

1. Présentation de l'étude**Question n°1 : Températures**

Si on comprend qu'une même requête doit donner les mesures des températures intérieures et extérieures, on affiche également l'adresse pour distinguer les températures intérieures et extérieures.

```
SELECT adresse_I2C, mesure FROM capteurs
```

```
WHERE date="2022-09-14" AND heure.UTC>="14:00:00" AND heure.UTC<"14:30:00"
AND (adresse_I2C="11110yz0" OR adresse_I2C="11110yz2" );
```

Si on peut faire deux requêtes :

```
SELECT mesure AS Tint FROM capteurs
```

```
WHERE adresse_I2C="11110yz0" AND date="2022-09-14"
AND heure.UTC>="14:00:00" AND heure.UTC<"14:30:00";
```

```
SELECT mesure AS Text FROM capteurs
```

```
WHERE adresse_I2C="11110yz2" AND date="2022-09-14"
AND heure.UTC>="14:00:00" AND heure.UTC<"14:30:00";
```

Question n°2 : Vent

```
SELECT AVG(mesure) FROM (SELECT mesure FROM capteurs
```

```
WHERE adresse_I2C='11110 yz8 '
```

```
AND date="2022-09-14" AND heure.UTC>="14:00:00" AND heure.UTC<"14:30:00"
```

```
ORDER BY heure.UTC DESC LIMIT 3);
```

Question n°3 : Eclairage

Une erreur de copier-coller dans la question qui mentionne la température. On garde la date et l'heure indiquées dans ce copier-coller.

```
SELECT mesure AS Esolaire, mesure*20*0.2 AS puissance_disponible
```

```
FROM capteurs
```

```
WHERE adresse_I2C='11110 yz4 '
```

```
AND date="2022-09-14" AND heure.UTC>="14:00:00" AND heure.UTC<"14:30:00"
```

2. Modélisation et contrôle thermique d'un bâtiment**Question n°4 : Eclairage**

Relation entre le transfert thermique Q (en Joule) entre les instants t_1 et t_2 et le flux thermique $\varphi(t)$ (Watt) :

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} \varphi(t). dt$$

Or en notant la capacité thermique C : $Q = \int_{t_1}^{t_2} \varphi(t). dt = C. (\Delta\theta(t_2) - \Delta\theta(t_1)).$

D'où $\left[\varphi(t) = C \frac{d\Delta\theta}{dt}(t) \right]$, analogue de la loi $i(t) = C \frac{du}{dt}(t)$ d'un condensateur de capacité C en électricité.

Question n°5 : Asservissement

Un système en boucle fermée peut être utilisé en régulation ou en poursuite.

On parle de régulation si la consigne est constante. Dans ce cas l'objectif est de maintenir la sortie constante malgré la présence des perturbations.

On parle de poursuite (ou d'asservissement) lorsque la consigne varie constamment. Dans ce cas l'objectif est que la sortie suive la consigne malgré la présence de perturbations.

Question n°6 : Petites variations

Les petites variations sont des variations faibles autour d'un point de fonctionnement, ce qui permet souvent de linéariser le système autour de ce point de fonctionnement. Ici on prend en compte des variations de températures d'un ou deux degrés autour d'une température de 19°C.

Question n°7 : Perturbations

La température extérieure et le flux thermique apporté par le rayonnement solaire sont des perturbations car ils vont avoir une influence, pour une consigne donnée, sur la valeur de sortie.

Question n°8 : Fonction de transfert

D'après la question 4, la loi associée à une capacité dans le domaine symbolique de Laplace s'écrit : $\Phi(p) = Cp\theta(p)$

On écrit la loi des nœuds aux nœuds de températures θ_r et θ_s :

$$\begin{cases} U(p) = C_r p S_r(p) + \frac{S_r(p) - \theta_s(p)}{R_i} + \frac{S_r(p) - \theta_{ext}(p)}{R_f} \\ \frac{S_r(p) - \theta_s(p)}{R_i} + \Phi_s(p) = C_s p \theta_s(p) + \frac{\theta_s(p) - \theta_{ext}(p)}{R_0} \end{cases}$$

θ_s étant une variable muette à éliminer.

Avec ici, $\Phi_s = 0$ et $\theta_{ext} = 0$ d'où

$$\begin{cases} U(p) = C_r p S_r(p) + \frac{S_r(p)}{\alpha R_i} - \frac{\theta_s(p)}{R_i} \\ \frac{S_r(p)}{R_i} = C_s p \theta_s(p) + \frac{\theta_s(p)}{g R_i} \end{cases} \quad \text{qui permet d'éliminer } \theta_s(p) = \frac{g S_r(p)}{1 + g R_i C_s p}$$

$$U(p) = C_r p S_r(p) + \frac{S_r(p)}{\alpha R_i} - \frac{g S_r(p)}{R_i (1 + g R_i C_s p)} \quad \text{et d'écrire la fonction de transfert}$$

$$H_{S,U}(p) = \frac{1}{C_r p + \frac{1}{\alpha R_i} - \frac{g}{R_i (1 + g R_i C_s p)}} = \frac{\alpha R_i (1 + g R_i C_s p)}{(1 + \alpha R_i C_r p)(1 + g R_i C_s p) - \alpha g}$$

Ce qui donne sous forme canonique :

$$H_{S,U}(p) = \frac{\alpha R_i}{1 - \alpha g} \frac{(1 + g R_i C_s p)}{1 + \left(\frac{\alpha R_i C_r + g R_i C_s}{1 - \alpha g} \right) p + \frac{\alpha g R_i^2 C_r C_s}{1 - \alpha g} p^2}$$

Question n°9 : Stabilité

On a une fonction de transfert d'ordre 2 avec tous les signes du dénominateur qui sont égaux. Le système est stable.

Les pôles de $H_{S,U}(p)$ sont $p_1 = \frac{-1}{21}$ et $p_2 = \frac{-1}{202}$.

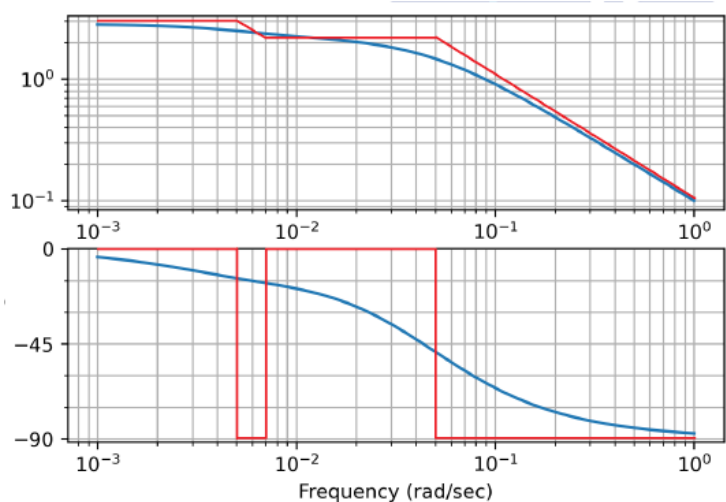
Le pôle dominant est p_2 . C'est le plus proche de l'axe des imaginaires purs.

Le gain statique vaut $2,23 \text{ K.W}^{-1}$

Question 10 : diagramme de Bode

$H_{S,U}(p)$ est le produit :

- de l'inverse d'un 1^{er} ordre de gain statique 2.83 et de pulsation de cassure $1/154 = 6.5 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$
- d'un système du second ordre de gain statique 1 et qui présente 2 cassures une à $1/21 = 4.7 \cdot 10^{-2} \text{ rad/s}$ et une autre à $1/202 = 4.95 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$.

**Question 11 : Choix du correcteur**

Sans correcteur la classe de la FTBO est de 0. Si on veut une erreur statique nulle (pour une entrée échelon), il faut une intégration dans la FTBO. On peut donc choisir soit un correcteur PI soit un correcteur PID.

Question 12 : Placement du correcteur PI

L'autre méthode consiste à choisir la constante de temps (T_i) du correcteur telle que $1/T_i$ soit située une décade avant la pulsation pour laquelle le gain de la FTBO non corrigée soit égal à 0dB.

Question 13 : Valeur de K_p

D'après la figure 3, le temps de réponse à 5% du système en boucle ouverte normée est de 320 s. Pour respecter le cahier de charges, il faut que le temps de réponse en boucle fermée soit de 160 s. Par conséquent, d'après la figure 3, il faut que K_p soit égal à 0,15.

Question 14 : Fonction de transfert

On reprend les lois des nœuds de la question 8, avec cette fois $U = 0$ et $\Phi_s = 0$ d'où

$$\begin{cases} 0 = C_r p S_r(p) + \frac{S_r(p) - \theta_s(p)}{R_i} + \frac{S_r(p) - \theta_{ext}(p)}{R_f} \\ \frac{S_r(p) - \theta_s(p)}{R_i} = C_s p \theta_s(p) + \frac{\theta_s(p) - \theta_{ext}(p)}{R_0} \end{cases} \text{ soit}$$

$$\begin{cases} 0 = C_r p S_r(p) + \frac{S_r(p)}{\alpha R_i} - \frac{\theta_s(p)}{R_i} - \frac{\theta_{ext}(p)}{R_f} \\ \frac{S_r(p)}{R_i} = C_s p \theta_s(p) + \frac{\theta_s(p)}{g R_i} - \frac{\theta_{ext}(p)}{R_0} \end{cases} \text{ où on élimine}$$

$$\theta_s(p) = \frac{g S_r(p) + \frac{g R_i}{R_0} \theta_{ext}(p)}{1 + g R_i C_s p} \text{ dans } (1 + \alpha R_i C_r p) S_r(p) = \alpha \theta_s(p) + \frac{\alpha R_i}{R_f} \theta_{ext}(p)$$

$$(1 + g R_i C_s p)(1 + \alpha R_i C_r p) S_r(p) = \alpha g \left(S_r(p) + \frac{R_i}{R_0} \theta_{ext}(p) \right) + \frac{\alpha R_i}{R_f} (1 + g R_i C_s p) \theta_{ext}(p)$$

$$(1 + (g R_i C_s + \alpha R_i C_r) p + \alpha g R_i^2 C_r C_s p^2 - \alpha g) S_r(p) = \left[\frac{\alpha R_i (R_0 + g R_f)}{R_0 R_f} + \frac{\alpha g R_i^2}{R_f} C_s p \right] \theta_{ext}(p)$$

$$\text{or } \frac{\alpha R_i (R_0 + g R_f)}{R_0 R_f} = \frac{\frac{R_f}{R_f + R_i} R_i (R_0 + \frac{R_0}{R_0 + R_i} R_f)}{R_0 R_f} = \frac{R_i}{R_f + R_i} (1 + \frac{R_f}{R_0 + R_i}) = 1 - \alpha g$$

$$\text{car } 1 - \alpha g = 1 - \frac{R_0 R_f}{(R_0 + R_i)(R_f + R_i)} = \frac{R_0 + R_f + R_i}{(R_0 + R_i)(R_f + R_i)} R_i$$

$$(1 - \alpha g + (g R_i C_s + \alpha R_i C_r) p + \alpha g R_i^2 C_r C_s p^2) S_r(p) = (1 - \alpha g) \left[1 + \frac{g R_0}{R_0 (R_0 + g R_f)} R_i C_s p \right] \theta_{ext}(p)$$

$$\text{et la fonction de transfert } H_{Sr\theta_{ext}} = \frac{(1 - \alpha g) \left(1 + \frac{g R_0}{R_0 (R_0 + g R_f)} R_i C_s p \right)}{1 - \alpha g + (g R_i C_s + \alpha R_i C_r) p + \alpha g R_i^2 C_r C_s p^2}$$

Ce qui donne sous forme canonique :

$$H_{Sr\theta_{ext}} = \frac{(1 + \frac{g R_0}{R_0 (R_0 + g R_f)} R_i C_s p)}{1 + (\frac{g R_i C_s + \alpha R_i C_r}{1 - \alpha g}) p + \frac{\alpha g R_i^2 C_r C_s}{1 - \alpha g} p^2}$$

Question 15 : Calcul de la fonction de transfert

$$H_{pert}(p) = \frac{S_r(p)}{\theta_{ext}(p)} = \frac{(1 + 87 \cdot p) \cdot \frac{1}{(1 + 21 \cdot p) \cdot (1 + 202 \cdot p)}}{1 + \frac{1}{(1 + 21 \cdot p) \cdot (1 + 202 \cdot p)} \cdot K_p \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p} \cdot 2,83 \cdot (1 + 154 \cdot p)}$$

$$H_{pert}(p) = \frac{21.p.(1 + 87.p)}{21.p.(1 + 21.p).(1 + 202.p) + 0,15.(1 + 21.p).2,83.(1 + 154.p)}$$

$$H_{pert}(p) \cong \frac{(1 + 87.p).p}{424.p^3 + 288.p^2 + 4,3.p + 0,02}$$

On peut remarquer que le choix de T_i imposé par l'énoncé n'est pas cohérent avec la compensation du pôle dominant.

Question 16 : Théorème de la valeur finale

La perturbation est unitaire, donc : $\theta_{ext}(p) = \frac{1}{p}$.

$$\theta_{r-\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_r(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \theta_r(p) = \lim_{p \rightarrow 0} -p \cdot H_{pert}(p) \cdot \theta_{ext}(p) = \lim_{p \rightarrow 0} -H_{pert}(p) = 0$$

Il y a bien rejection des perturbations de type échelon

3. Modélisation de la puissance restituée par un panneau solaire

Question n°17 : surface de panneaux

On souhaite une production égale à la consommation, qui est de $\mathcal{E}_{conso}(\Delta t) = 18 \text{ kWh}$ pour une durée $\Delta t = 1$ jour. D'après le tableau 3 page 27, l'orientation au sud avec une inclinaison de 35° correspond à l'orientation optimale : 100%.

D'après la carte p26, l'irradiation moyenne en région parisienne est de l'ordre de $\frac{\mathcal{E}_{soleil}(\Delta t')}{S} = 1150 \text{ kWh/m}^2$ (avec une orientation optimale) pour une durée $\Delta t' = 1$ an.

Mais cela fluctue selon les mois, comme le montre le tableau 2 page 26, et le pourcentage d'irradiation pour ce mois n'est pas de 1/12 mais vaut $\tau = 0,023$.

Si on vise l'autonomie dans le pire cas, c'est-à-dire le mois de décembre, qui dure $\Delta t'' = 31$ jours, l'irradiation effective à prendre en compte est, pour $\Delta t = 1$ jour, $\frac{\mathcal{E}_{soleil effective}(\Delta t)}{S} = \tau \frac{\mathcal{E}_{soleil}(\Delta t')}{S} \times \frac{\Delta t}{\Delta t''}$

D'après le tableau 4, les panneaux photovoltaïques à silicium monocristallin ont un rendement entre 16% et 25%. On peut prendre une valeur moyenne $\eta = 20\%$.

On cherche la surface S_p de panneaux nécessaire : $\mathcal{E}_{conso}(\Delta t') = \eta \times \tau \times \frac{\mathcal{E}_{soleil}(\Delta t')}{S} \times \frac{\Delta t}{\Delta t''} \times S_p$.

$$D'où S_p = \frac{\mathcal{E}_{conso}(\Delta t') \times \Delta t''}{\eta \tau \Delta t \frac{\mathcal{E}_{soleil}(\Delta t')}{S}} = \frac{18 \times 31}{0,20 \times 0,023 \times 1 \times 1150} = \frac{9 \times 31}{2,3 \times 1,15} \simeq \frac{2700}{26} \simeq \boxed{1,0 \cdot 10^2 \text{ m}^2}$$

Le rendement des panneaux se dégrade quand la température est supérieure à 25°C . Ce n'est pas le cas en décembre quand l'irradiation est minimale.

En été le rendement se dégrade à cause de la température, mais l'irradiation étant nettement plus forte, cela explique que l'on n'a pas pris en compte la température.

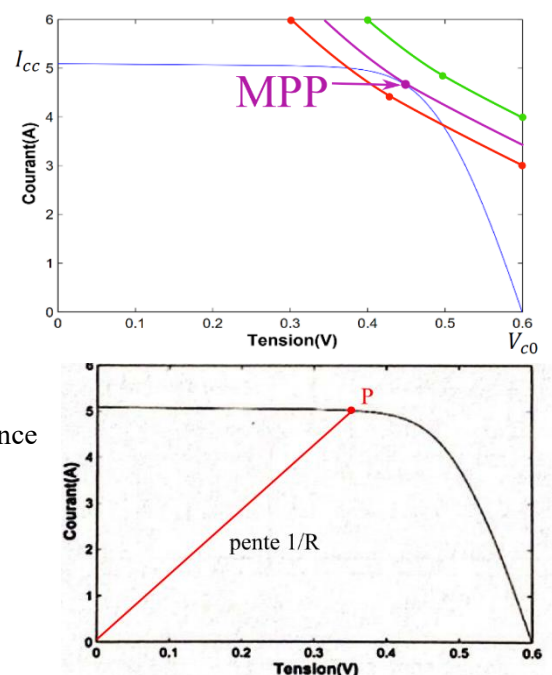
Question n°18 : puissance maximale

La puissance délivrée est $U \times I$. Les courbes iso-puissance sont des hyperboles car $U \times I = Cte$ conduit à $I = \frac{Cte}{U}$. Le point de fonctionnement à puissance maximale est noté MPP sur le graphe. Il correspond à l'hyperbole tangente à la courbe caractéristique du panneau.

Question n°19 : fonctionnement habituel

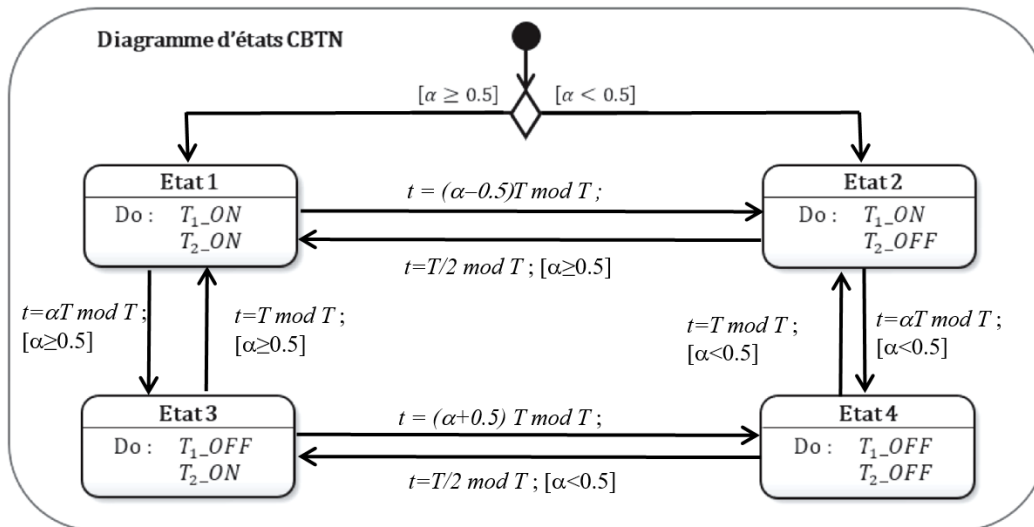
Quand on connecte une charge résistive, le point de fonctionnement correspond à l'intersection de la caractéristique du panneau avec la droite de pente $1/R$.

Seule une valeur particulière de la résistance correspond à la puissance maximale. Donc ce cas est rarement observé.



Question n°20 : états

Etat ON : interrupteur fermé ; état OFF : interrupteur ouvert



Succession d'états : Région 1 :

2	4	3	4
---	---	---	---

Région 2 :

1	2	1	3
---	---	---	---

Question n°21 : Chronogrammes

Etat 1 : dans la maille de gauche, la bobine n'est reliée qu'à la source de tension V_E . Elle emmagasine donc de l'énergie, donc i_L croît, et de façon affine car $V_E = L \frac{di_L}{dt}$. Et dans l'autre maille (qui n'échange pas de courant avec la première), il n'y a que les 2 condensateurs en série avec R , donc les condensateurs perdent de l'énergie en se déchargeant dans R . Et $i_{C1} = i_{C2} = -i_s < 0$, donc V_{C1} et V_{C2} décroissent, avec une même fonction exponentielle réelle, qu'on peut sans doute approximer par des fonctions affines (voir plus loin). i_s décroît à mesure que les condensateurs se déchargent, donc $V_s = Ri_s$ décroît.

Etat 2 : C_1 se décharge ($i_{C1} < 0$) pendant que C_2 se recharge ($i_{C2} > 0$).

$i_L = i_{C2} - i_{C1}$ et $i_s = -i_{C1}$. Donc V_{C1} décroît et V_{C2} croît.

$V_E = V_L + V_{C2}$. Donc V_L décroît.

i_L peut croître ou décroître.

Etat 3 : C_1 se charge ($i_{C1} > 0$) pendant que C_2 se décharge ($i_{C2} < 0$).

$i_L = i_{C1} - i_{C2}$ et $i_s = -i_{C2}$. Donc V_{C1} croît et V_{C2} décroît.

$V_E = V_L + V_{C1}$. Donc V_L décroît.

i_L peut croître ou décroître.

Etat 4 : C_1 se charge ($i_{C1} > 0$) et C_2 aussi ($i_{C2} > 0$).

$i_L = i_{C1} + i_s$ et $i_{C1} = i_{C2}$. Donc V_{C1} croît et V_{C2} croît, avec la même fonction.

$V_E = V_L + V_{C1} + V_{C2}$.

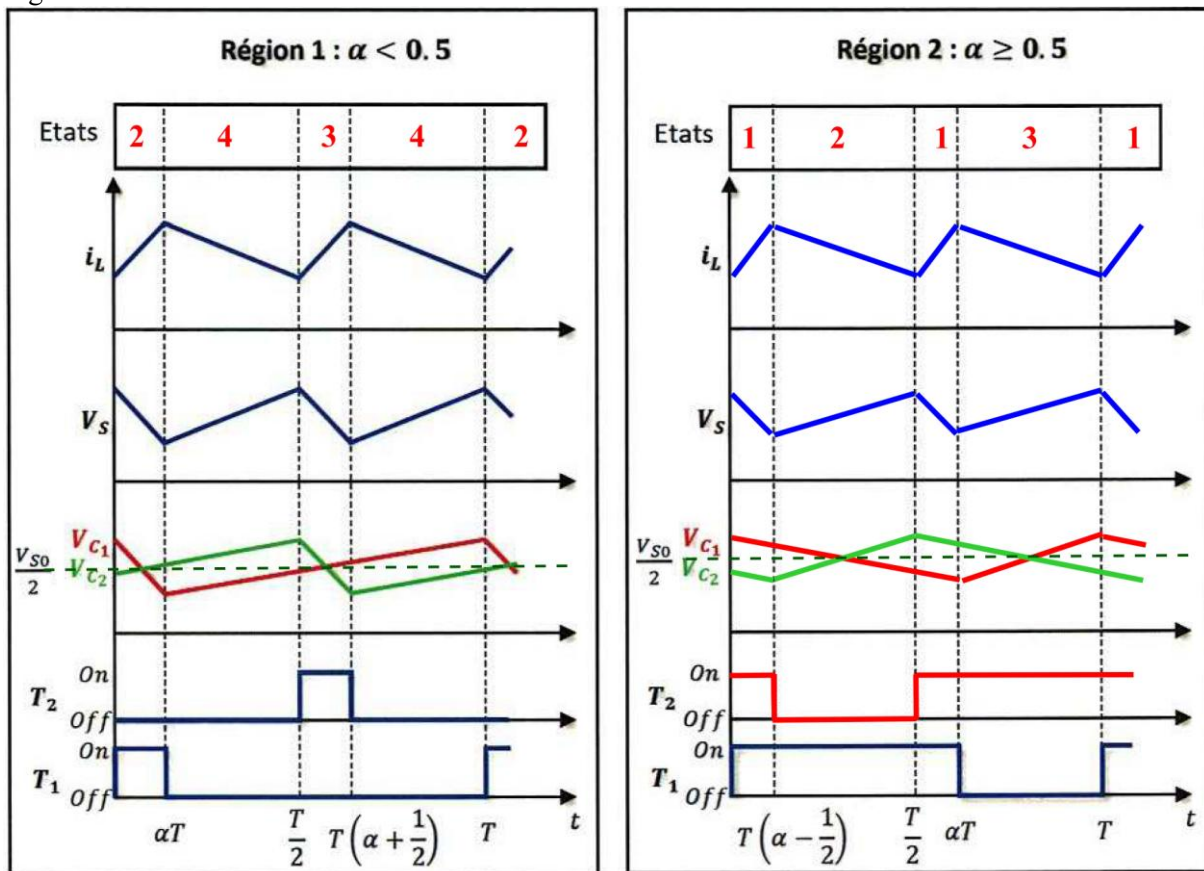
A mesure que les condensateurs se chargent, les courants qui les parcourent décroissent donc i_L décroît.

Pour dessiner les chronogrammes de la région 2, il faudrait faire des calculs. Mais la consigne est de ne pas en faire, donc on va faire des tracés qualitatifs, en supposant que, comme dans les dessins fournis pour la région 1, les fonctions sont constantes ou affines.

- On commence par dessiner les états de T2, compte tenu de la question 20.
- Pour les autres chronogrammes, on commence avec l'**état 1**, donc i_L croît de façon affine, et V_{C1} et V_{C2} décroissent, avec une même loi. Et, comme vu plus haut, $V_s = Ri_s$ décroît.
- A propos de l'**état 2** : puisque cet état 2 est compris entre deux états 1, que i_L est continue, périodique, et croissante dans l'état 1, il y a de très fortes chances que i_L soit décroissante dans l'état 2 (et aussi le 3, également compris entre deux états 1) de la région 2. ET, comme vu plus haut, V_{C1} décroît et V_{C2} croît. La tension V_s est en permanence égale à $V_{C1} + V_{C2}$, donc ne peut pas être discontinue, de plus, elle est périodique ; puisqu'elle décroît dans la phase 1, elle doit croître pendant l'état 2 (et aussi l'état 3).
- Le **second état 1** est similaire au premier.
- L'**état 3** est similaire à l'état 2, mais inversion des rôles des condensateurs $C1$ et $C2$.

D'où les chronogrammes ci-dessous.

Pour des fonctions continues et affines par morceaux, les valeurs moyennes correspondent aux milieux de tous les segments.



Question n°22 : Condensateurs

La loi de fonctionnement d'un condensateur étant $i(t) = C \frac{dV_C}{dt}(t)$, les tensions V_{C1} et V_{C2} évoluent linéairement (par morceaux) si l'intensité traversant les condensateurs est constante (par morceaux). Comme évoqué plus haut, ce n'est pas vraiment le cas (on a des circuits RC et même par moments RLC), mais si l'inductance L de lissage est bien choisie, le courant est bien lissé.

C'est donc une approximation valable si la période T est très petite devant les constantes de temps du montage $RC_1, RC_2, \dots$

Question n°23 : Bobine

Etat 1 : $\frac{di_L}{dt}(t) = \frac{V_E}{L}$

Etat 2 : $\frac{di_L}{dt}(t) = \frac{V_E - V_{C2}}{L}$

Etat 3 : $\frac{di_L}{dt}(t) = \frac{V_E - V_{C1}}{L}$

Etat 4 : $\frac{di_L}{dt}(t) = \frac{V_E - V_{C1} - V_{C2}}{L}$

Remarque : pourquoi l'énoncé parle-t-il de V_S ?

Question n°24 : Gain

On utilise le théorème qui dit que $\left\langle \frac{di_L}{dt}(t) \right\rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{di_L}{dt}(t) dt = 0$ puisque i_L est périodique,

Donc $\int_0^T \frac{di_L}{dt}(t) dt = 0$

D'où, dans la **région 1** :

$$\int_0^{\alpha T} (V_E - V_{C2}(t)) dt + \int_{\alpha T}^{T/2} (V_E - V_S) dt + \int_{T/2}^{T/2 + \alpha T} (V_E - V_{C1}(t)) dt + \int_{T/2 + \alpha T}^T (V_E - V_S) dt = 0.$$

En utilisant graphiquement $\frac{V_{S0}}{2}$:

$$\left(V_E - \frac{V_{s0}}{2}\right)\alpha T + (V_E - V_{s0})(T/2 - \alpha T) + \left(V_E - \frac{V_{s0}}{2}\right)\alpha T + (V_E - V_{s0})(T/2 - \alpha T) = 0$$

Après simplification $V_E = V_{s0}(1 - \alpha)$, donc $G_V = \frac{V_{s0}}{V_E} = \frac{1}{1-\alpha}$.

Un calcul similaire donne aussi pour la région 2 la même expression $G_V = \frac{V_{s0}}{V_E} = \frac{1}{1-\alpha}$.

Dans la région 1, le gain est inférieur à 2 alors qu'il est supérieur à 2 dans la région 2.

Question n°25 : Validité du modèle.

Les courbes théorique et réelle concordent pour $\alpha < 85\%$ et $\alpha > 10\%$.

Quand le rapport cyclique tend vers 1, on est quasiment toujours dans l'état 1, donc il n'y a quasiment plus de transfert de puissance entre le panneau photovoltaïque et la charge.

De plus, dans le modèle, on a supposé des "interrupteurs" idéaux, qui commutent instantanément, sans tension à leurs bornes lorsqu'ils sont fermés. Ce n'est pas le cas pour les diodes et transistors réels.

Question n°26 : Description matricielle

Les expressions de $\frac{di_L}{dt}(t)$ ont été données question 23. Donc $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Par la loi des mailles, $V_s = V_{C1} + V_{C2}$ donc $C = (0 \ 1 \ 1)$.

Pour exprimer $\frac{dV_{C1}}{dt}(t) = \frac{i_{C1}}{C_1}$ supposé constant par intervalle de temps, on utilisera la loi des nœuds avec $i_s = \frac{V_{C1}+V_{C2}}{R}$. De même pour $\frac{dV_{C2}}{dt}(t) = \frac{i_{C2}}{C_2}$.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{RC_1} & \frac{-1}{RC_1} \\ 0 & \frac{-1}{RC_2} & \frac{-1}{RC_2} \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{-1}{L} \\ 0 & \frac{-1}{RC_1} & \frac{-1}{RC_1} \\ \frac{1}{C_2} & \frac{-1}{RC_2} & \frac{-1}{RC_2} \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C_1} & \frac{-1}{RC_1} & \frac{-1}{RC_1} \\ 0 & \frac{-1}{RC_2} & \frac{-1}{RC_2} \end{pmatrix} \quad A_4 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C_1} & \frac{-1}{RC_1} & \frac{-1}{RC_1} \\ \frac{1}{C_2} & \frac{-1}{RC_2} & \frac{-1}{RC_2} \end{pmatrix}$$

Question n°27 : Description matricielle en moyenne

Pour la zone 1, le calcul de $\bar{A}$ revient à considérer A_2 pendant une fraction du temps α , puis A_4 pour une fraction $(1/2 - \alpha)$, puis A_3 pour α , puis à nouveau A_4 pour $(1/2 - \alpha)$ et à moyenner.

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\alpha-1}{L} & \frac{\alpha-1}{L} \\ \frac{1-\alpha}{C_1} & \frac{-1}{RC_1} & \frac{-1}{RC_1} \\ \frac{1-\alpha}{C_2} & \frac{-1}{RC_2} & \frac{-1}{RC_2} \end{pmatrix}$$

On trouve la même matrice moyenne en zone 2 en considérant A_1 pour $(\alpha - 1/2)$, puis A_2 pour $(1 - \alpha)$, puis à nouveau A_1 pour $(\alpha - 1/2)$, puis A_3 pour $(1 - \alpha)$.

Question n°28 : Conclusion

La matrice $\bar{A}$ permet de représenter le convertisseur de la même façon dans les deux régions de fonctionnement. Ce modèle moyen est donc pertinent.

Question n°29 : Perturbations

D'après les explications en haut de la p13, une augmentation de température fait baisser la tension à vide, tandis qu'une baisse d'éclairement fait chuter l'intensité de court-circuit (linéairement) et la tension à vide (logarithmiquement). Le point de puissance maximal est donc notablement plus faible dans ce cas.

On en déduit :

(a) : perturbation (baisse) d'éclairement

(b) : perturbation de charge (deux caractéristiques de charges)

(c) : perturbation (hausse) de température

Question n°30 : Variable z_1

La puissance est $P_{PV}(t) = V_{PV}(t)i_{PV}(t, V_{PV})$ donc $z_1 = \frac{\partial P_{PV}}{\partial V_{PV}} = \boxed{i_{PV} + V_{PV} \frac{\partial i_{PV}}{\partial V_{PV}}}$.

$$\text{D'où } \dot{z}_1 = \frac{\partial i_{PV}}{\partial t} + \frac{dV_{PV}}{dt} \frac{\partial i_{PV}}{\partial V_{PV}} + V_{PV} \frac{dV_{PV}}{dt} \frac{\partial^2 i_{PV}}{\partial V_{PV}^2} = \boxed{\frac{\partial i_{PV}}{\partial t} + \frac{i_{PV} - i_L}{C_p} \left(\frac{\partial i_{PV}}{\partial V_{PV}} + V_{PV} \frac{\partial^2 i_{PV}}{\partial V_{PV}^2} \right)}.$$

Question n°31 : Astuce

On pose $V_1(z_1) = \frac{1}{2} z_1^2$ donc $\dot{V}_1(z_1) = z_1 \cdot \dot{z}_1$.

En posant $\boxed{\dot{z}_1 = -K_1 \cdot z_1}$ avec K_1 constante positive, $\dot{V}_1(z_1) = -K_1 z_1^2 < 0$ pour tout $z_1 \neq 0$.

$V_1(z_1) = \frac{1}{2} z_1^2$ est donc dans ce cas une fonction de Lyapunov, bonne candidate pour assurer la stabilité du système, avec en plus une stabilité asymptotique.

Question n°32 : Astuce suite

De $\dot{z}_1 = -K_1 \cdot z_1$ avec les relations de la question 30 :

$$\dot{z}_1 = \frac{\partial i_{PV}}{\partial t} + \frac{i_{PV} - i_L}{C_p} \left(\frac{\partial i_{PV}}{\partial V_{PV}} + V_{PV} \frac{\partial^2 i_{PV}}{\partial V_{PV}^2} \right) = \boxed{-K_1 \left(i_{PV} + V_{PV} \frac{\partial i_{PV}}{\partial V_{PV}} \right)}$$

Question n°33 : Variable z_2

$$\dot{z}_2 = \frac{di_L}{dt} - \frac{di_{LC}}{dt} = \boxed{\frac{V_{PV} - (1-\alpha)V_s}{L} - \frac{di_{LC}}{dt}} \text{ d'après la deuxième équation du modèle en haut de la p19.}$$

Question n°34 :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(z_1) &= z_1 \cdot \dot{z}_1 = z_1 \cdot \left(\frac{\partial i_{PV}}{\partial t} + \frac{i_{PV} - i_L}{C_p} \left(\frac{\partial i_{PV}}{\partial V_{PV}} + V_{PV} \frac{\partial^2 i_{PV}}{\partial V_{PV}^2} \right) \right) \\ &= \boxed{z_1 \cdot \left(\frac{\partial i_{PV}}{\partial t} + \frac{i_{PV} - i_{LC} - z_2}{C_p} \left(\frac{\partial i_{PV}}{\partial V_{PV}} + V_{PV} \frac{\partial^2 i_{PV}}{\partial V_{PV}^2} \right) \right)} \end{aligned}$$

Question n°35 :

En posant $\boxed{\dot{z}_2 = -K_2 \cdot z_2}$ avec K_2 constante positive, $\dot{V}_2(z_1) = -K_1 z_1^2 - K_2 z_2^2 < 0$, ce qui assure la stabilité du système

Question n°36 : choix du rapport cyclique

On choisit le rapport cyclique de façon à garantir $\dot{z}_2 = -K_2 \cdot z_2$, soit

$$\dot{z}_2 = \frac{V_{PV} - (1-\alpha)V_s}{L} - \frac{di_{LC}}{dt} = -K_2(i_L - i_{LC}) \text{ donc } (1-\alpha)V_s = LK_2(i_L - i_{LC}) - L \frac{di_{LC}}{dt} + V_{PV}$$

$$\boxed{\alpha = 1 - \frac{1}{V_s} \left(LK_2(i_L - i_{LC}) - L \frac{di_{LC}}{dt} + V_{PV} \right)} \text{ avec } K_2 \text{ constante positive.}$$

4 Construction d'une loi prédictive**Question n°37 : Bloqueur**

La réponse impulsionnelle temporelle s'écrit : $u_{BOZ}(t) = u(t - t_0) - u(t - t_0 T_e)$ avec T_0 l'origine temporelle.

En appliquant la transformée de Laplace avec les conditions initiales nulles on obtient : $\boxed{U_{BOZ}(p) = e^{-t_0 p} \frac{1 - e^{T_e p}}{p}}$

Question 38 : Euler

L'énoncé donne : $G_r(p) = \frac{Y_r(p)}{X(p)} = \frac{K_r e^{-\eta_r p}}{1 + \tau_r p}$ ce qui correspond dans le domaine temporel si les conditions

initiales sont nulles à : $\boxed{y_r(t) + \tau_r \frac{dy_r(t)}{dt} = K_r x(t - \eta_r)}$

La méthode d'Euler s'écrit : $\frac{dy_r(t)}{dt} = \frac{y_r(t_{k+1}) - y_r(t_k)}{T_e}$

On obtient : $y_r(t_k) + \tau_r \frac{y_r(t_{k+1}) - y_r(t_k)}{T_e} = K_r x(t_k - \eta_r)$

$$y_r(t_{k+1}) = y_r(t_k) \left[1 - \frac{T_e}{\tau_r} \right] + K_r \frac{T_e}{\tau_r} x(t_k - \eta_r)$$

Question 39

D'après la question précédente, on a directement : $\beta_E = K_r \frac{T_e}{\tau_r}$ et $\alpha_E = 1 - \frac{T_e}{\tau_r}$

Question 40

On peut écrire $\alpha_E = 1 - \frac{\beta_E}{K_r}$ ou $\beta_E = K_r(1 - \alpha_E)$

D'après l'énoncé $\alpha_r = e^{-\frac{T_e}{\tau_r}}$

Si $\frac{T_e}{\tau_r} \ll 1$, à l'ordre 1, $\alpha_r = 1 - \frac{T_e}{\tau_r}$

Pour que le schéma d'Euler soit précis, il faut $\frac{T_e}{\tau_r}$ soit petit.

Question 41

A partir de la relation de la question 38,

$$y_r(t_{k+1}) = y_r(t_k) \alpha_E + K_r \frac{T_e}{\tau_r} x(t_k)$$

$$y_r(t_{k+1}) = y_r(t_k) \alpha_E + (1 - \alpha_E) K_r x(t_k)$$

Ce qui donne par récurrence :

$$y_r(t_{k+2}) = y_r(t_{k+1}) \alpha_E + (1 - \alpha_E) K_r x(t_k)$$

$$y_r(t_{k+2}) = \alpha_E [y_r(t_k) \alpha_E + (1 - \alpha_E) K_r x(t_k)] + (1 - \alpha_E) K_r x(t_k)$$

$$y_r(t_{k+2}) = \alpha_E^2 y_r(t_k) + (1 - \alpha_E^2) K_r x(t_k)$$

Que l'on peut généraliser : $y_r(t_{k+H}) = \alpha_E^H y_r(t_k) + (1 - \alpha_E^H) K_r x(t_k)$

Question 42

On a par analogie avec la question 41 : $y_m(t_{k+H}) = \alpha_E^H y_m(t_k) + (1 - \alpha_E^H) K_m x(t_k)$

Question 43

La coïncidence à l'horizon t_{k+H} permet d'écrire

$$\Delta_r(t_{k+H}) = y_r(t_{k+H}) - y_r(t_k) = y_{ref}(t_{k+H}) - y_{ref}(t_k) = (y_c - y_{ref}(t_k)) \left(1 - e^{-\frac{t_{k+H} - t_k}{\tau_c}} \right)$$

$$\Delta_r(t_{k+H}) = (y_c - y_{ref}(t_k)) \left(1 - e^{-\frac{HT_e}{\tau_c}} \right) \quad \Delta_r(t_{k+H}) = (y_c - y_{ref}(t_k)) (1 - \lambda^H)$$

Question 44

A partir de l'expression de la question 42 :

$$\Delta_m(t_{k+H}) = y_m(t_{k+H}) - y_m(t_k) = (\alpha_E^H - 1) y_m(t_k) + (1 - \alpha_E^H) K_m x(t_k)$$

$$\Delta_m(t_{k+H}) = (1 - \alpha_E^H) (K_m x(t_k) - y_m(t_k))$$

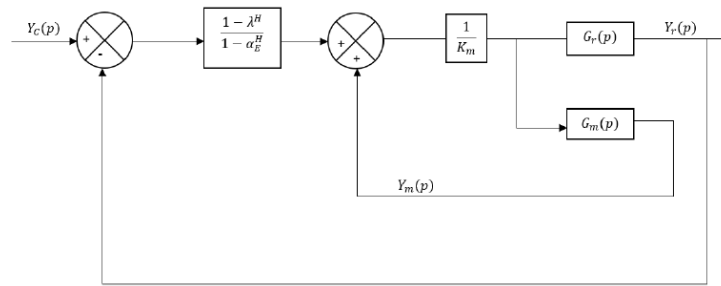
Question 45

La coïncidence permet d'écrire : $\Delta_m(t_{k+H}) = \Delta_r(t_{k+H})$

$$(1 - \alpha_E^H) (K_m x(t_k) - y_m(t_k)) = (y_c - y_{ref}(t_k)) (1 - \lambda^H)$$

avec $y_{ref}(t_k) = y_r(t_k)$

$$x(t_k) = \frac{1}{K_m} \left[\frac{(y_c - y_r(t_k)) (1 - \lambda^H)}{1 - \alpha_E^H} + y_m(t_k) \right]$$

Question 46**Question 47**

Le nombre de valeurs de sortie est fini (il y a uniquement 6 classes). Il s'agit donc d'un problème de classification.

Question 48

On est dans le cadre d'un apprentissage supervisé, dont les principales étapes sont :

- Collecter des données correctement étiquetées (auxquelles est associée la bonne classe).
- Séparer les données en un jeu d'entraînement et un jeu de test.
- Utiliser les données d'entraînement pour estimer les meilleurs paramètres du classifieur.
- Vérifier les paramètres ainsi trouvés sur le jeu de test et valider ou non le classifieur.
- Si le classifieur n'est pas validé, trouver ce qu'il faut modifier et recommencer un nouvel entraînement.

Question 49

La sensibilité se détermine à partir de la matrice de confusion. On calcule le rapport du nombre de bonne prédiction sur le nombre d'éléments de la classe.

$$\text{Classe 1 Sensibilité } \frac{24}{24+5+1} = 80\%$$

$$\text{Classe 2 Sensibilité } \frac{33}{33+3+1+4+1} = 79\%$$

$$\text{Classe 3 Sensibilité } \frac{90}{90+1+2+3+5} = 90\%$$

$$\text{Classe 4 Sensibilité } \frac{86}{86+3+5+2} = 90\%$$

$$\text{Classe 5 Sensibilité } \frac{29}{29+1+2+3} = 83\%$$

$$\text{Classe 6 Sensibilité } \frac{17}{17+7} = 71\%$$

Le critère de sensibilité n'est pas respecté pour les classes 1, 2 et 6.

Question 50

Lorsque les caractéristiques du logement évoluent au cours du temps on n'aura plus de donnée qui correspondent au logement pour l'apprentissage. Il faut alors penser à une méthode d'apprentissage non supervisée.