

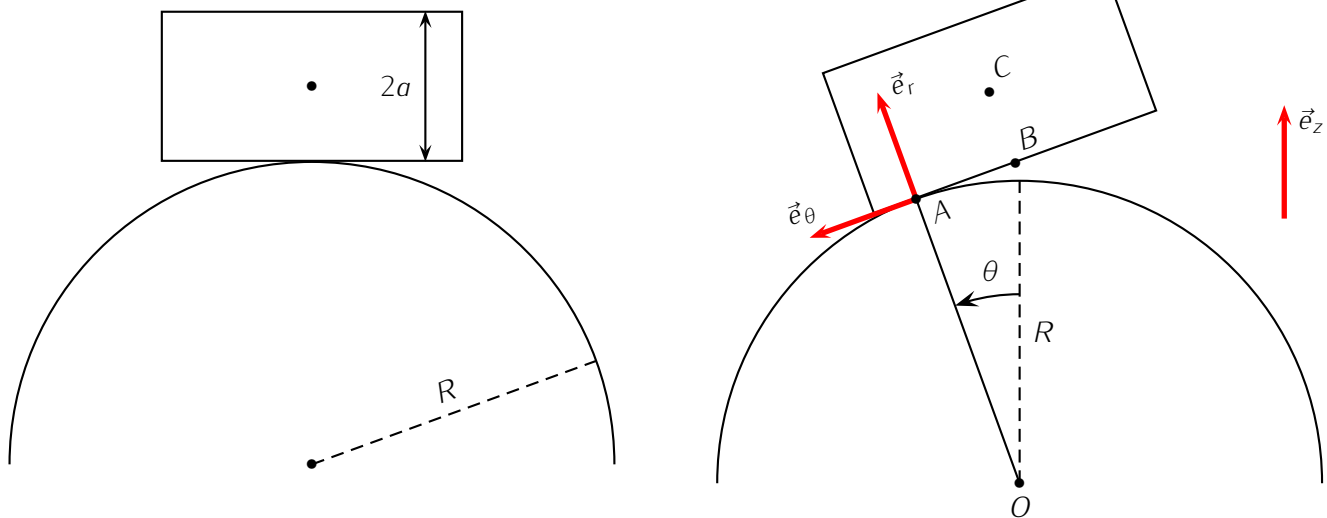
VERRE EN ÉQUILIBRE



Harassés par leur dure journée, Dimitri et Baptiste s'affalent dans un canapé avec un verre. Nos deux compères font les observations suivantes : Dimitri arrive à maintenir son petit verre de jus d'orange en équilibre sur son ventre, alors que pour Baptiste, il est impossible de maintenir sa grande pinte de bière en équilibre.

Le défi est de comprendre ces observations et de donner un conseil à Baptiste pour qu'il puisse faire tenir sa bière.

On modélise un verre par un parallélépipède rectangle (indéformable) homogène de hauteur $2a$ et le ventre de nos deux athlètes par un demi-cylindre de rayon R . On se ramène alors au problème décrit ci-dessous.



On cherche à quelle condition (sur a et R) le parallélépipède est en équilibre stable sur le demi-cylindre. On supposera que le parallélépipède ne glisse pas sur le cylindre.

Résolution du défi

1. Montrer que $\vec{OC} = R\vec{e}_r - R\theta\vec{e}_\theta + a\vec{e}_r$. On pourra remarquer qu'en l'absence de glissement, la distance AB correspond à la longueur d'un certain arc de cercle.
2. En déduire l'expression de l'énergie potentielle du parallélépipède.
3. Montrer que la position $\theta = 0$ est une position d'équilibre.
4. À quelle condition la position $\theta = 0$ est une position d'équilibre stable ?
5. Donner un conseil avisé à Baptiste.

Q1

Q2

Q3

Q4

Q5