

Conseils :

- Ce devoir comporte 3 exercices indépendants. Lisez attentivement l'énoncé du début à la fin et choisissez **ensuite** par quel problème commencer (aucun ordre n'est imposé).
- Le correcteur tiendra compte de la **présentation** (soin apporté aux schémas) et de la **rédaction de votre copie** : justifiez rapidement vos affirmations, donnez la **valeur littérale simplifiée** des résultats en fonction des données de l'énoncé, **vérifiez l'homogénéité et la cohérence** (tout résultat non homogène sera sanctionné).
Les résultats NON ENCADRÉS ne seront pas notés. Laissez une marge à gauche pour le correcteur.
- Numérotez les questions et ajoutez le label de la marge Q1, etc.
- L'usage des **calculatrices est autorisé**.

LUNETTE ASTRONOMIQUE

Données :Distance Terre-Soleil : $d_{TS} = 150.10^6$ kmDistance Jupiter-Soleil : $d_{JS} = 780.10^6$ km**A. Constitution de la lunette**

La lunette astronomique ETX70 de la marque MEADE peut être modélisée comme l'association d'une lentille L_1 (l'objectif) de distance focale $f'_1 = 350$ mm de diamètre $D = 70$ mm, et d'une deuxième lentille L_2 (l'oculaire) de distance focale $f'_2 = 20$ mm.

- Q1 1. Justifier pourquoi la lunette doit constituer un système afocal.
- Q2 2. En déduire la distance entre L_1 et L_2 .
- Q3 3. Faire un schéma de la lunette et dessiner la marche d'un faisceau lumineux issu d'un objet situé à l'infini mais pas sur l'axe optique, les rayons arrivant alors sur l'objectif en faisant un angle α avec l'axe optique.
- Q4 4. Calculer la valeur du grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ où α' est l'angle que forment les rayons avec l'axe optique en sortie du système.
- Q5 5. Situer le cercle oculaire (défini par l'image de l'objectif à travers L_2) et calculer son diamètre d . On attend une expression littérale ainsi qu'une valeur numérique.
- Q6 6. Deux astronomes amateurs souhaitent acheter la « meilleure » lunette ou le « meilleur » télescope. L'un souhaite observer le ciel profond, c'est-à-dire des objets peu lumineux et assez étendu (galaxies, nébuleuses, amas d'étoiles). L'autre souhaite observer la lune et les planètes du système solaire. On donne ci-dessous les valeurs f'/D de la distance focale sur le diamètre de différents instruments. Conseiller au mieux ces deux astronomes. Les résultats obtenus aux questions précédentes restent valables dans le cas d'un télescope. De plus, ces derniers possèdent un diamètre d'entrée D plus grand que celui des lunettes.



FIGURE 1 – : à gauche lunette ETX70, à droite objectif de l'ETX70.

Appareil	$\frac{f'}{D}$
Lunette astronomique	15
Télescope Schmidt-Cassegrain	10
Télescope Newton	8
Télescope Dobson	4

B. Amélioration de la lunette



FIGURE 2 – : deux lentilles de Barlow. Celle de gauche augmente le grossissement d'un facteur 2, celle de droite d'un facteur 3.

- 1. Une façon d'augmenter le grossissement de la lunette est d'ajouter entre l'objectif et l'oculaire une lentille divergente, appelée lentille de Barlow (Physicien anglais né le 13 octobre 1776 à

Q7 Norwich et mort le 1er mars 1862 à Woolwich). On note f'_b la distance focale de la lentille de Barlow. On définit également le tirage s comme la distance entre la lentille de Barlow et F'_1 , le foyer principal image de l'objectif. Montrer que le grandissement de la lentille de Barlow est lié à s par la relation :

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{s}{f'_b}}$$

- Q8 2. Où doit se trouver le foyer principal image de l'ensemble {objectif + Barlow} pour que la lunette soit afocale ?
- Q9 3. Montrer que si le foyer principal de l'ensemble {objectif + Barlow} est confondu avec le foyer objet de la lentille de Barlow alors $s = -\frac{1}{2}f'_b$.
- Q10 4. En déduire le grandissement de la lentille de Barlow dans cette configuration.
- Q11 5. Quels peuvent être les avantages et inconvénients d'une lentille de Barlow ?

C. Astrophotographie

On utilise désormais la lunette munie d'une lentille Barlow x3 comme téléobjectif dans le but de photographier Jupiter. Pour cela, on remplace l'oculaire par un boîtier d'appareil photo (PENTAX K-5 II). On donne ci-dessus un extrait de la notice du capteur.

Type	Capteur CMOS, avec filtre couleur
Taille du capteur	23,6mm x 15,7mm
Définition effective	Environ 16,3 mégapixels
Photo	JPEG : 16M (4928 x 3264)

- Q12 1. À partir de la documentation de l'appareil, calculer la taille d'un pixel du capteur.



FIGURE 3 – : photographie de Jupiter, le repère fait 10 pixels de large.

- Q13 2. Le gros disque lumineux visible sur la photographie de la figure 3 est Jupiter. La photographie a été sur-exposée (aucun détail n'est visible à la surface de Jupiter). Quel(s) réglage(s) doit-on effectuer sur l'appareil photo pour corriger ce problème ?

- Q14 3. **Question non guidée** : La photographie de la figure 3, a été prise en utilisant une lentille de Barlow x3 pendant l'été 2019, période où la Terre et Jupiter étaient en conjonction (c'est-à-dire à une distance minimale l'une de l'autre). Que vaut le diamètre de Jupiter ?
- Q15 4. **Questions bonus** : Que sont les points lumineux visibles de part et d'autre de Jupiter ? Pourquoi Jupiter a été surexposé ?

GUIRLANDE ÉLECTRIQUE



FIGURE 1 – guirlande électrique composée d'ampoules à incandescence.

On désire fabriquer une guirlande constituée de N ampoules à incandescence identiques. On cherche à savoir s'il est préférable de les assembler en série ou bien en dérivation.

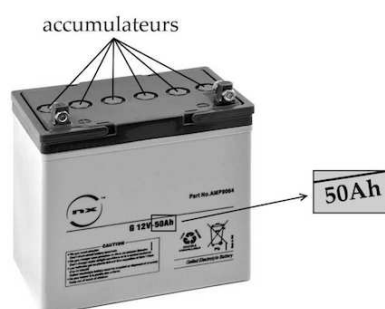
Du point de vue électrique, chaque ampoule peut être vue comme une résistance R . La guirlande est alimentée par un générateur de tension possédant une force électromotrice valant E et une résistance interne non nulle r . On considère deux situations : le cas A où les ampoules sont toutes branchées en série avec le générateur, et le cas B où elles sont toutes branchées en parallèle. Pour un générateur et des ampoules donnés, on se demande quelle configuration parmi A et B permet aux ampoules de briller le plus fort.

- Q16 1. Rappeler comment modéliser le générateur par une représentation de Thévenin.
- Q17 2. Faire un schéma du circuit électrique dans les deux situations A et B .
- Q18 3. A quelle(s) grandeur(s) électrique(s) est reliée la luminosité d'une ampoule à incandescence ?
4. Exprimer en fonction de E , r et R l'intensité du courant circulant à travers une seule lampe...
- Q19 (a) dans la configuration A
- Q20 (b) dans la configuration B
- Q21 5. Montrer que, suivant la valeur de r et R , la configuration qui permet aux ampoules de briller le plus n'est pas la même.

- Q22 6. **Question d'observation :** Indépendamment des questions précédente, quelle configuration a été utilisée pour la guirlande de la figure 1 ?

STOCKAGE DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

A. Batterie d'accumulateurs



Une batterie au plomb est un ensemble de six accumulateurs (cellules électrochimiques plomb – acide sulfurique) raccordés en série et réunis dans un même boîtier (FIGURE ci contre). Une batterie possède un caractère générateur durant sa décharge et un caractère récepteur durant sa charge (conversion réversible entre énergie électrique et énergie chimique). Ce type de batterie est largement utilisé dans l'industrie, dans l'équipement des véhicules automobiles ou pour stocker de l'énergie produite par intermittence (énergie solaire ou éo-

lienne).

Étude d'un accumulateur : on s'intéresse pour le moment à un seul des six accumulateurs de la batterie. Par définition, sa tension à vide E_{acu} est la tension à ses bornes lorsqu'il ne débite aucun courant. On donne ci-dessous (FIGURE 1) la courbe représentant la tension "à vide" d'un accumulateur en fonction de son pourcentage de charge.

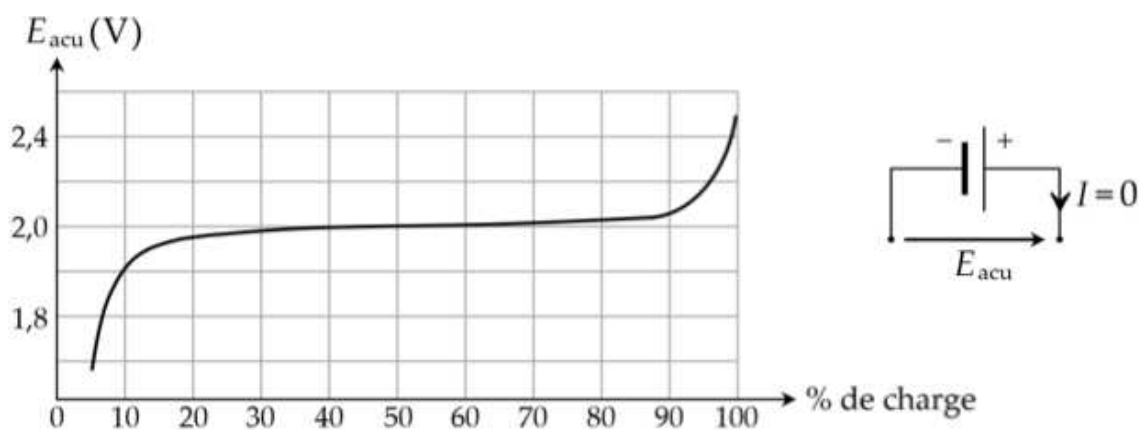


FIGURE 1 – Tension à vide d'un accumulateur en fonction de son pourcentage de charge

Lorsque l'accumulateur débite un courant I non nul, la tension U à ses bornes diminue. On donne ci-dessous (FIGURE 2) la courbe représentant la tension U aux bornes d'un accumulateur chargé à 50 % en fonction du courant I qui le traverse en convention générateur.



FIGURE 2 – Caractéristique statique d'un accumulateur chargé à 50 %

Dans cette partie, la charge de l'accumulateur étudié sera constamment comprise en 20 % et 90 %.

- Q23 1. Un accumulateur est-il un dipôle linéaire ou pas / actif ou passif / symétrique ou polarisé ?
- Q24 2. Justifier que l'on puisse modéliser l'accumulateur par l'association en série d'une source idéale de f.é.m. constante E_{acu} et d'un résistor de résistance r_{acu} .
- Q25 3. Donner la représentation Thévenin équivalente à un accumulateur. Exprimer alors la tension à ses bornes U en fonction de E_{acu} , r_{acu} et I l'intensité du courant qui le traverse en convention générateur.
- Q26 4. Déterminer graphiquement les valeurs numériques de E_{acu} et r_{acu} .

Caractéristiques de la batterie : la batterie étudiée comporte un ensemble de six accumulateurs identiques à celui étudié précédemment.

- Q27 1. Comment doit-on associer ces six accumulateurs de façon à obtenir une batterie de tension à vide E_{bat} maximale ?
- Q28 2. Donnez la représentation Thévenin équivalente à la batterie alors constitué. On précisera la valeur de E_{bat} et celle de r_{bat} , la résistance interne de la batterie.

Charge de la batterie : on étudie maintenant la "charge" d'une batterie initialement complètement déchargée (pourcentage de charge nul), on considère alors $e_{bat} = 0$.

Au fur et à mesure de la charge e_{bat} augmentera.

De façon à effectuer la charge, on utilise une alimentation électrique modélisée par un générateur de force électromotrice $E = 16$ V constante et de résistance interne négligeable.

On réalise le montage représenté FIGURE 3 ci-dessous : on a placé deux résistors de résistances respectives $R_1 = 2,0 \Omega$ et $R_2 = 5,0 \Omega$ pour contrôler la charge de la batterie.

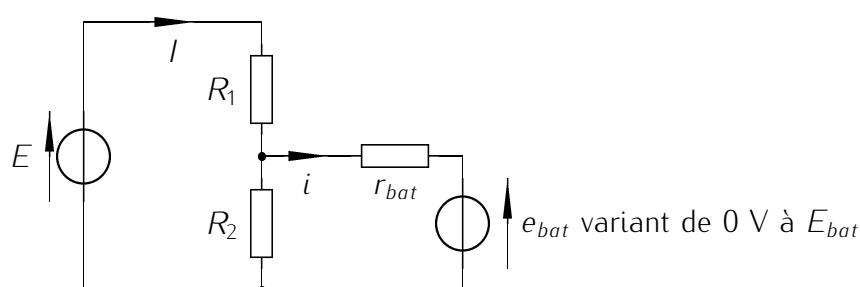


FIGURE 3 – Circuit utilisé pour charger la batterie

- Q29 1. Au début de la charge, la batterie est totalement déchargée, on considère alors $e_{bat} = 0$ V. À quel dipôle passif la batterie est-elle alors équivalente ? En déduire, par la méthode de votre choix, la valeur i_0 de l'intensité i du courant la traverse. Faire l'application numérique.
- Q30 2. Lorsque e_{bat} n'est pas nul, c'est à dire en cours de charge, écrire un système d'équations permettant de déterminer l'expression de i en fonction de E , e_{bat} , R_1 , R_2 et r_{bat} .

On ne demande PAS de résoudre ce système d'équations, on donne directement la solution :

$$i = \frac{ER_2 - (R_1 + R_2)e_{bat}}{r_{bat}R_1 + r_{bat}R_2 + R_1R_2}$$

- Q31 3. Pour quelle valeur de e_{bat} l'intensité i s'annule-t-elle ? D'après le graphe de la FIGURE 1, quel sera alors le pourcentage de charge des accumulateurs de la batterie ?
- Q32 4. On souhaite que i s'annule lorsque la batterie est chargée à 100 %.
- Q33 Quel sera alors la valeur de e_{bat} ?
- On conserve $R_1 = 2,0 \Omega$. Quelle valeur numérique faut-il maintenant donner à R_2 ?

B. Utilisation d'un condensateur

De façon à utiliser un système de stockage plus "portable" que la batterie étudiée précédemment, on décide d'utiliser un condensateur de capacité C élevée.
On le considèrera initialement complètement déchargé.

Charge d'un condensateur idéal à travers un résistor : on place un interrupteur K , une résistance $R = 10 \Omega$ et un condensateur de capacité C en série aux bornes d'un générateur de tension idéal de force électromotrice constante $E = 12$ V (Cf. FIGURE 4).

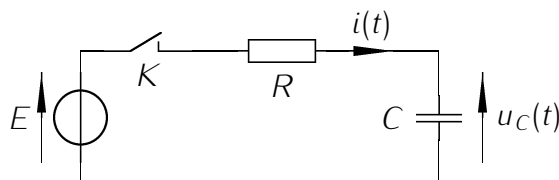


FIGURE 4 – Charge d'un condensateur idéal à travers un résistor

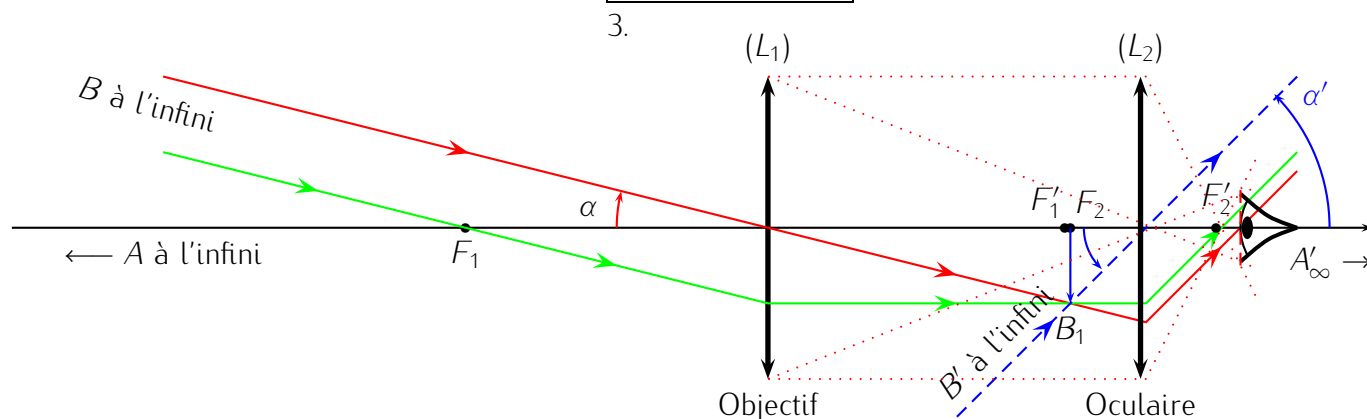
À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

- Q34 1. Déterminez la valeur $u_C(0^+)$ et $u_C(\infty)$ de la tension $u_C(t)$ respectivement juste après la fermeture de K et au bout d'un temps très long (infini). Justifiez vos réponses.
- Q35 2. Même question pour i , l'intensité du courant dans le circuit : on donnera $i(0^+)$ et $i(\infty)$.
3. On pose $\tau = RC$ et on se place à $t \geq 0$.
- Q36 (a) Quelle est l'unité de τ dans le système international MKSA (mètre, kilogramme, seconde, ampère) ? Démontrez ce résultat à partir de relations constitutives.
- Q37 (b) **Établir** l'équation différentielle à laquelle obéit $u_C(t)$.
- Q38 (c) **Établir** l'expression de la tension $u_C(t)$ pour $t \geq 0$.
- Q39 (d) Tracez l'allure de la courbe représentative de la fonction $u_C(t)$.
On fera apparaître la tangente à l'origine et l'asymptote.
- Q40 (e) Déterminez, en fonction de τ , l'expression du temps t_1 à partir duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1 % de sa charge finale.
- Q41 4. Exprimez l'énergie $E_C(\infty)$ emmagasinée par le condensateur **lorsque sa charge est terminée** en fonction de C et E .
- Q42 5. Quelle est la puissance dissipée par effet Joule à la fin de la charge de C ?

LUNETTE ASTRONOMIQUE

A. Constitution de la lunette

1. La lunette est utilisée pour observer des objets qui sont à des distances très grandes devant les distances focales des lentilles, on les considère alors comme étant à l'infini. On souhaite également observer ces objets à travers la lunette sans se fatiguer, c'est-à-dire sans avoir à accommoder. Il faut donc que l'image à travers la lunette se trouve à l'infini.
2. La distance entre les deux lentilles doit-être $f'_1 + f'_2 = 370 \text{ mm}$.



4. Dans le triangle $O_1F_2B_1$, on a $\tan \alpha = \frac{\overline{F_2B_1}}{f'_1}$. De même dans le triangle $O_2F_2B_1$, on trouve $\tan(\alpha') = -\frac{\overline{F_2B_1}}{f'_2}$. Comme souvent en optique, il faut bien faire attention aux signes des différentes grandeurs que l'on manipule. Ici, $\tan(\alpha) > 0$ alors que $\overline{F_2B_1} < 0$. L'étude de la lunette est faite dans les conditions de Gauss, on peut supposer que : $\alpha \ll 1 \text{ rad}$ et $\alpha' \ll 1 \text{ rad}$, dans ce cas $\tan \alpha \simeq \alpha$ et $\tan \alpha' \simeq \alpha'$. On trouve alors que $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2} = -17,5$. On remarque que ce grossissement est négatif, ce qui signifie que l'image est inversée, ce qui n'est pas gênant dans le cas d'une lunette astronomique (il n'y a ni haut ni bas dans le ciel!). De plus, on constate que ce grossissement est plus grand que 1 en valeur absolue, ce qui est bien conforme à ce que l'on attendait.

Le calcul du grossissement d'une lunette astronomique est un calcul très classique qu'il faut bien maîtriser pour les concours.

5. Notons C , l'image de O_1 par la lentille L_2 . On peut trouver la position de C en appliquant la relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{O_2C} - \frac{1}{O_2O_1} = \frac{1}{f'_2}$, on obtient alors : $\overline{O_2C} = \frac{O_2O_1 f'_2}{O_2O_1 + f'_2} = \frac{(f'_1 + f'_2)f'_2}{f'_1} = 21 \text{ mm}$. On remarque que le cercle oculaire est quasiment dans le plan focal de l'oculaire, on pouvait s'attendre à un tel résultat puisque l'objectif est loin devant ce dernier ($\overline{O_1O_2} = 370 \text{ mm}$ alors que $f'_2 = 20 \text{ mm}$).

Notons D' la taille du cercle oculaire, alors : $\frac{D'}{D} = |\gamma| = \left| \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_2O_1}} \right|$. On obtient alors :

$$D' = D \frac{f'_2}{f'_1} = \frac{D}{|G|} = 4 \text{ mm}$$

On remarque que le cercle oculaire est de la même dimension que la pupille de l'observateur.

6. À partir de l'expression du grossissement, on remarque que plus la distance focale de l'objectif est élevée et plus le grossissement est important. On peut donc penser qu'il est préférable de prendre un instrument avec la plus grande distance focale. Cependant, le but d'une lunette n'est pas uniquement de grossir les objets que l'on observe, mais aussi de les rendre plus lumineux. Une lunette, ou un télescope, doit donc capter le plus possible de rayons lumineux et donc avoir un diamètre d'objectif le plus grand possible. Afin de conseiller au mieux les deux astronomes amateurs, il faut comparer les objets que chacun souhaite observer. Les planètes du système solaire ou la lune sont des objets de petite taille mais très lumineux (on peut penser à Vénus qui est bien reconnaissable au levé ou au coucher du Soleil), dans ce cas on privilégiera un fort grossissement, et donc une lunette astronomique. A l'inverse, les objets du ciel profond sont plutôt étendus mais d'une luminosité très faible (on peut penser à la galaxie d'Andromède bien visible à l'œil nu sous la forme d'une grande tache grisâtre dans le ciel de la fin de l'été). Dans ce cas, on conseillera plutôt d'avoir un instrument de grand diamètre (un télescope de type Dobson par exemple).

B. Amélioration de la lunette

- Schématiquement $A_\infty - (L_1) \rightarrow F'_1 - (L_b) \rightarrow F_2 - (L_2) \rightarrow A'_\infty$ où L_b est la lentille de Barlow. Les relations de conjugaison de Descartes appliquées à la lentille de Barlow donne : $1 \frac{1}{O_b F_2} - \frac{1}{O_b F'_1} = \frac{1}{f'_b}$ et $\gamma = \frac{\overline{O_b F_2}}{\overline{O_b F'_1}}$. Or $\overline{O_b F'_1} = s$, on trouve alors : $\overline{O_b A_2} = \frac{s f'_b}{f'_b + s}$ et $\gamma = \frac{f'_b}{f'_b + s} = \frac{1}{1 + \frac{s}{f'_b}}$.
- L'objet étant à l'infini, son image se forme sur le foyer image de l'ensemble {Objectif + Barlow}, et pour obtenir un système afocal, ce foyer doit être confondu avec le foyer objet de l'oculaire.
- Si son foyer objet est confondu avec le foyer image {Objectif + Barlow} alors $\overline{O_b F_2} = -f'_b$. D'après les relations de conjugaison de Descartes, $\overline{O_b F_2} = \frac{s f'_b}{f'_b + s} = -f'_b$. Soit $\frac{f'_b + s}{s} = 1$ d'où $s = -\frac{1}{2} f'_b$.
- En remplaçant dans la formule précédente on trouve alors $\gamma = 2$.
- Cette lentille a un avantage clair, elle permet d'augmenter le grossissement de l'instrument par 2. Par contre, le fait de rajouter une lentille augmente le nombre de dioptries que la lumière doit traverser. Ainsi la luminosité sera diminuée et les risques d'aberrations géométrique et chromatiques augmentés.

C. Astrophotographie

- Le capteur possède 4928 pixel en largeur pour 23,6 mm, ainsi un pixel mesure $4,8 \mu\text{m}$ de large. Il mesure également $4,8 \mu\text{m}$ de haut.
- Pour diminuer la luminosité, on peut diminuer le temps de pause.
- On peut mesurer sur la photographie un diamètre d'environ 50 pixels pour Jupiter. Or, d'après la documentation, le capteur possède des pixels carrés de $4,8 \mu\text{m}$ de côté. Ainsi, Jupiter forme un disque de diamètre $d = 0,24 \text{ mm}$ sur le capteur. Il est donc vu sous un angle $\alpha = \frac{d/(f'_1 \gamma)}{=} 2,3 \cdot 10^{-4}$ rad. On en déduit un diamètre de

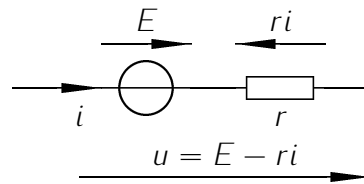
$$d_J = \alpha(d_{JS} - d_{TS}) = 1,4 \cdot 10^5 \text{ km}$$

. Des mesures plus précises du diamètre de Jupiter donnent 139 820 km.

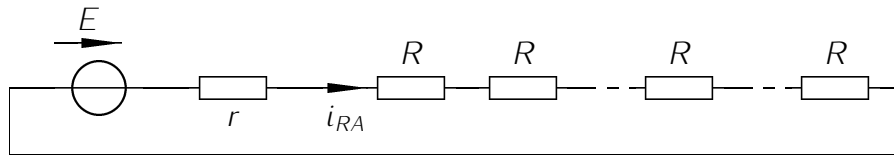
- Les points lumineux de part et d'autre de Jupiter sont les quatre satellites galiléens de Jupiter (Io, Ganymède, Europe, Callisto). La photo a été surexposée pour distinguer ces satellites.

GUIRLANDE ÉLECTRIQUE

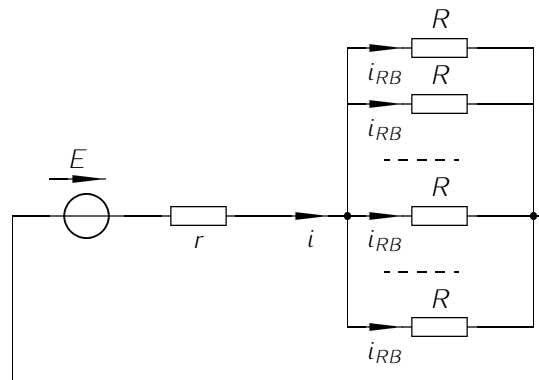
1. Un générateur réel peut être modélisé comme l'association en série d'un générateur idéal de tension avec une résistance (modèle de Thévenin).



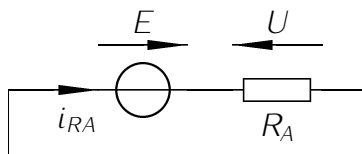
2. Situation A :



Situation B :



3. La luminosité dépend de la puissance P dissipée par effet Joule dans le filament de l'ampoule. En notant i_R l'intensité parcourue dans l'une des lampes, la loi d'Ohm permet d'écrire $P = Ri_R^2$. Ainsi, l'ampoule brille plus fort si elle est parcourue par un courant plus grand.
4. (a) Dans la situation A toutes les résistances sont en série. Elles sont donc équivalente à une seule résistance $R_A = r + NR$ et le circuit se résume à :

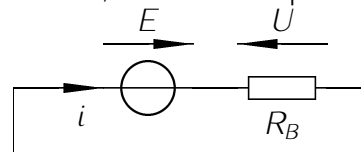


La loi des mailles donne $E - U = 0$ or $U = R_A i$, ainsi $i = \frac{E}{R_A}$

soit

$$i_R = \frac{E}{r + NR}$$

- (b) Dans la situation B les lampes sont en dérivation, elles sont équivalente à un résistor de résistance $\frac{R}{N}$. Ainsi, le circuit se résume à :



avec $R_B = r + \frac{R}{N}$.

On trouve, de la même manière qu'à la question précédente $i = \frac{E}{r + \frac{R}{N}}$. Le courant i_{RB} circulant à travers une résistance s'obtient en appliquant le théorème des diviseurs de courant :

$$i_{RB} = \frac{i}{N} = \frac{E}{Nr + R}$$

5. Il suffit de comparer i_{RA} et i_{RB} . Si $i_{RA} > i_{RB}$ alors : $\frac{E}{r+NR} > \frac{E}{Nr+R}$ donc $Nr + R > r + NR$ et si $N > 1$ alors $r > R$. Ainsi, si $r > R$ les lampes brillent le plus lorsqu'elles sont en **série**. À l'inverse, si $r < R$ les lampes brillent le plus lorsqu'elles sont en **dérivation**.
6. On remarque sur la photo qu'une des lampes est éteinte alors que les autres fonctionnent. On peut conclure qu'elles sont branchées en **dérivation**.

STOCKAGE DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

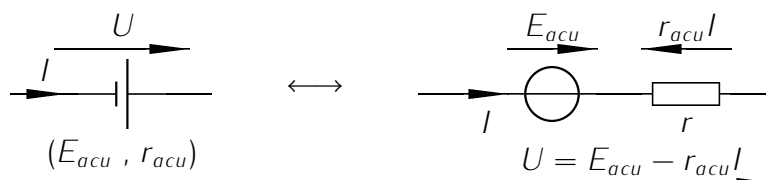
A. Batterie d'accumulateurs

1. On se base sur la caractéristique de l'accumulateur, figure 2 de l'énoncé :

- C'est une portion de droite donc l'accumulateur est un composant **linéaire**.
- Elle ne passe pas par l'origine donc l'accumulateur est un composant **actif**.
- Elle n'admet pas l'origine comme point de symétrie donc c'est un composant **polarisé**.

Justifiez à l'aide de la courbe $U(I)$, figure 2 de l'énoncé.

2. On retrouve la même forme que la caractéristique **d'un générateur réel de tension** dont le modèle de Thévenin comporte justement un générateur de tension idéal et une résistance interne en série. Le point important qui nous permet de dire cela est que la forme est **une droite**. Dans le cas contraire, on ne pourrait pas faire cette modélisation.
3. La représentation Thévenin équivalente à un accumulateur est donc :

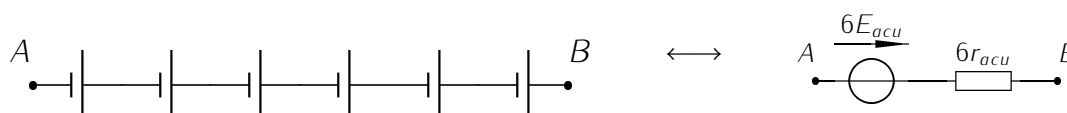


Il faut représenter U , sinon $U = E - rI$ n'a pas de sens. L'énoncé demandait la convention générateur, soyez prudent sur les signes.

4. D'après la relation précédente, E_{acu} est la valeur de U lorsque $I = 0$, on lit sur la figure 2, **$E_{acu} = 2,0 \text{ V}$** . De même, r_{acu} correspond à l'opposé de la pente puisqu'on a tracé $U(I)$, on détermine alors $r = -\frac{1,9-2,1}{2-(-2)} = \frac{0,2}{4} \Rightarrow$ **$r_{acu} = 0,05 \Omega$**

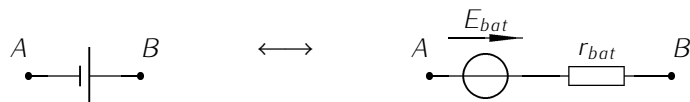
Caractéristiques de la batterie :

1. Pour obtenir une batterie avec E_{bat} maximale, il faut que les forces électromotrices e_{bat} des 6 accumulateurs s'additionnent. On doit donc les brancher en série et en concordance : borne – d'un accumulateur reliée à la borne + du suivant comme indiqué ci-dessous.



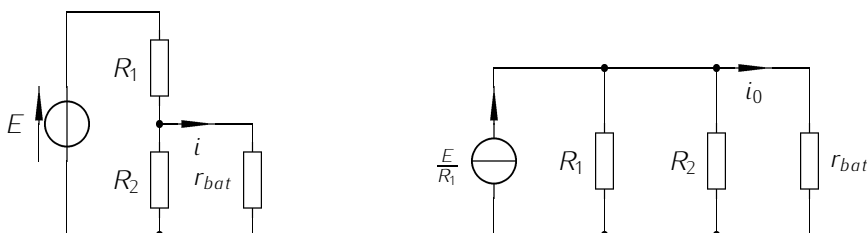
Précisez le branchement des bornes car il s'agit de dipôles non symétriques

2. Les six f.e.m étant orientées dans le même sens, on obtient $E_{bat} = 6E_{acu} = 12 \text{ V}$ et comme les résistances internes sont montées en série, $r_{bat} = 6r_{acu} = 0,3 \Omega$.



Charge de la batterie :

1. Si $e_{bat} = 0 \text{ V}$, la batterie est simplement équivalente à un résistor de résistance r_{bat} , le circuit de charge peut être simplifié :



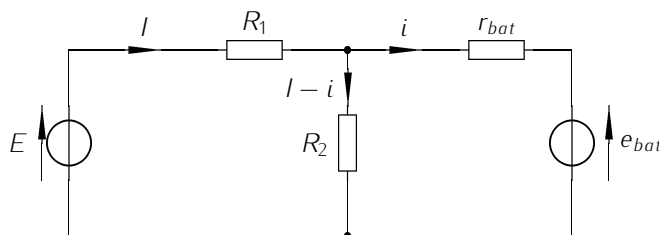
Et en utilisant la formule des ponts diviseurs de courant,

$$i_0 = \frac{1/r_{bat}}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/r_{bat}} \frac{E}{R_1} \Rightarrow i_0 = \frac{R_2 E_{bat}}{r_{bat} R_2 + r_{bat} R_1 + R_1 R_2} \simeq 6,6 \text{ A}$$

La batterie (e_{bat}, r_{bat}) était équivalente à r_{bat} , pas un fil.

Donnez l'expression littérale puis la valeur numérique de i_0 .

2. Lorsque e_{bat} n'est pas nul, on peut déterminer le système d'équations voulu en appliquant les lois de Kirchhoff :



La loi des nœuds implique que le courant parcourant R_2 est $I - i$. L'application de la loi des mailles dans la maille de gauche puis celle de droite (par exemple) nous donne :

$$\begin{cases} E - R_1 I - R_2 (I - i) = 0 \\ e_{bat} + r_{bat} i - R_2 (I - i) = 0 \end{cases}$$

Il s'agit d'un système de deux équations à deux inconnues, on peut donc en tirer i .

3. D'après la relation donnée pour i , $i = 0$ lorsque

$$ER_2 - (R_1 + R_2)e_{bat} = 0 \Rightarrow e_{bat} = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2}$$

L'application numérique nous donne $e_{bat} = \frac{5 \times 16}{5+2} \simeq 11,4 \text{ V}$

On aurait alors pour chaque accumulateur $E_{acu} = \frac{e_{bat}}{6} \simeq 1,9 \text{ V}$. En se reportant à la figure 1, on relève que lorsque $E_{acu} = 1,9 \text{ V}$, la batterie n'est chargée qu'à 10 %.

Ne confondez pas E_{acu} et e_{bat} .

4. Pour que les accumulateurs de la batterie soient chargés à 100 %, d'après le graphe FIGURE 1, il faut que la tension à leurs bornes soit de $E_{acu} = 2,5 \text{ V}$ donc que $e_{bat} = 6E_{acu} = 15 \text{ V}$.
Or i s'annule lorsque

$$ER_2 - (R_1 + R_2)e_{bat} = 0 \Rightarrow R_2(E - e_{bat}) = R_1 e_{bat} \Rightarrow R_2 = \frac{R_1 e_{bat}}{E - e_{bat}}$$

Pour $R_1 = 2,0 \, \Omega$ et $e_{bat} = 15 \text{ V}$, on calcule $R_2 = \frac{2 \times 15}{16 - 15} = 30 \, \Omega$.

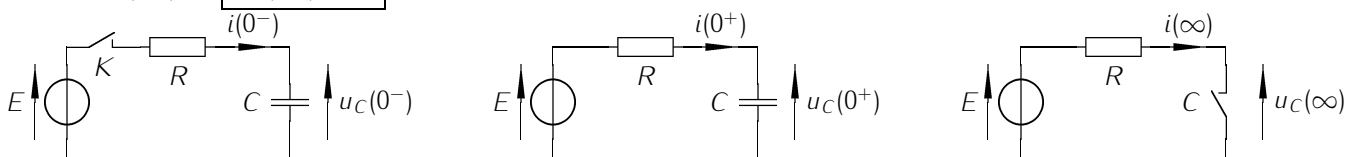
Soignez vos lectures graphique. Donnez l'expression littérale de R_2 .

B. Utilisation d'un condensateur

Charge d'un condensateur idéal à travers un résistor :

Questions de cours pur, il faut vous débrouiller pour atteindre cette partie du DS

1. Connaissant les conditions initiales ($i(0^-) = 0$ et $u_C(0^-) = 0$), on trace ci-dessous au centre le circuit équivalent à $t = 0^+$ en respectant la continuité de la tension aux bornes du condensateur :
 $u_C(0^-) = u_C(0^+) = 0$.

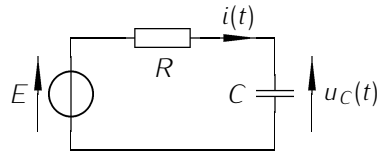


En régime permanent ($t \rightarrow \infty$) le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert (circuit ci-dessus à droite) et une loi des mailles permet d'obtenir $E - R \times 0 - u_C = 0$ d'où $u_C(\infty) = E$.

Le fait que le condensateur soit chargé implique $u_C = Cte$ mais il faut montrer que cette constante est $E \Rightarrow$ figures à tracer

2. La loi des mailles dans le circuit équivalent à $t = 0^+$ nous permet d'écrire $E - R \cdot i(0^+) - 0 = 0 \Rightarrow i(0^+) = \frac{E}{R}$. Dans le circuit de droite on lit $i(\infty) = 0$.
3. Charge du condensateur.

- (a) On donne $\tau = RC$, c'est la constante de temps du circuit, son unité est donc la **seconde**.
 On peut démontrer ce résultat en écrivant les relations constitutives $i = C \frac{du}{dt}$ pour un condensateur donc l'unité de C , le Farad est également l' A.s.V^{-1} alors que par application de la loi d'Ohm $u = Ri$ aux bornes d'un résistor d'où l'unité de R l'Ohm ou V.A^{-1} .
 On en déduit que **$[RC] = \text{A.s.V}^{-1} \cdot \text{V.A}^{-1}$, c'est à dire en seconde**.
- (b) On applique la loi des mailles dans le circuit ci-dessous pour $t \geq 0$, c'est à dire quand K est fermé, la tension à ses bornes u_K est alors nulle et



$$E - 0 - Ri(t) - u_C(t) = 0 \text{ avec } i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} \text{ soit } \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{\tau} = \frac{E}{\tau} \text{ avec } \tau = RC$$

- (c) La solution de cette équation est de la forme $sol = sol_H + sol_P$ somme de la solution de l'équation homogène et de la solution particulière.

L'énoncé demande d'établir $u_C(t)$, ne parachevez pas le résultat.

La sol_H est de la forme $A \cdot \exp(-\frac{t}{\tau})$ et sol_P de même nature que le second membre, constante, soit $u_C(t) = A \cdot \exp(-\frac{t}{\tau}) + B$ où A et B sont des constantes.

On détermine B , la solution particulière en l'injectant dans l'équation différentielle :

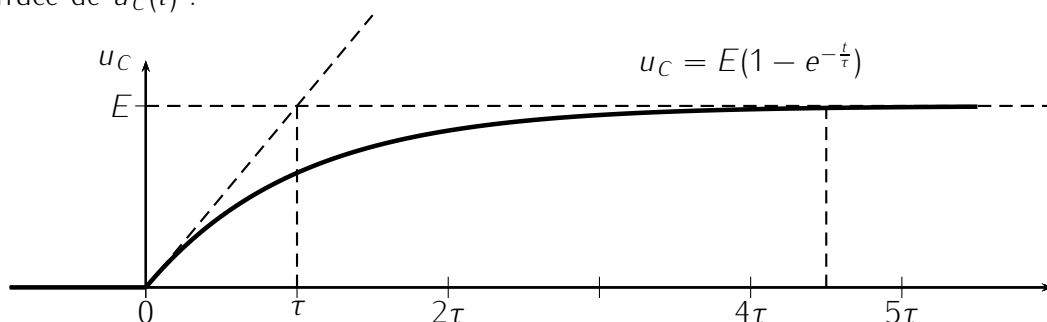
$$\frac{dB}{dt} + \frac{B}{\tau} = \frac{E}{\tau} \Rightarrow B = E$$

En utilisant la condition initiale, $u_C(0^+) = 0$, on détermine ensuite la constante A :

$$A \cdot \exp(0) + E = 0 \Rightarrow A = -E \Rightarrow u_C(t) = E \left[1 - \exp(-\frac{t}{\tau}) \right]$$

Vérifiez rapidement l'homogénéité et la cohérence avec la Cl.

- (d) Tracé de $u_C(t)$:



- Continuité de $u_C(t)$ (en particulier à $t = 0$).
- Pour $t > t_1$ grand devant τ (Cf plus loin), $u_C(t > t_1) \simeq E$: asymptote horizontale.
- La tangente à l'origine coupe l'asymptote E en $t = \tau$.

Inutile de calculer la tangente à l'origine par contre il faut soigner les tracés. Vérifiez la cohérence avec l'équation.

- (e) À la "fin de la charge", $u_C = E$, on cherche donc t_1 tel que $u_C = \frac{99}{100}E$ d'où $\frac{99}{100}E = E[1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}]$ soit $10^{-2} = e^{-\frac{t_1}{\tau}}$ et finalement, $t_1 = \tau \ln 100 \simeq 4,6\tau$.

**Effectuez réellement le calcul et simplifiez le résultat obtenu
(ne pas laisser la forme $-\tau \cdot \ln(0,01)$)**

4. À tout instant l'énergie $E_C(t)$ emmagasinée par le condensateur est $E_C(t) = \frac{1}{2}cu(t)^2$ et comme à la fin de la charge, $u_C(t \rightarrow \infty) = E$, on en déduit $E_C(\infty) = \frac{1}{2}CE^2$.

Lisez bien l'énoncé on demandait l'énergie à la fin de la charge

5. À la fin de la charge le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert donc $i(\infty) = 0$ or la puissance dissipée par effet Joule est ici $p_J(t) = Ri(t)^2$ à tout instant. Ainsi, à la fin de la charge, la puissance dissipée par effet Joule est nulle.

Ne confondez pas puissance et énergie, la question était claire : "la puissance à la fin de la charge", c'est-à-dire en régime permanent.