sin 0,000916 + \sin 0,0000833) = 1,25 \cdot 10^{-6} \text{m}$. L'actionneur se déplace de $1,25 \mu\text{m}$

Question 11.

```

1 import numpy as np
2 def derivee2(y,dy):
3     ddy=(f-c*y-b*dy)/a
4     return ddy
5 def Euler_ordre2(dt,nbdt):
6     y=[0]
7     dy=[0]
8     for i in range(nbdt):
9         dy=dy+[dy[i]+dt*derivee2(y[i],dy[i])]
10        y=y+[y[i]+dt*dy[i]]
11    return y

```

Remarque: lignes 9 et 10, '+' est ici une concaténation

Il aurait mieux valu utiliser ici la méthode « append », qui rajoute un élément à dy, de complexité $O(1)$. La concaténation de liste implique à chaque valeur de i la création d'une nouvelle liste dy, elle est de complexité $O(n)$.

Question 12.

```

1 def ACTIONNER(TMEMB):
2     return TMEMB<=45

```

Question 13.

P_{th} : puissance thermique transférée du fil vers l'extérieur. Si le fil est plus chaud que l'extérieur, alors $P_{th} > 0$

Question 14. Bilan d'enthalpie pour le fil chaud : le premier principe s'écrit : $dH = R_w I^2 dt - P_{th} dt$.

Or $dH = mc dT_w$. D'où : $mc \frac{dT_w}{dt} = R_w I^2 - P_{th}$, donc $\alpha = mc$.

Question 15. La puissance thermique peut être transférée ici par : conduction dans le fluide, conduction dans la pointe de maintien, convection dans le fluide et par rayonnement.

Question 16.

La surface latérale est $A = \pi d l$.

Si on néglige les effets de bord, on est dans un problème 2D à symétrie cylindrique (symétrie de révolution autour de l'axe du cylindre) : $\vec{j}_q$ est radial, et sa composante unique selon le premier vecteur de la base vectorielle cylindrique dépend

uniquement de r : $\vec{j}_q = j_q(r) \vec{u}_r$. La puissance thermique est $P_{th} = \int \vec{j}_q \cdot d\vec{S} = \int j_q \cdot dS$

Si on suppose que $\vec{j}_q$ est uniforme en norme, $P_{th} = j_q \cdot A = \pi d l j_q$.

Question 17. $j_q = h(T_w - T_0)$: loi de Newton (transfert thermique conducto-convectif).

h désigne le coefficient de transfert thermique et s'exprime en $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ou $\text{kg.s}^{-3}.\text{K}^{-1}$

Question 18.

La loi de Fourier s'écrit : $\vec{j}_q = -\lambda_f \overrightarrow{\text{grad}} T$ avec λ_f conductivité thermique, en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ou $\text{kg.m.s}^{-3}.\text{K}^{-1}$

Soit $[Nu] = \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \cdot \text{m} \cdot \frac{\text{Km}}{\text{W}} \right]$, le nombre de Nusselt est bien sans dimension.

Question 19. En régime permanent, $R_w I^2 = P_{th} = \pi d l j_q = \pi d l h (T_w - T_0)$ où $hd = Nu \lambda_f$

Ce qui donne bien $R_w I^2 = \pi l \lambda_f (T_w - T_0) Nu$

Question 20.

$$Nu = \frac{R_w I^2}{\pi l \lambda_f (T_w - T_0)} = \frac{0,25}{\pi \cdot 10^{-3} \cdot 0,02 \cdot 200} = 2 \cdot 10^1$$

Le transfert par convection est prédominant par rapport au transfert par conduction. ($Nu \gg 1$)

Question 21.

Le nombre de Reynolds est $R_e = \frac{\rho V d}{\eta}$. Donc $N_u = a + b \sqrt{\frac{\rho V d}{\eta}}$ augmente avec la vitesse V .

Question 22.

On a établi question 19 : $R_w I^2 = \pi l \lambda_f (T_w - T_0) N_u$. Or la résistance du fil est telle que $R_w - R_0 = R_0 \alpha (T_w - T_0)$

D'où $\frac{R_w I^2}{R_w - R_0} = \frac{\pi l \lambda_f}{R_0 \alpha} N_u$ avec $N_u = a + b \sqrt{\frac{\rho V d}{\eta}}$, soit $\frac{R_w I^2}{R_w - R_0} = \frac{\pi l \lambda_f}{R_0 \alpha} \left(a + b \sqrt{\frac{\rho d}{\eta}} \sqrt{V} \right) = a_1 + b_1 \sqrt{V}$

Avec $a_1 = \frac{\pi l \lambda_f}{R_0 \alpha} a$ et $b_1 = \frac{\pi l \lambda_f}{R_0 \alpha} \sqrt{\frac{\rho d}{\eta}} b$

Question 23.

$$U_{CB} = \frac{R_1}{R_1 + R_x} E ; U_{CD} = \frac{R_1}{R_1 + R_w} E. \quad e = U_{CB} - U_{CD} = E \left(\frac{R_1}{R_1 + R_x} - \frac{R_1}{R_1 + R_w} \right)$$

$e = E \left(\frac{1}{1+\delta} - \frac{1}{1+\beta} \right)$ avec $\delta = \frac{R_x}{R_1}$ et $\beta = \frac{R_w}{R_1}$ (ou $\delta = \frac{R_1}{R_w}$ et $\beta = \frac{R_1}{R_x}$) Le pont est équilibré si $e = 0$ soit si $R_x = R_w$

Question 24.

Puisque la constante α est positive, R_w augmente avec la température T_w donc si on augmente R_x , on sélectionne une température de travail plus élevée.

Dans le cas d'un fluide médicamenteux, il vaut mieux choisir R_x de telle façon que la température n'excède pas 100°C pour éviter l'ébullition du produit, et la présence de deux phases de fluide.

Question 25.

$i_+ = i_- = 0$ (imp. d'entrée infinie). Pour un fonct. linéaire, puisque l'ALI est idéal, $v_+ = v_-$.

Question 26.

On a $v_- = U$.

L'ALI comporte une rétroaction sur l'entrée inverseuse et aussi sur l'entrée non inverseuse. Pour voir si le montage est stable ou non, il faudrait mettre en équation un ALI réel, avec une fonction de transfert interne d'ordre 1. On pourrait non seulement étudier la stabilité mais trouver la condition d'équilibre du pont en régime stationnaire, de manière plus fine qu'avec le modèle de l'ALI idéal (au passage, le I de ALI signifie « intégré » et non « idéal »).

Ce n'est visiblement pas ce qui est attendu ici.

Quand le pont est équilibré, on a, à peu de choses près, $v_+ = v_-$ et $R_w = R_x$, et E_s a une certaine valeur, que l'on supposera, pour commencer, positive.

Si la vitesse du fluide augmente un peu, le refroidissement du fil se fait mieux, et sa température T_w diminue. Sa résistance R_w diminue aussi. Or, $v_- = U = \frac{R_w}{R_w + R_1} E_s$, donc si R_w diminue, v_- diminue et devient inférieur à v_+ , ce qui conduit E_s à augmenter sensiblement (vu le gain interne d'un ALI) et donc le courant I aussi ; l'effet Joule est ainsi renforcé, ce qui permet à la température T_w de remonter.

Un raisonnement similaire pourrait être fait pour $E_s < 0$.

Question 27.

$$E_s = U_{CA} = (R_1 + R_w) I \quad U = R_w I \quad \text{Soit } E_s = \frac{R_1 + R_w}{R_w} U \text{ soit } \gamma = \frac{R_1 + R_w}{R_w}$$

$$E_s^2 = \left(\frac{R_1 + R_w}{R_w} \right)^2 U^2 \text{ avec } U = R_w I \text{ et } \frac{R_w I^2}{R_w - R_0} = a_1 + b_1 \sqrt{V}$$

Soit $E_s^2 = (R_1 + R_w)^2 (a_1 + b_1 \sqrt{V}) \frac{R_w - R_0}{R_w}$ où $R_w = R_x$, ce qui est bien de la forme $E_s^2 = A + B \sqrt{V}$

Question 28.

En traçant E_s^2 en fonction de $\sqrt{V}$, on obtient des points qui sont assez proches de l'alignement, mais pas tout à fait. En tout cas, une régression linéaire nous permet de déterminer l'ordonnée à l'origine $A = 15 \text{ V}^2$. Et il vaut mieux prendre cette valeur que 4,02 car cette valeur pour $V = 0$ est a priori plus entachée d'erreur que celle issue de la régression linéaire.

Question 29.

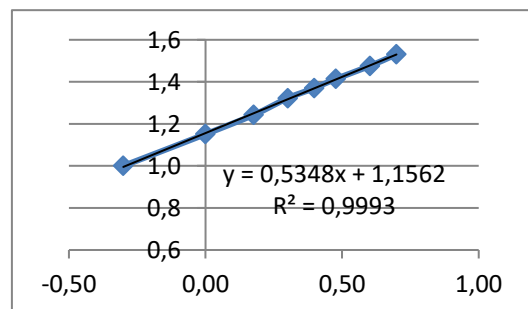
Si la loi est valide, $\log(E_s^2 - A) = \log B + n \log V$. Pour trouver n , on trace $\log(E_s^2 - A)$ en fonction de $\log V$:

E_s^2	$\log(V)$	$\log(E_s^2 - A)$
16		
25	-0,30	1,0
29,16	0,00	1,2
32,49	0,18	1,2
36	0,30	1,3
38,44	0,40	1,4
40,96	0,48	1,4
44,89	0,60	1,5
49	0,70	1,5

$$n = 0,53$$

Question 30.

Le substrat doit être solide, pour éviter une autre convection, et isolant pour éviter une déperdition de chaleur.



Dispositif Médical d'Injection (CCINP PSI 2015)

On éliminera donc l'air et gardera le plastique dont la conductivité thermique est la plus faible.

sera nécessaire d'utiliser un autre type de correcteur si on veut respecter les exigences de précision et de rapidité

Question 31.

$$\frac{Q(p)}{F_{th}(p)} = \frac{\frac{K_m p}{1 + \omega_0^2 p^2}}{1 + K_d \frac{K_m p}{1 + \omega_0^2 p^2}} = \frac{K_m p}{\omega_0^2 p^2 + K_d K_m p + 1}$$

$$H(p) = \frac{V_{réel}(p)}{V_{cons}(p)} = K_{capt} \cdot \frac{K_{corr} \cdot \frac{K_{th}}{1 + \tau_h p} \cdot \frac{K_m p}{\omega_0^2 p^2 + K_d K_m p + 1}}{1 + \frac{K_{capt}}{p} \cdot K_{corr} \cdot \frac{K_{th}}{1 + \tau_h p} \cdot \frac{K_m p}{\omega_0^2 p^2 + K_d K_m p + 1}} \cdot \frac{1}{p}$$

$$H(p) = \frac{K_{capt} \cdot K_{corr} \cdot K_{th} \cdot K_m}{(1 + \tau_h p) \cdot (\omega_0^2 p^2 + K_d K_m p + 1) + K_{capt} \cdot K_{corr} \cdot K_{th} \cdot K_m}$$

On obtient une fonction de transfert d'ordre 3, de classe 0. Le gain statique est : $\frac{K_{capt} \cdot K_{corr} \cdot K_{th} \cdot K_m}{1 + K_{capt} \cdot K_{corr} \cdot K_{th} \cdot K_m}$

Question 32.

Si on suppose que l'entrée est un échelon d'amplitude V_0 , l'erreur statique est donné par

$$V_0 \left(1 - \frac{K_{capt} \cdot K_{corr} \cdot K_{th} \cdot K_m}{1 + K_{capt} \cdot K_{corr} \cdot K_{th} \cdot K_m} \right) = V_0 \frac{1}{1 + K_{capt} \cdot K_{corr} \cdot K_{th} \cdot K_m} \neq 0$$

Le système n'est pas précis

Question 33.

Graphiquement, on obtient un temps de réponse à 5% d'environ $14 \text{ s} < 15 \text{ s}$ (attention système d'ordre 3, la méthode de la tangente à l'origine ne fonctionne pas). L'exigence de rapidité est respectée.

Graphiquement on obtient une valeur en régime permanent de 4.8 mL ce qui donne une précision de $0.2 \text{ mL} > 0.01 \text{ mL}$.

L'exigence de précision n'est donc pas respectée.

Il sera nécessaire d'utiliser un autre type de correcteur si on veut respecter l'exigence de précision.

