

## Programme de Colle numero 21 probabilités, espace vectoriel, dérivation

Semaine du 23 mars 2026 :

Algèbre Chapitre 10 : Espaces vectoriels

Algèbre Chapitre 11 : Espaces vectoriels de dimension fini (jusqu'à définition du rang, p8)

Probabilité Chapitre 1 : probabilités sur un ensemble fini.

Analyse : chapitre 9 : Dérivation (parties I et II)

)

### ? AUTO-TEST

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

► **AL10 : Espace vectoriel - généralité**

- Qu'est-ce qu'un espace vectoriel ? Pourquoi ce mot ? Donnez des exemples.
- Que signifie  $Vect(u_1, u_2, \dots, u_n)$  ? Combien de vecteurs dans cet ensemble ?
- Qu'est-ce qu'un sous espace vectoriel. Donnez des exemples.
- Qu'appelle-t-on "espace vectoriel engendré par une famille" ?
- Qu'est-ce que la somme de sous espace vectoriel ? Que signifie "somme directe" ? Comment le caractériser facilement ?
- Qu'est-ce qu'une famille génératrice ? Une famille libre ? Une famille liée ?
- Qu'est ce qu'une base ?
- Qu'est ce que la dimension d'un espace vectoriel ?
- Que note-t-on  $Mat_{\mathcal{B}}(u)$  ? Donnez des exemples.

► **PR01 : Probabilités sur un ensemble fini**

- Qu'est-ce que l'univers ? Qu'est-ce qu'un événement ?
- Qu'est-ce qu'une probabilité ?
- Qu'est-ce qu'un espace probabilisé ?
- Présentez la probabilité uniforme : formule, utilisation,...
- Qu'appelle-t-on probabilité conditionnées par un événement ?
- Qu'est-ce que la formule des probabilités composées ?
- Énoncez la formule des probabilités totales.
- Retrouver les deux formules de Bayes à partir des autres formules.
- Qu'est ce que l'indépendance d'événements ? L'indépendance 2 à 2 ?

► **AL11 : Espace vectoriels de dimension finie**

- Que signifie "extraire une base" ?
- Que signifie "compléter en une base" ?
- Que dire du cardinal d'une famille libre dans un espace vectorielle de dimension finie ? d'une famille génératrice ?
- Que dire de la dimension d'un sev par rapport à la dimension de l'espace vectoriel ? Que se passe-t-il en cas d'égalité ?

**AN9 : Dérivation**

- Qu'est-ce qu'un développement limité d'ordre 1 ? Quel lien avec la dérivée ?
- Quel lien entre extremum et dérivée ? Quelle hypothèse essentielle doit être vérifiée pour la "place" de l'extremum ?
- Énoncer le théorème des accroissements finis.
- Qu'est-ce qu'une fonction  $k$ -lipschitzienne ? Quel lien avec le TAF ?
- Qu'est ce que le théorème de la limite de la dérivée ? Exemples d'utilisation.

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



## COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

- ▶ Résoudre un problème de probabilités en détaillant  $\Omega$ ,  $P$  et les événements associés au problème
- ▶ Résoudre un problème de probabilités en ne détaillant pas  $(\Omega, P)$ , mais en posant proprement un système complet d'événements à fin d'employer les formules des probabilités totales, ou la deuxième formule de Bayes.
- ▶ Montrer qu'un espace est un sous espace vectoriel.
- ▶ Ecrire un sous espace vectoriel sous la forme  $Vect(\mathcal{F})$  où  $\mathcal{F}$  est une famille de vecteur.
- ▶ Montrer qu'une famille de vecteur est libre ou liée.
- ▶ Montrer qu'une famille est une base, en déduire la dimension d'un espace.
- ▶ Compléter ou extraire une base.
- ▶ Exploiter les propriétés de la dimension finie



## DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

- ▶ Montrez que si  $\mathcal{F}$  est libre, alors  $card(\mathcal{F}) \leq dim(E)$ , et qu'en cas d'égalité,  $\mathcal{F}$  est une base.
- ▶ Montrez que si  $\mathcal{F}$  est génératrice, alors  $card(\mathcal{F}) \geq dim(E)$ , et qu'en cas d'égalité,  $\mathcal{F}$  est une base.
- ▶ Montrez que si  $f$  dérivable sur  $]a, b[$  admet un extremum en  $c \in ]a, b[$ , alors  $f'(x) = 0$ .
- ▶ Démontrez le théorème de Rolle.