

OM Outils mathématiques : le barycentre

PCSI₂ 2025 – 2026

Définition : Soit un ensemble de n points $\{M_i\}_{i \in \llbracket 1;n \rrbracket}$ et un ensemble de n réels $\{m_i\}_{i \in \llbracket 1;n \rrbracket}$ de somme non nulle. On définit le barycentre G des points $\{M_i\}_{i \in \llbracket 1;n \rrbracket}$ affectés des poids $\{m_i\}_{i \in \llbracket 1;n \rrbracket}$ de la façon suivante :

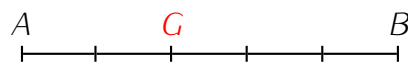
$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \overrightarrow{OM_i}}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Il s'agit d'une moyenne pondérée.

Exemple :

Soit $[AB]$ un segment, construire le barycentre G de $(A, 3)$ et $(B, 2)$

- Le point G vérifie : $\overrightarrow{AG} = \frac{2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AA}}{2+3}$
- $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$



Remarque : Cette définition est indépendante du point O . En particulier, on en déduit :

$$\overrightarrow{GG} = \vec{0} \Rightarrow \sum_{i=1}^n m_i \overrightarrow{GM_i} = \vec{0}$$

Propriété : Soit un premier système de points $\{M_i\}_{i \in \llbracket 1;n \rrbracket}$ associés aux poids $\{m_i\}_{i \in \llbracket 1;n \rrbracket}$ dont le barycentre est G et un deuxième système de points $\{M'_i\}_{i \in \llbracket 1;n' \rrbracket}$ associés aux poids $\{m'_i\}_{i \in \llbracket 1;n' \rrbracket}$ dont le barycentre est G' . On pose $m = \sum_{i=1}^n m_i$ et $m' = \sum_{i=1}^{n'} m'_i$, alors le barycentre de l'ensemble des points affectés de leur poids respectif est le barycentre de G et G' affectés des poids m et m' .