

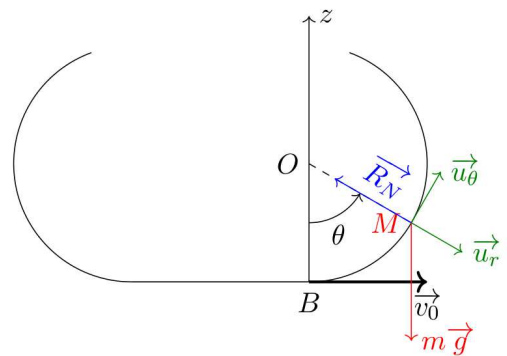
**Attention :**

- Justifiez tous vos résultats, commentez les applications numériques si cela vous semble pertinent.
- Tout résultat non justifié sera systématiquement considéré comme faux.
- Soignez la présentation : faites de belles figures, encadrez les résultats, aérez votre copie.
- Les résultats non homogènes seront sanctionnés.

SOUVENIRS DU DS<sub>5</sub>

- Q1 1. Vous observez en mode XY les deux signaux  $u_e = E \cos(\omega t)$  et  $u_s = S \cos(\omega t + \varphi)$ . Que voyez-vous à l'écran si  $\varphi = 0$  ? si  $\varphi$  est quelconque ?
- Q2 2. Comment est alimenté un ALI ?
- Q3 3. Souhaitez tracer le diagramme de Bode d'un filtre. Quelles mesures effectuez-vous ? Que calculez-vous ? Comment doivent être répartis les points de mesure ?
- Q4 4. Expliquez comment vous mesurez un déphasage entre deux tensions synchrones. *On s'appuiera sur un schéma, on détaillera les mesures à effectuer et les calculs pour conclure.*

Le half-pipe est resté à l'ombre toute la journée et est donc glacé, les frottements du snowboard sur la neige sont alors négligeables. On considère que la snowbordeuse arrive sur le demi-tube, en B, avec un vecteur vitesse  $\vec{v}_0$  de norme  $v_0 = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  comme indiqué sur le schéma. Le half-pipe est assimilé à un demi-cylindre de rayon  $R = 5 \text{ m}$ .



- Q5 1. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur en fonction de  $m, g$  et  $z$ , puis en fonction de  $m, g, R$  et  $\theta$ .
- Q6 2. Que peut-on dire de l'énergie mécanique lors du mouvement sur le half-pipe ?

On se propose de réaliser un filtre pour accéléromètre. Les accéléromètres sont des composants dont le premier objectif est de mesurer l'accélération. On peut en trouver dans de nombreux appareils tels les téléphones portables ou les manettes de Wii.

Un deuxième objectif sera d'étudier un traitement analogique permettant d'obtenir la vitesse et la position à partir de la mesure du signal fourni par l'accéléromètre.

On donne ci-dessous les formes canoniques d'un certain nombre de filtres du premier et du second ordre.  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$  représente la pulsation réduite et  $\omega_0$  la pulsation propre.

$$\underline{H}_1(jx) = \frac{H_0}{1 + jx} \quad \underline{H}_2(jx) = \frac{H_0 jx}{1 + jx} \quad \underline{H}_3(jx) = \frac{H_0(1 + (jx)^2)}{1 + \frac{jx}{Q} + (jx)^2}$$

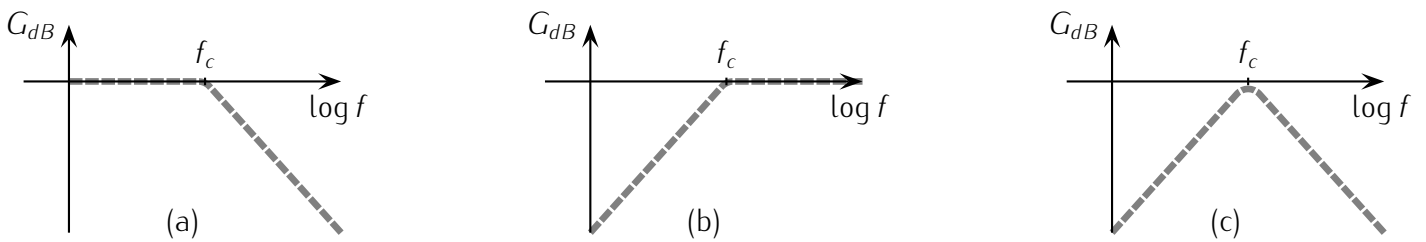
$$\underline{H}_4(jx) = \frac{H_0}{1 + \frac{jx}{Q} + (jx)^2} \quad \underline{H}_5(jx) = \frac{H_0 \frac{jx}{Q}}{1 + \frac{jx}{Q} + (jx)^2} \quad \underline{H}_6(jx) = \frac{H_0 (jx)^2}{1 + \frac{jx}{Q} + (jx)^2}$$

# 1 Suppression de la composante continue

Les composants électroniques ont un comportement qui varie très légèrement avec la température, ce qui fait que la plupart des appareils de mesure ont une légère composante continue ou basse fréquence qui ne reflète pas nécessairement le signal que l'on cherche à étudier (l'accélération ici).

L'échelle de temps typique considérée pour ces variations indésirables est de l'ordre de 50 s au moins, soit des fréquences inférieures à 0,02 Hz.

Pour éliminer ce problème, on traite le signal en le faisant passer par un filtre de fréquence de coupure  $f_c = 1$  Hz.



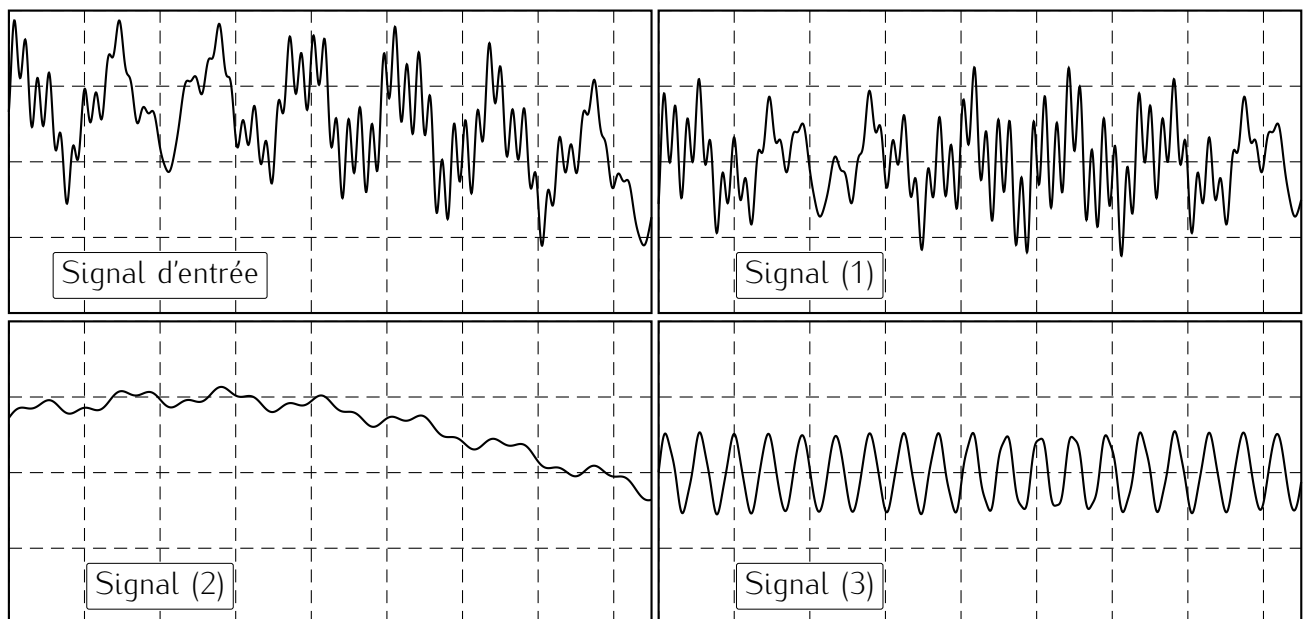
Q7 1. Parmi les filtres (a), (b) et (c) proposés ci-dessus, lequel correspond le mieux à l'utilisation que l'on veut en faire ? Justifier brièvement.

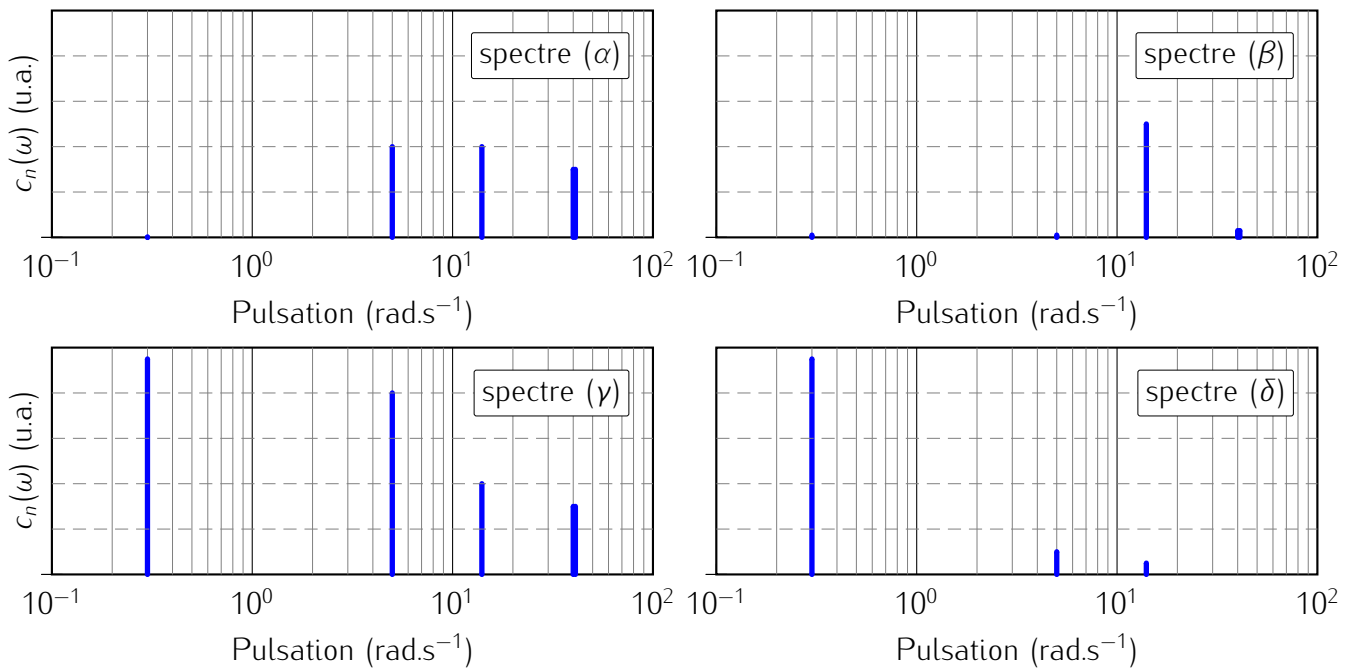
Q8 2. On considère le signal représenté ci-dessous à gauche (signal d'entrée) en entrée des filtres ainsi que les trois signaux de sorties obtenus dans le désordre.

On donne aussi les 4 spectres correspondants à ces signaux (à nouveau dans le désordre).

Indiquer, en expliquant brièvement votre choix, à quel signal (entrée, 1, 2 et 3) correspond quel spectre ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  et  $\delta$ ). On synthétisera les réponses dans un **tableau**.

| Signal                     | Entrée | (1) | (2) | (3) |
|----------------------------|--------|-----|-----|-----|
| Spectre                    |        |     |     |     |
| Filtre (Question suivante) | —      |     |     |     |





- Q9 3. On considère toujours le signal d'entrée en entrée des filtres proposés. Indiquer, en expliquant brièvement votre choix, à quel signal de sortie (1, 2 et 3) correspond quel filtre (a, b et c). On ajoutera les réponses sur le **tableau** précédent.
- Q10 4. On reprend le filtre choisi à la première question. Déterminer l'ordre du filtre sachant que l'amplitude du signal à 0,01 Hz est atténuée d'un facteur 100 par rapport à celle d'un signal à 0,1 Hz. On pourra justifier en effectuant une étude asymptotique de la fonction de transfert suivante

$$\underline{H}_n(j\omega) = \frac{H_0 \left( j \frac{\omega}{\omega_c} \right)^n}{1 + \left( j \frac{\omega}{\omega_c} \right)^n} = \frac{H_0 \left( j \frac{f}{f_c} \right)^n}{1 + \left( j \frac{f}{f_c} \right)^n}$$

correspondant à un filtre d'ordre  $n$ . On rappelle que pour le filtre choisi, on a  $f_c = 1$  Hz.

# ATOME DE BOHR

Données numériques :

- Masse de l'électron :  $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$  kg ;
- Charge du proton :  $e = 1,60 \times 10^{-19}$  C ;
- Constante de Planck :  $h = 6,63 \times 10^{-34}$  J.s ;
- Rapport des masses proton/électron :  $\frac{m_p}{m_e} = 1,84 \times 10^3$  ;
- Célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \times 10^8$  m/s ;
- Permittivité diélectrique du vide :  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$  F/m ;
- Constante de gravitation universelle :  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  USI ;

Ce modèle est un complément du modèle planétaire d'Ernest Rutherford (1911) qui décrit l'atome d'hydrogène comme un noyau massif et chargé positivement, autour duquel se déplace un électron chargé négativement.

Le problème posé par ce modèle est que l'électron, charge électrique, est en rotation autour du noyau et a donc une accélération non nulle. Or, en électromagnétisme, une charge accélérée rayonne de l'énergie (voir cours sur le rayonnement dipolaire). Par conservation, l'énergie rayonnée par l'électron devrait être perdue par l'électron et il devrait donc finir par s'écraser sur le noyau.

Le modèle d'atome d'hydrogène proposé par Niels Bohr (1913) s'appuie principalement sur les axiomes suivants, dans un référentiel galiléen :

- a. l'électron décrit une trajectoire circulaire de rayon  $r$  sur laquelle il ne rayonne pas ;
- b. l'électron échange de l'énergie avec l'extérieur lorsqu'il change de trajectoire circulaire ;
- c. axiome de quantification : le moment cinétique de l'électron ( $m_e v r$ ) est quantifiée et vaut :

$$m_e v r = n \hbar$$

$v$  étant la vitesse de l'électron,  $n$  un entier naturel non nul et  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  la constante de Planck réduite.

De plus, à chaque valeur de l'entier  $n$  correspond une valeur du rayon, de la vitesse et de l'énergie, notées respectivement  $r_n$ ,  $v_n$  et  $E_n$ .

On considère un atome d'hydrogène constitué d'un proton (charge  $e$ , masse  $m_p$ ) et d'un électron (charge  $-e$ , masse  $m_e$ ). Le proton, situé en un point  $O$ , est supposé immobile. L'électron, en  $M$  est repéré par le vecteur  $\overrightarrow{OM} = r \vec{e}_r = r \frac{\overrightarrow{OM}}{OM}$ .

- Q11 1. Justifier l'unité de la constante de Planck.
- Q12 2. Montrer que l'on peut négliger la force gravitationnelle de norme  $G \frac{m_e m_p}{r^2}$  devant la force électrostatique de norme  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$  entre le proton et l'électron.
- Q13 3. (a) Appliquer la deuxième loi de Newton à l'électron pour déterminer l'expression de la vitesse de l'électron en fonction de  $r$ . On rappelle que la trajectoire est circulaire.
- Q14 (b) En déduire l'expression de son énergie cinétique  $E_c$  en fonction de  $r$ .
- Q15 4. L'énergie potentielle dont dérive la force électrostatique s'écrit  $E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ . Vérifier que  $E_p + 2E_c = 0$  (théorème du viriel).
- Q16 5. En utilisant l'axiome de quantification, exprimer le rayon  $r_n$  en fonction de  $n$  et de  $r_1$  (correspondant à  $n = 1$ ). Exprimer  $r_1$  en fonction de  $\epsilon_0$ ,  $m_e$ ,  $e$  et  $\hbar$ . Calculer  $r_1$  numériquement.
- Q17 6. Vérifier l'homogénéité du résultat précédent donnant l'expression de  $r_1$ .

- Q18 7. Exprimer la vitesse  $v_n$  en fonction de  $n$  et de  $v_1$ . Exprimer  $v_1$  en fonction de  $\epsilon_0$ ,  $e$ , et  $\hbar$ . Calculer numériquement  $v_1$ . Comparer sa valeur à celle de  $c$  (vitesse de la lumière dans le vide). Conclure.
- Q19 8. Déterminer la relation entre la longueur d'onde de de Broglie  $\lambda_n$  et le périmètre de sa trajectoire. Interpréter le résultat géométriquement en terme d'onde stationnaire.
- Q20 9. Déterminer l'énergie mécanique totale  $E_n$  de l'électron et l'écrire sous la forme  $E_n = \frac{E_1}{n^2}$  en précisant l'expression de  $E_1$  en fonction de  $\epsilon_0$ ,  $m$ ,  $e$  et  $\hbar$ .
- Q21 10. On appelle « état fondamental » de l'atome l'état d'énergie minimale. Calculer numériquement sa valeur en électron-volt. ( $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$ ).
- Q22 11. Représenter graphiquement sur un axe vertical orienté positivement vers le haut les niveaux d'énergie successifs  $E_n$  de l'atome d'hydrogène (l'axe sera gradué en eV). Quelle est son énergie d'ionisation  $E_i$  à partir de l'état fondamental ?
12. La désexcitation d'un électron du niveau  $p$  au niveau  $n$  avec  $p > n$  s'accompagne de l'émission d'un photon en respectant la conservation de l'énergie pour le système total. Calculer la longueur d'onde  $\lambda$  du photon et la mettre sous la forme
- $$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$$
- Q23 Exprimer la constante de Rydberg  $R_H$  en fonction de  $E_1$ ,  $h$  et  $c$ . Donner sa valeur en unité du système international.
- Q24 13. Johann Balmer a identifié des raies visibles de l'hydrogène (1885). Il a proposé une formule empirique donnant leurs longueurs d'onde justifiée a posteriori par la mécanique quantique. Vérifier que la formule de la question précédente avec  $n = 2$  permet de retrouver la valeur des longueurs d'onde de la série de Balmer : 661 nm ; 489 nm ; 437 nm, ...
- Q25 14. Dans quel domaine se situe la série de Lyman (1906) avec  $n = 1$  ? Dans quel domaine se situent les séries de Paschen (1908), Brackett (1922) et Pfund (1924) correspondant respectivement à  $n = 3, 4$ , et  $5$  ?

## SÉPARATION PAR RÉSONANCE CYCLOTRON IONIQUE

### I. Mouvement d'un ion dans un champ magnétique uniforme.

Les vitesses des diverses particules considérées ici seront très inférieures à celle de la lumière.

Les données suivantes (notation standard) serviront dans plusieurs questions (u.m.a = unité de masse atomique).

$$\begin{array}{l} m_{\text{électron}} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\ m_{235 \text{ U}^+} = 235 \text{ u.m.a.} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ m_{238 \text{ U}^+} = 238 \text{ u.m.a.} \end{array} \quad \right| \quad \begin{array}{l} 1 \text{ u.m.a.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1} \end{array}$$

On étudie le mouvement d'une particule chargée de masse  $m$ , de charge  $q$  et de vitesse  $\vec{v}$  dans un champ magnétique uniforme et stationnaire  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_z$  ( $B_0 > 0$ ) orienté selon l'axe  $Oz$  d'un référentiel galiléen muni d'une base orthonormée  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ . Les composantes de la vitesse dans ce référentiel sont notées  $v_x$ ,  $v_y$  et  $v_z$ .

- Q26 1. Écrire l'équation fondamentale de la dynamique dans ce référentiel. On obtient un système différentiel couplé, reliant  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$  et leurs dérivées premières.

- Q27 2. En déduire l'équation différentielle du deuxième ordre portant sur  $v_x$ . On introduira la *pulsation cyclotron*  $\omega_c = \frac{|q|B_0}{m}$  et  $\varepsilon = \frac{q}{|q|}$ . (On pourra dériver l'une des équations par rapport au temps pour la réinjecter dans l'autre.)
- Q28 3. Donner la solution du système de la question 1, sachant que les composantes de la vitesse à l'instant  $t = 0$  sont  $v_x(0) = v_\perp > 0$ ,  $v_y(0) = 0$  et  $v_z(0) = v_\parallel > 0$ . (Servez-vous de la seconde loi de Newton pour trouver les conditions initiales sur les accélérations.)
- Q29 4. Donner alors les équations du mouvement en prenant l'origine des coordonnées comme position initiale et en introduisant le *rayon de Larmor*  $\rho_L = v_\perp / \omega_c$ .
- Q30 5. Nommer la trajectoire, indiquer son allure sur un schéma et le sens de parcours d'un ion positif sur cette dernière.
- Q31 6. Application numérique :  $B_0 = 2,5 \text{ T}$  et  $\frac{1}{2}mv_\perp^2 = 10 \text{ eV}$ . Calculer les valeurs  $\rho_{L,e}$  et  $\omega_{c,e}$  de  $\rho_L$  et de  $\omega_c$  pour un électron,  $\rho_{L,1}$  et  $\omega_{c,1}$  pour un ion  $^{235}\text{U}^+$  et  $\rho_{L,2}$  et  $\omega_{c,2}$  pour un ion  $^{238}\text{U}^+$ . À quel domaine des ondes électromagnétiques appartiennent les fréquences cyclotron ioniques des ions d'uranium ?

## II. La résonance cyclotron ionique.

Au champ magnétique uniforme et stationnaire précédent  $\vec{B}_0$  se superpose maintenant un champ électrique uniforme  $\vec{E}_0(t) = -E_0\vec{u}_x \sin \omega t - E_0\vec{u}_y \cos \omega t$ . On se place dans l'*approximation des régimes quasi stationnaires* et l'on s'intéresse uniquement à un ion positif ( $\varepsilon = +1$ ). On introduira la vitesse transverse complexe  $\underline{w} = v_x + jv_y$ , ( $j^2 = -1$ ).

- Q32 1. On considère d'abord le cas non résonant ( $\omega \neq \omega_c$ ). À l'instant initial,  $v_x(0) = v_\perp$ ,  $v_y(0) = 0$  et  $v_z(0) = v_\parallel$ ; établir alors l'expression suivante de la vitesse à l'instant  $t$  :

$$\underline{w} = v_\perp \exp(-j\omega_c t) + \frac{qE_0}{m(\omega_c - \omega)} [\exp(-j\omega_c t) - \exp(-j\omega t)]$$

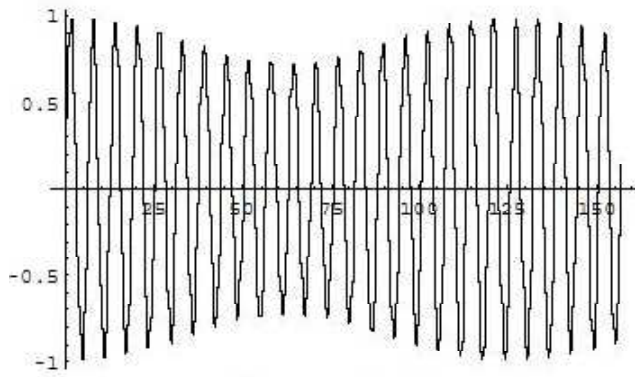
- Q33 2. Établir l'expression du vecteur position de la particule en fonction du temps, l'origine  $O$  des coordonnées étant la position initiale. On pourra introduire  $r_\perp = x + jy$ .
- Q34 3. Établir, dans le cas résonant ( $\omega = \omega_c$ ) et avec les mêmes conditions initiales, l'expression de la vitesse transverse complexe, sous la forme  $\underline{w}(t) = F(t) \exp(-j\omega_c t)$ .  
Que dire de la projection de la trajectoire dans le plan  $Oxy$  ?
- Q35 4. Commenter l'allure des courbes données ci-dessous. On a utilisé les unités réduites  $X = x/\rho_L$ ,  $Y = y/\rho_L$ ,  $Z = z/\rho_L$  et  $u = \omega_c t$ .

Pour la lisibilité des figures, les échelles des axes pour les trajectoires dans l'espace et leurs projections dans le plan  $XY$  ne sont pas les mêmes.

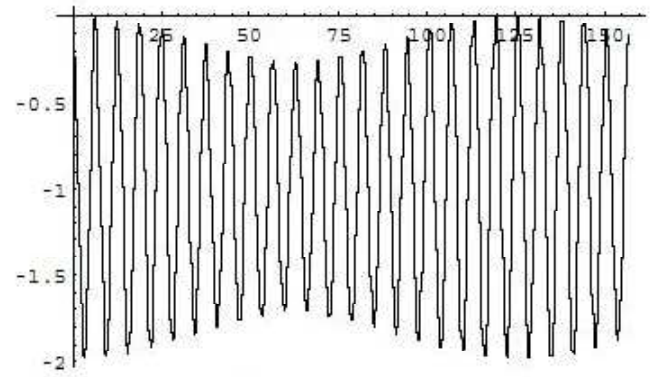
Les calculs ont été effectués avec les valeurs numériques suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} E_0 = 50 \text{ V.m}^{-1} \\ \frac{\omega}{\omega_c} = 1,05 \end{array} \right| \left. \begin{array}{l} v_\perp = 2,84 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1} \\ v_\parallel = 2,00 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1} \end{array} \right| \begin{array}{l} B_0 = 2,5 \text{ T} \\ 0 \leq \omega_c t \leq 50\pi \end{array}$$

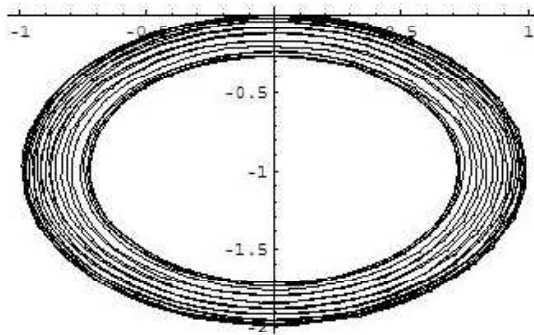
**Cas non résonant ( $\omega \neq \omega_c$ ).**



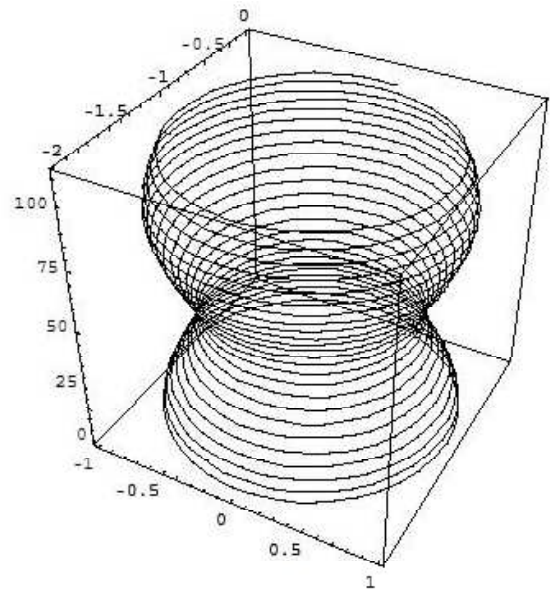
Abscisse  $X(u)$



Ordonnée  $Y(u)$

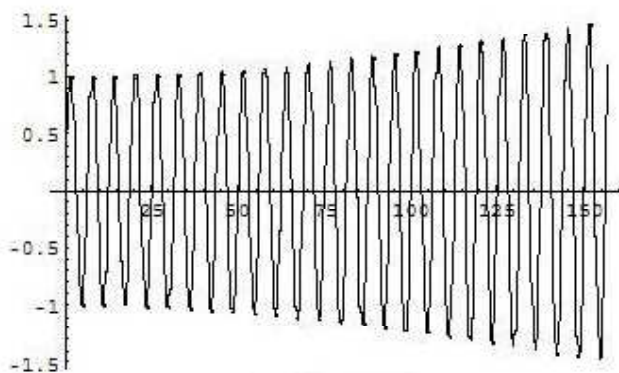


Trajectoire dans le plan  $XY$

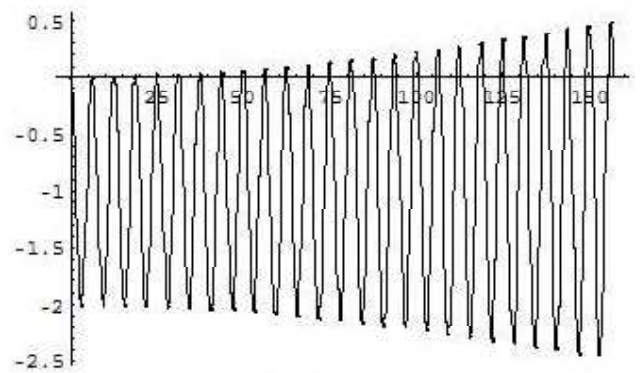


Trajectoire dans l'espace

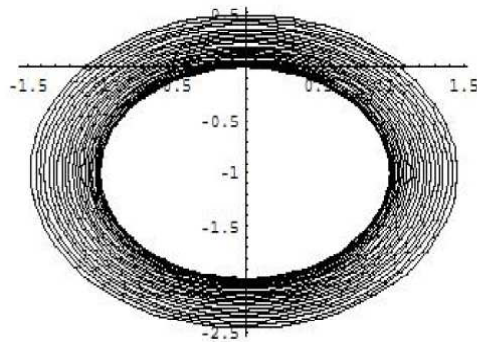
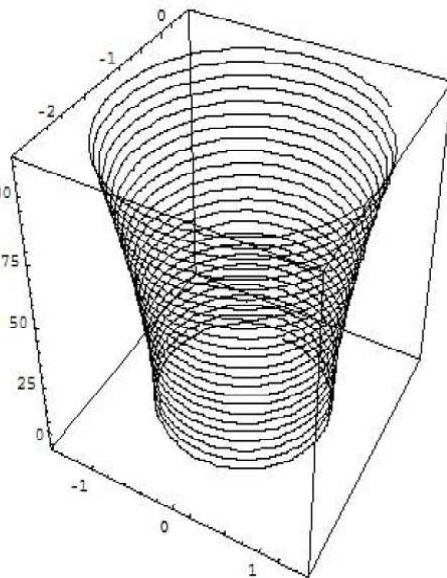
Cas résonant ( $\omega = \omega_c$ ).



Abscisse  $X(u)$



Ordonnée  $Y(u)$

Trajectoire dans le plan  $XY$ 

Trajectoire dans l'espace

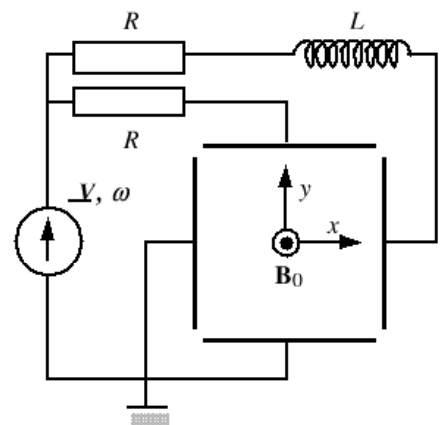
- Q36 5. Justifier le terme de *résonance cyclotron ionique*. Pourquoi faut-il que dans les dispositifs réels le champ magnétostatique  $\vec{B}_0$  soit homogène à mieux que 0,5 % près ?
- Q37 6. Justifier la structure (direction, sens à chaque instant) du champ électrique nécessaire pour observer la résonance cyclotron ionique.
- Q38 7. Application numérique : calculer le rayon de giration (courbure maximale de la projection horizontale de la trajectoire) atteint par un ion résonant  $^{235}\text{U}^+$  de vitesse  $v_{||} = 2.10^3 \text{ m.s}^{-1}$ , excité par un champ d'amplitude  $E_0 = 50 \text{ V.m}^{-1}$ , dans le champ  $\vec{B}_0$  précédent de 2,5 T, qui s'étend sur une longueur de 2 m comptée sur l'axe  $Oz$ .

### III. Principe de la séparation isotopique par résonance.

La méthode de séparation isotopique par résonance cyclotron ionique repose sur des résultats des parties I et II. On veut créer un champ  $\vec{B}_0$  dans un cylindre circulaire (rayon 25 cm, longueur 2 m) à l'aide d'un enroulement de type solénoïdal parcouru par un courant  $I_0$  constant. Le bobinage est constitué de 23 km de fil en alliage supraconducteur Niobium – Titane, de diamètre égal à 2 mm.

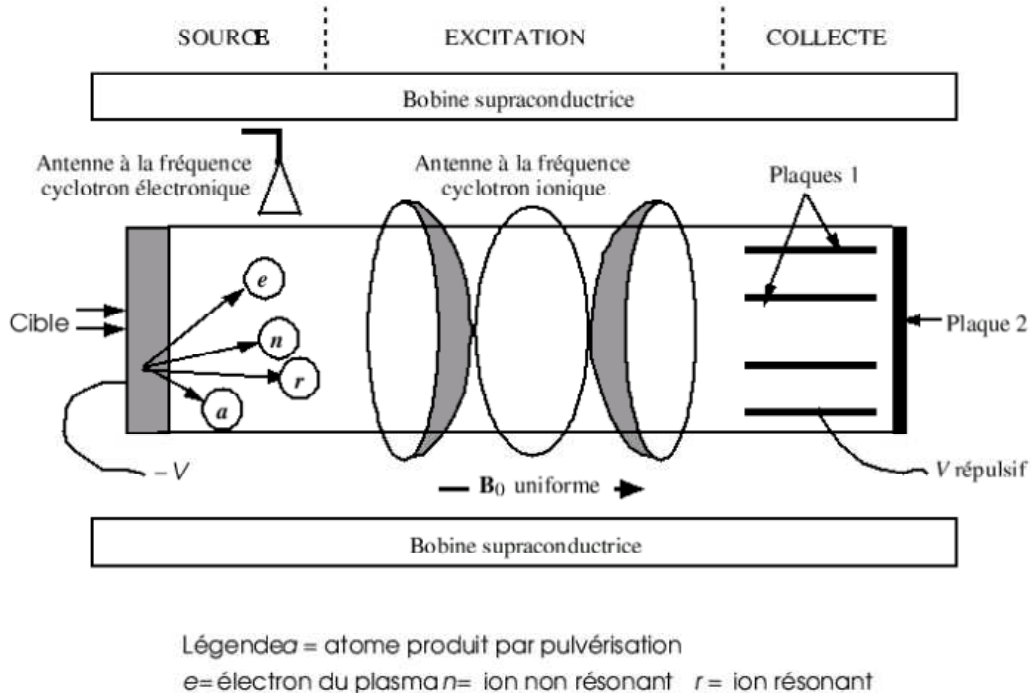
En dessous d'une certaine température, la résistivité d'un matériau supraconducteur est rigoureusement nulle. L'enroulement est porté à une température suffisamment basse pour qu'il en soit ainsi. Le champ produit doit être aussi uniforme que possible, et d'intensité  $B = 2,5 \text{ T}$ , on a alors  $I_0 = 652 \text{ A}$ .

- Q39 1. Quelle serait la puissance Joule dégagée par le même conducteur en cuivre (la résistance d'un fil électrique est donné par  $R = \frac{l}{s\sigma}$  où  $l$  est la longueur du fil et  $s$  sa section et  $\sigma$  la conductivité. Conductivité du cuivre  $\sigma = 5,7.10^7 \Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$ ) ? Pourquoi choisir un alliage supraconducteur ? Quelle conclusion en tirer sur le domaine de température probable de fonctionnement de ce bobinage ? Citez un des buts des recherches menées actuellement sur les supraconducteurs.
- Q40 2. Le champ électrique  $\vec{E}(t)$  est produit par deux condensateurs plans ; Le champ électrique  $\vec{E}(t)$  produit par deux condensateurs plans est, en première approximation (en négligeant les effets de bords), uniforme et dirigé dans le sens des potentiels décroissants, sa



norme est  $E(t) = \frac{U(t)}{e}$ . Illustrer sur un schéma la manière de situer les condensateurs l'un par rapport à l'autre et par rapport à la direction  $Oz$  du champ  $\vec{B}_0$ . On souhaite alimenter ces deux condensateurs à partir d'une unique source idéale de tension. Ces deux condensateurs ont la même capacité  $C$  et sont sans influence l'un sur l'autre. Le montage ci-contre peut-il convenir ? Étayez votre réponse en déterminant la valeur de l'inductance  $L$  et de la résistance  $R$  en fonction de la capacité  $C$  et de la pulsation  $\omega$  et en vous appuyant sur des ordres de grandeur acceptables.

- Q41 3. L'ensemble des ions résonants crée un champ électrique antagoniste au champ  $\vec{E}(t)$ . Cela conduit à une diminution du champ électrique introduit et l'on doit mettre en œuvre une antenne de couplage accordable dans la gamme des fréquences cyclotron ionique (notablement différente des deux condensateurs envisagés précédemment) pour créer le champ  $\vec{E}$  dans le volume désiré.



D'un côté de la région où règnent les champs  $\vec{E}(t)$  et  $\vec{B}_0$  se trouve une source de plasma capable de volatiliser puis d'ioniser un métal (par exemple de l'uranium naturel, mélange des deux isotopes 235 et 238). Un champ électrostatique d'amplitude modeste donne à ces ions (supposés tous ionisés une seule fois) une vitesse  $v_{||} > 0$  au moment où ils entrent dans le domaine où règnent  $\vec{E}(t)$  et  $\vec{B}_0$ .

La collecte des ions se situe dans l'autre partie du dispositif schématisé ci-dessous.

On règle la fréquence d'alimentation de l'antenne de couplage sur la valeur  $\omega = \omega_{c,1}$ , telle que définie à la question I. 6. Schématiser par un dessin les trajectoires des ions  $^{235}\text{U}^+$  et  $^{238}\text{U}^+$  issus de la source. Que récolte-t-on sur l'ensemble des plaques disposées parallèlement (plaques 1) et sur la plaque 2 ?

- Q42 Où retire-t-on l' "Uranium enrichi" ? À quoi sert l'Uranium enrichi ? Pourquoi faut-il l'enrichir ? Connaissez-vous d'autres procédés d'enrichissement de l'Uranium ?

# ATOME DE BOHR

Q1 1.  $h\nu$  est une énergie avec  $\nu$  en  $s^{-1}$ .

2.

$$\frac{\mathcal{G}_{\frac{m_e m_p}{r^2}}}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}} = \frac{4\pi\epsilon_0 \mathcal{G}_{m_e m_p}}{e^2} \simeq 4,4 \times 10^{-40}$$

Q2

Il n'est pas nécessaire de connaître  $r$  puisqu'il apparaît de la même façon dans les deux forces et que l'on peut donc faire le rapport.

Q3

3. (a)  $-m_e \frac{v^2}{r} \vec{e}_r = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \vec{e}_r \Rightarrow v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e r}}$

(b)  $E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$  Il vaut mieux simplement repartir du PFD et multiplier les deux membres par  $r/2$  : moins de risque d'erreur qu'en prenant l'expression de  $v$  et en remplaçant dans l'énergie cinétique.

Q4

Q5

4. Avec l'expression ci-dessus, on voit  $E_c = -E_p/2$  d'où le théorème du Viriel.

5.  $m_e v_n r_n = n\hbar$  or  $v_n = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e r_n}}$ . On a donc  $m_e \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e r_n}} r_n = n\hbar \Rightarrow \frac{m_e e^2}{4\pi\epsilon_0} r_n = n^2 \hbar^2$  et en faisant le rapport  $\frac{r_n}{r_1} = n^2 \Rightarrow r_n = n^2 r_1$ . De plus  $r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = 5,3 \times 10^{-11} \text{ m}$

Q6

6. homogénéité Pour se débarrasser de  $\epsilon_0$  et de  $e$ , on a intérêt à se ramener à une force ou une énergie avec une formule qui fait intervenir les deux. Par exemple l'énoncé nous donne :

Q7

$\left[ \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right] = E$  d'où  $\left[ \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right] = E.L$ . De plus, on sait que  $[\hbar] = E.T$  d'où dans la formule précédente  $\left[ \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} \right] = \frac{(E.T)^2}{M.E.L} = \frac{E.T^2}{M.L} = \frac{M.L^2.T^{-2}.T^2}{M.L} = L$  et comme  $[r_1] = L$  le résultat est bien homogène.

7.  $m_e v_n r_n = n\hbar$  d'où  $\frac{v_n r_n}{v_1 r_1} = n$  or on a vu que  $\frac{r_n}{r_1} = n^2$  d'où  $v_n = \frac{v_1}{n}$

$v_1 = \frac{\hbar}{m_e r_1} = \frac{\hbar}{m_e} \frac{m_e e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} = 2,2 \times 10^6 \text{ m/s}$  soit à peu près 0,7% $c$  et l'électron n'a donc pas besoin d'être considéré comme relativiste ici.

Q8

8.  $\lambda_n = \frac{h}{m_e v_n} = \frac{h}{\frac{\hbar}{n r_n}} \Rightarrow n \lambda_n = 2\pi r_n$  : le périmètre est un multiple entier de la longueur d'onde de Broglie et les « orbites » autorisées à l'électron dans ce modèle correspondent aux ondes stationnaires possibles (l'électron « revient » en phase avec lui même).

Q9

9.  $E_n = E_p + E_c = -E_c$  (en utilisant le théorème du viriel vu plus haut) d'où  $E_n = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{n^2 r_1} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{n^2} \frac{m_e e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2} = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}$  d'où  $E_1 = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2} = -13,6 \text{ eV}$ .

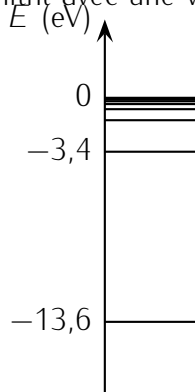
Q10

Q11

10. C'est  $E_1$  car ensuite  $1/n^2$  décroît donc  $-1/n^2$  croît. cf au dessus pour la valeur numérique.

Q12

11. l'énergie d'ionisation à partir du fondamental est  $-E_1$  : c'est l'énergie à fournir pour arriver à l'infini avec une vitesse nulle, ce qui était par convention l'origine des énergies.



On voit sur le graphique que rapidement les niveaux sont très rapprochés les uns des autres.

Q13 12.  $\frac{hc}{\lambda} = E_p - E_n \Rightarrow$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$$

avec  $R_H = \frac{E_1}{hc} = 1,1 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ .

Q14 13. Ok (numériquement je trouve 656; 486; 434 mais cela vient sans doute des arrondis fait pour exprimer  $R_H$ )

Q15 14. Lyman (1906) : UV ; Pashen (1908), Brackett (1922) et Pfund (1924) : IR.

## SÉPARATION PAR RÉSONANCE CYCLOTRON IONIQUE

### I. Mouvement d'un ion dans un champ magnétique uniforme.

1. On travaille dans le référentiel galiléen lié au laboratoire, le système est la particule, le système de coordonnées adopté est le système cartésien. Vu la très faible masse de la particule, on négligera son poids devant la force de Lorentz  $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}_0$ . Le principe fondamental de la dynamique donne alors :

$$m\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B}_0 \iff m \begin{vmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{vmatrix} = q \begin{vmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} qB_0v_y \\ -qB_0v_x \\ 0 \end{vmatrix} \iff \begin{vmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{qB_0}{m}v_y \\ -\frac{qB_0}{m}v_x \\ 0 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{matrix}$$

2. En dérivant l'équation (1) par rapport au temps,  $\ddot{v}_x = \frac{qB_0}{m}\dot{v}_y$  et d'après (2),  $\dot{v}_y = -\frac{qB_0}{m}v_x$ , on en déduit :

$$\ddot{v}_x = -\frac{q^2B_0^2}{m^2}v_x = -\omega_c^2v_x \quad \text{avec} \quad \omega_c^2 = \frac{q^2B_0^2}{m^2} \Rightarrow \omega_c = \frac{|q|B_0}{m} \quad \text{indépendant du signe de } q$$

3. D'après l'équation précédente,  $v_x$  est de la forme  $v_x = A \cos(\omega_c t + \varphi)$  avec  $A$  et  $\varphi$  des constantes à déterminer à l'aide des conditions initiales  $v_x(0) = v_{\perp} = A \cos \varphi$  et, d'après (1),  $\dot{v}_x(0) = \frac{qB_0}{m}v_y(0) = 0 = A\omega_c \sin \varphi$  soit  $\varphi = 0$  et  $A = v_{\perp}$  et  $v_x = v_{\perp} \cos \omega_c t$

Puis, en utilisant (2)  $\dot{v}_y = \mp \frac{|q|B_0}{m}v_x = -\varepsilon\omega_c v_x = -\varepsilon\omega_c v_{\perp} \cos \omega_c t \Rightarrow v_y = -\varepsilon v_{\perp} \sin \omega_c t + Cte$  et  $v_y(0) = 0 \Rightarrow Cte = 0$ .

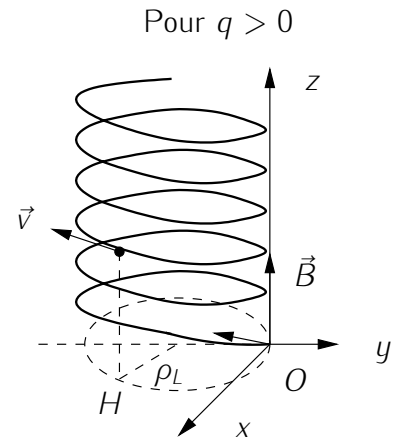
Et enfin, l'équation (3) s'intègre directement :  $v_z = v_{\parallel}$  soit finalement :

$$\begin{cases} v_x = v_{\perp} \cos \omega_c t & (1') \\ v_y = -\varepsilon v_{\perp} \sin \omega_c t & (2') \\ v_z = v_{\parallel} & (3') \end{cases}$$

4. On doit maintenant intégrer les équations précédentes en tenant compte des conditions initiales  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$  et  $z(0) = 0$  et en posant  $\rho_L = v_{\perp}/\omega_c$  le rayon de Larmor.

$$\begin{cases} v_x = v_{\perp} \cos \omega_c t & (1') \\ v_y = -\varepsilon v_{\perp} \sin \omega_c t & (2') \\ v_z = v_{\parallel} & (3') \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \rho_L \sin \omega_c t & (1'') \\ y = \varepsilon \rho_L \cos(\omega_c t - 1) & (2'') \\ z = v_{\parallel} t & (3'') \end{cases}$$

5. Les équations obtenues sont celles d'une hélice portée par un cylindre de rayon  $\rho_L$ , de génératrice, la droite parallèle à  $Oz$  et passant par le point  $(0, -\varepsilon \rho_L, 0)$  la trajectoire est parcourue dans le sens des  $z$  croissants si  $v_{\parallel} > 0$ .
6. Application numérique pour  $B_0 = 2,5 \text{ T}$  et  $\frac{1}{2} m v_{\perp}^2 = 10 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ J}$  et en utilisant  $\rho_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_c} = \frac{m v_{\perp}}{q B_0}$ , on obtient les résultats suivants :



|                                                        |                                                     |                                                     |
|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| $v_{\perp,e} = 1,9 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$        | $v_{\perp,1} = 2864 \text{ m.s}^{-1}$               | $v_{\perp,2} = 2819 \text{ m.s}^{-1}$               |
| $\rho_{L,e} = 4,25 \cdot 10^{-6} \text{ m}$            | $\rho_{L,1} = 2,78 \cdot 10^{-3} \text{ m}$         | $\rho_{L,2} = 2,80 \cdot 10^{-3} \text{ m}$         |
| $\omega_{c,e} = 4,41 \cdot 10^{11} \text{ rad.s}^{-1}$ | $\omega_{c,1} = 1,03 \cdot 10^6 \text{ rad.s}^{-1}$ | $\omega_{c,2} = 1,01 \cdot 10^6 \text{ rad.s}^{-1}$ |

Les fréquences cyclotron ioniques des ions d'uranium appartiennent au domaine des ondes radio.

## II. La résonance cyclotron ionique.

1. Si on ajoute maintenant un champ électrique uniforme  $\vec{E}_0(t) = -E_0 \vec{u}_x \sin \omega t - E_0 \vec{u}_y \cos \omega t$ , la force appliquée à la particule est maintenant  $\vec{F} = q \vec{E}_0 + q \vec{v} \wedge \vec{B}_0$  et les équations (1), (2) et (3) prennent maintenant la forme :

$$\begin{cases} \dot{v}_x = \frac{q B_0}{m} v_y - \frac{q E_0}{m} \sin \omega t & = \omega_c v_y - \frac{q E_0}{m} \sin \omega t & (1) \\ \dot{v}_y = -\frac{q B_0}{m} v_x - \frac{q E_0}{m} \cos \omega t & = -\omega_c v_x - \frac{q E_0}{m} \cos \omega t & (2) \\ \dot{v}_z = 0 \Rightarrow & v_z = v_{\parallel} & (3) \end{cases}$$

En effectuant la combinaison (1) +  $j(2)$ , on obtient l'équation différentielle

$$\begin{aligned} \dot{v}_x + j \dot{v}_y &= \underline{\dot{w}} = \omega_c (v_y - j v_x) - \frac{q E_0}{m} (\sin \omega t + j \cos \omega t) = -j \omega_c \underline{w} + \frac{q E_0}{m} (\sin(-\omega t) - j \cos(-\omega t)) \\ \Rightarrow \underline{\dot{w}} + j \omega_c \underline{w} &= -j \frac{q E_0}{m} \exp(-j \omega t) \quad (E) \end{aligned}$$

La solution de cette équation différentielle du première ordre à coefficients constants et avec second membre est la somme de la solution particulière  $sol_P$  de la forme  $\underline{A} \cdot \exp(-j \omega t)$  et de la solution de l'équation homogène  $sol_H = \underline{B} \cdot \exp(-j \omega_c t)$  où  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$  sont des constantes.

Pour déterminer  $\underline{A}$  on remplace  $\underline{w}$  par  $\underline{A} \cdot \exp(-j \omega t)$  dans (E) :

$$-j \omega \underline{A} \cdot \exp(-j \omega t) = -j \omega_c \underline{A} \cdot \exp(-j \omega t) - j \frac{q E_0}{m} \exp(-j \omega t) \Rightarrow \underline{A} = -\frac{q E_0}{m(\omega - \omega_c)} \quad (\omega_c \neq \omega)$$

Soit  $\underline{w} = -\frac{q E_0}{m(\omega_c - \omega)} \cdot \exp(-j \omega t) + \underline{B} \cdot \exp(-j \omega_c t)$  et il reste à déterminer  $\underline{B}$  à l'aide de la condition initiale sur  $\underline{w}$  :  $\underline{w}(0) = v_x(0) + j v_y(0) = v_{\perp} \iff v_{\perp} = \underline{B} - \frac{q E_0}{m(\omega_c - \omega)}$  et

$$\underline{w} = v_{\perp} \exp(-j \omega_c t) + \frac{q E_0}{m(\omega_c - \omega)} [\exp(-j \omega_c t) - \exp(-j \omega t)]$$

2. On peut déterminer  $x(t)$  et  $y(t)$  en intégrant la vitesse complexe par rapport au temps :

$$\underline{r}_{\perp} = x + j y = \int \underline{w} dt = \frac{v_{\perp}}{-j \omega_c} \exp(-j \omega_c t) + \frac{q E_0}{m(\omega_c - \omega)} \left[ \frac{\exp(-j \omega_c t)}{-j \omega_c} - \frac{\exp(-j \omega t)}{-j \omega} \right] + \underline{Cte}$$

$$\Rightarrow \underline{r}_\perp = j \frac{v_\perp}{\omega_c} \exp(-j\omega_c t) + j \frac{qE_0}{m(\omega_c - \omega)} \left[ \frac{\exp(-j\omega_c t)}{\omega_c} - \frac{\exp(-j\omega t)}{\omega} \right] + \underline{Cte}$$

avec  $\underline{Cte} = C_x + jC_y$  une constante à déterminer à l'aide des conditions initiales et avec  $j \cdot \exp(-j\omega t) = j(\cos \omega t - j \sin \omega t) = j \cos \omega t + \sin \omega t$ , par identification, on détermine :

$$\begin{cases} x = \frac{v_\perp}{\omega_c} \sin \omega_c t + \frac{qE_0}{m(\omega_c - \omega)} \left( \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c} - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right) + C_x \\ y = \frac{v_\perp}{\omega_c} \cos \omega_c t + \frac{qE_0}{m(\omega_c - \omega)} \left( \frac{\cos \omega_c t}{\omega_c} - \frac{\cos \omega t}{\omega} \right) + C_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{v_\perp}{\omega_c} \sin \omega_c t + \frac{qE_0}{m(\omega_c - \omega)} \left( \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c} - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right) \\ y = \frac{v_\perp}{\omega_c} (\cos \omega_c t - 1) + \frac{qE_0}{m(\omega_c - \omega)} \left( \frac{\cos \omega_c t - 1}{\omega_c} - \frac{\cos \omega t - 1}{\omega} \right) \\ z = v_{||} t \end{cases}$$

3. Dans le cas résonant ( $\omega = \omega_c$ ) et on doit revenir à l'équation (E) pour résoudre. On y remplace  $\underline{w}(t)$  par la forme  $F(t) \exp(-j\omega_c t)$  donnée dans l'énoncé et  $\omega = \omega_c$  ce qui donne :

$$\frac{dF(t)}{dt} e^{-j\omega_c t} - j\omega_c F(t) e^{-j\omega_c t} = -j\omega_c F(t) e^{-j\omega_c t} - j \frac{qE_0}{m} e^{-j\omega_c t} \Rightarrow \frac{dF(t)}{dt} = -j \frac{qE_0}{m} \Rightarrow F(t) = -j \frac{qE_0}{m} t + Cte$$

et en tenant compte des conditions initiales,  $\underline{w}(0) = v_\perp = Cte$  et

$$\underline{w}(t) = [v_\perp - j \frac{qE_0}{m} t] \exp(-j\omega_c t)$$

Le module de  $\underline{w}(t)$ ,  $|\underline{w}(t)| = \sqrt{v_\perp^2 + \frac{q^2 E_0^2}{m^2} t^2}$  est égal à la vitesse  $v_H$  du projeté  $H$  de la particule dans le plan  $xOy$ . Ce terme croît au court du temps et donc le rayon de la trajectoire de  $H$  qui dépend de  $v_H$  (on aurait  $\rho_H = \frac{mv}{qB}$  si  $\vec{B}$  seul) croît également et  $H$  décrit une spirale croissante ce que confirme l'allure des courbes données par la suite.

4. Dans le cas où  $\omega = \omega_c$ , on retrouve bien une spirale croissante dans le plan  $xOy$  à laquelle se superpose le mouvement de translation selon  $Oz$ .

Et dans le cas non résonant  $\omega \neq \omega_c$  avec ici  $\omega = 1,05\omega_c$  proche de  $\omega_c$ , on observe un phénomène de battements dû à la superposition des deux régimes : régime forcé (sinusoïdal  $\omega$ ) et régime libre non amorti (sinusoïdal  $\omega_c$ ), la trajectoire dans  $xOy$  va "osciller" autour du cercle de rayon  $\rho_c$ , en 3D, on a là encore le mouvement de translation selon  $Oz$  en plus.

5. Pour justifier le terme de résonance cyclotron ionique, on peut faire valoir que pour  $\omega = \omega_c$ , l'amplitude du mouvement dans  $xOy$  croît (résonance). On utilise un champ magnétique pour courber les trajectoires et un champ électrique pour accélérer les particules comme dans un cyclotron. Enfin, seuls les particules chargées peuvent convenir (ions entre autres).

La pulsation de résonance  $\omega_c$  dépendant de  $B_0$ , pour qu'elle soit la même en chaque point de l'espace, il faut que le champ magnétostatique  $\vec{B}_0$  soit homogène. On remarque quand même que si  $\omega_c$  varie légèrement, avec  $\omega$  constant et proche, on a un phénomène de battements dont l'amplitude reste importante, ce qui permettra peut être d'effectuer la séparation isotopique.

6. Dans le cas où résonant, on avait

$$\underline{w}(t) = [v_\perp - j \frac{qE_0}{m} t] \exp(-j\omega_c t) = v_x + jv_y \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_\perp \cos \omega_c t - \frac{qE_0 t}{m} \sin \omega_c t \\ v_y = -v_\perp \sin \omega_c t - \frac{qE_0 t}{m} \cos \omega_c t \end{cases}$$

Le champ  $\vec{E}$  est donc à chaque instant, selon la direction et le sens de la vitesse de  $H$ . C'est ainsi que s'effectue de façon optimale l'accélération de la particule.

7. Application numérique : la distance de deux mètres selon  $z$  a été parcourue en  $\tau = \frac{2}{v_{||}} = 1$  ms et  $\frac{qE_0 \tau}{m} = 2.10^4 \text{ m.s}^{-1}$ .

On a alors  $v_x = v_\perp \cos \omega_c t - \frac{qE_0 t}{m} \sin \omega_c t = 2,84.10^3 \cos \omega_c t - 2.10^4 \sin \omega_c t \simeq -2.10^4 \sin \omega_c t$  et de même,  $v_y \simeq -2.10^4 \cos \omega_c t$  : le mouvement dans  $xOy$  est quasi circulaire de rayon  $\rho_L = \frac{mv}{qB} \simeq 2,0 \text{ cm} \simeq 10\rho_{L,1}$  trouvé en I.6 : on a bien une amplification importante.

### III. Principe de la séparation isotopique par résonance.

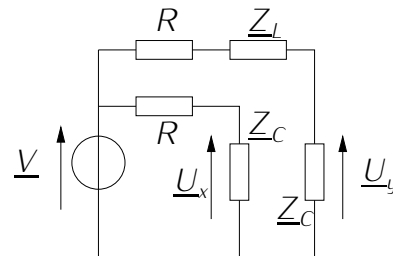
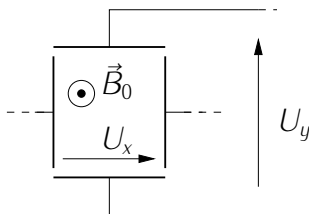
1. Si  $R$  est la résistance du fil de Cuivre, la puissance Joule dégagée par ce dernier est  $\mathcal{P} = RI_0^2$  avec  $R = \frac{l}{s\sigma}$  où  $l$  est la longueur du fil et  $s = \pi r^2$  où  $r$  est le rayon du fil soit  $R = \frac{l}{\pi r^2 \sigma} = 128 \, \Omega$ . On aurait donc  $\mathcal{P} = RI_0^2 \simeq 54,6 \text{ MW}$  soit la puissance d'une petite centrale thermique.

Il serait alors très difficile d'évacuer cette énergie thermique avant que les fils de cuivre ne fondent, pour éviter ce problème, il faut supprimer l'effet Joule en utilisant des supraconducteurs, on doit alors travailler à très basses températures, par exemple en les faisant baigner dans le l'azote liquide.

Actuellement, on cherche à produire des matériaux qui seraient supraconducteurs à partir de températures plus élevées et même à température ambiante.

2. Le champ électrique  $\vec{E}(t)$  produit par deux condensateurs plans est, en première approximation (en négligeant les effets de bords), uniforme et dirigé dans le sens des potentiels décroissants, sa norme est  $E(t) = \frac{U(t)}{e}$ .

Si on veut  $\vec{E}(t) = -E_0 \vec{u}_x \sin \omega t - E_0 \vec{u}_y \cos \omega t$ , il faut  $U_x(t) = eE_0 \sin \omega t$  et  $U_y(t) = eE_0 \cos \omega t$  d'où le montage représenté ci-dessous à gauche.

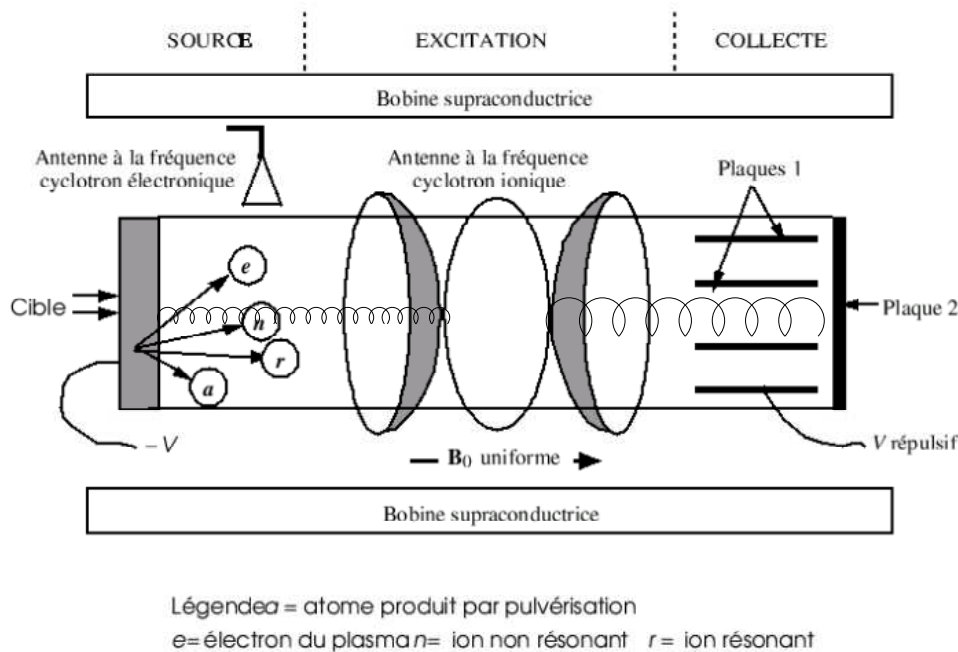


On peut représenter le montage proposé suivant le schémas ci-dessus à droite et par utilisation de la formule des ponts diviseurs de tension en régime sinusoïdal forcé,

$$\underline{U}_x = \frac{\underline{Z}_C}{R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C} \underline{V} = \frac{\underline{V}}{1 + jRC\omega - LC\omega^2} \quad \text{et} \quad \underline{U}_y = \frac{\underline{Z}_C}{R + \underline{Z}_C} \underline{V} = \frac{\underline{V}}{1 + jRC\omega}$$

Pour avoir  $U_y(t) = eE_0 \cos \omega t$  si  $U_x(t) = eE_0 \sin \omega t$ , il faudrait que  $U_y$  soit en avance de  $\frac{\pi}{2}$  sur  $U_x$ , or, en éliminant  $\underline{V}$  dans les équations précédentes,  $\frac{\underline{U}_y}{\underline{U}_x} = \frac{1 + jRC\omega - LC\omega^2}{1 + jRC\omega} = j \iff 1 + jRC\omega - LC\omega^2 = j - RC\omega$  et par identification, il faut  $RC\omega = 1$  et  $1 - LC\omega^2 = -RC\omega = -1 \iff LC\omega^2 = 2$ .

De plus, ici,  $\omega = \omega_c$  de l'ordre de  $10^6 \text{ rad.s}^{-1}$  si on se place à la résonance et en prenant  $C$  de l'ordre du nF puisque non utilisons un condensateur plan à air (de capacité faible). On obtient alors  $R$  de l'ordre du  $\text{k}\Omega$  et  $L$  de l'ordre du mH ce qui est tout à fait réalisable, le montage convient donc tout à fait.



- Les ions résonants voient le rayon de leur mouvement hélicoïdal croître pendant la traversée de la zone d'amplification (quelques cm à la fin Cf. figure) alors que les ions non résonants gardent toujours le même rayon  $\rho_{L,2}$  de quelques mm. Les plaques 1 ( $V$  répulsif) repoussent les ions et collectent les électrons. Les plaques 2 collectent les ions.
- Les ions  $^{238}\text{U}$  arrivent au centre de la plaque 2. alors que les ions résonants sont récoltés dans les régions éloignées du centre de la plaque 2 : on récolte donc de l'uranium plus riche en isotope  $^{235}$  en périphérie de la plaque 2 : on l'appelle uranium enrichi car il contient une teneur plus élevée en isotope  $^{235}$  que l'uranium naturel.

L'isotope  $^{235}\text{U}$  que contient l'uranium enrichi est fissile, contrairement à l'Uranium  $^{238}\text{U}$ , il est donc utilisé dans l'industrie nucléaire.

Un autre procédé d'enrichissement de l'Uranium est la diffusion gazeuse à travers une membrane : l'uranium  $^{235}\text{U}$ , plus léger diffuse plus vite que son isotope  $^{238}\text{U}$  d'où séparation des deux isotopes en sortie de la membrane.

On peut également utiliser une méthode de centrifugation (ultracentrifugation) : lorsqu'on fait tourner un échantillon d'uranium naturel sur lui même, la force d'inertie d'entraînement agit moins fortement sur l'isotope  $^{235}\text{U}$  plus léger et il retrouve en plus forte concentration au centre de l'échantillon.

Une méthode qui consiste à ioniser sélectivement les atomes  $^{235}\text{U}$  par application d'un faisceau laser très sélectif, les atomes  $^{238}\text{U}$  restant neutres est à l'étude (source : Universalis).

Citons enfin la méthode spectrographique dont le principe est indiqué ci-contre : le rayon de courbure dépend de la masse de l'ion. Cette méthode, lente et délicate n'est pas utilisée industriellement (elle était étudiée dans la suite du sujet).

