

Programme de Colle numero 22 espace vectoriel, dérivation,

Semaine du 30 mars 2026 :
Algèbre Chapitre 11 : Espace vectoriel de dimension finie.
Analyse : chapitre 9 : Dérivation

? AUTO-TEST

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

▶ **AL11 : Espace vectoriels de dimension finie**

- Que signifie "extraire une base" ?
- Que signifie "compléter en une base" ?
- Que dire du cardinal d'une famille libre dans un espace vectorielle de dimension finie ? d'une famille génératrice ?
- Que dire de la dimension d'un sev par rapport à la dimension de l'espace vectoriel ? Que se passe-t-il en cas d'égalité ?
- Qu'est ce que la formule de Grassmann ?
- Donner les trois assertions équivalentes à $E = F \oplus G$.

▶ **AN9 : Dérivation**

- Qu'est-ce qu'un développement limité d'ordre 1 ? Quel lien avec la dérivée ?
- Quel lien entre extremum et dérivée ? Quelle hypothèse essentielle doit être vérifiée pour la "place" de l'extremum ?
- Enoncer le théorème des accroissements finis.
- Qu'est-ce qu'une fonction k -lipschitzienne ? Quel lien avec le TAF ?
- Qu'est ce que le théorème de la limite de la dérivée ? Exemples d'utilisation.
- Qu'est-ce qu'une fonction convexe ? Quel lien avec les tangentes et la dérivée seconde ?
- Comment dériver une fonction de $I \subset \mathbb{R}$ dans \mathbb{C} ? Quelles propriétés/theorèmes sont perdus ?

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

- ▶ Montrer qu'un ensemble est un sous espace vectoriel.
- ▶ Montrer qu'une famille est génératrice / est libre / est liée / est une base.
- ▶ Déterminer une base d'un sev et sa dimension
- ▶ Déterminer une somme directe, un supplémentaire,...
- ▶ Etudes de fonctions (dérivations, continuité, prolongement par continuité, limite de la dérivée, branches infinies, etc.)
- ▶ Utilisation du TAF, ou de l'IAF pour déterminer des égalités, des inégalités, simplifier l'étude de suite récurrente, etc...



DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

- ▶ Montrez que si \mathcal{F} est libre, alors $\text{card}(\mathcal{F}) \leq \dim(E)$, et qu'en cas d'égalité, \mathcal{F} est une base.
- ▶ Montrez que si \mathcal{F} est génératrice, alors $\text{card}(\mathcal{F}) \geq \dim(E)$, et qu'en cas d'égalité, \mathcal{F} est une base.
- ▶ Montrez que si f dérivable sur $]a, b[$ admet un extremum en $c \in]a, b[$, alors $f'(c) = 0$.
- ▶ Démontrez le théorème de Rolle.