

Pb n°1 : CCP PSI 17 PHYSIQUE – CHIMIE Étude d'un actionneur électromécanique

Des données numériques et mathématiques sont disponibles en fin de problème.

La première partie étudie le principe du moteur linéaire synchrone, la seconde concerne son pilotage.

Partie I - Principe de l'actionneur électromécanique linéaire synchrone

Ce type d'actionneur qui s'affranchit de tout dispositif de transmission mécanique classique est utilisé en robotique. Il est aussi particulièrement bien adapté aux trains à sustentation magnétique comme le SCMaglev japonais (figure 1) qui peut atteindre des vitesses de l'ordre de 600 km/h.



Figure 1 - SCMaglev

I.1 - Multi-pôle magnétique

On considère (figure 2) un circuit magnétique composé de deux plaques de fer supposées infinies et distantes d'un entrefer e . Des conducteurs électriques, de diamètre négligeable, parcourus par des courants d'intensité I sont placés à l'interface fer-air de la plaque inférieure. Ils sont distants d'une longueur L .

Deux conducteurs voisins sont parcourus par des courants opposés comme le montre le sens des flèches sur la figure 2.

Le module du champ magnétique n'est pas tout à fait uniforme dans l'actionneur. Son intensité moyenne peut être déterminée par application des théorèmes de l'électromagnétisme sur une ligne de champ particulière appelée : ligne de champ moyenne. Cette ligne de champ moyenne est représentée en pointillés sur la figure 2.

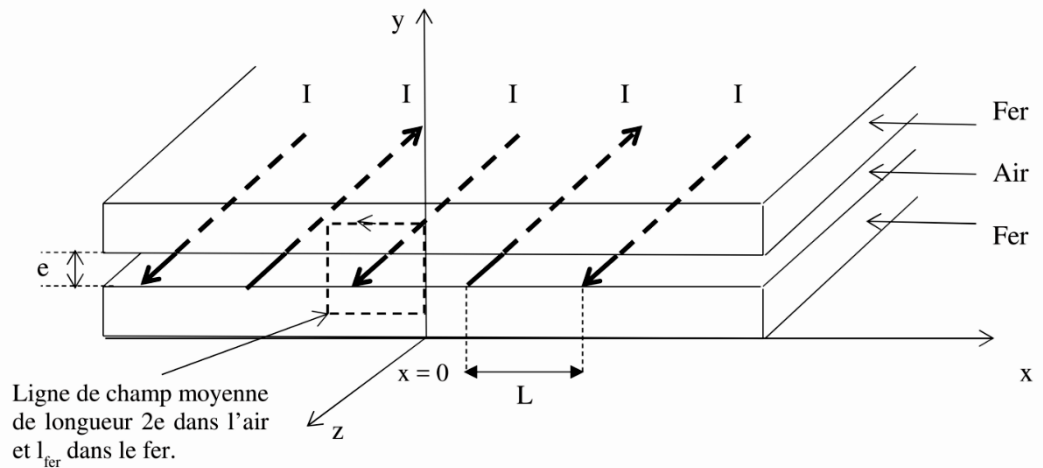


Figure 2 - Circuit magnétique

D'un point de vue magnétique, le fer sera assimilé à un matériau magnétique doux de perméabilité relative μ_r . L'air sera assimilé au vide de perméabilité magnétique μ_0 .

De façon générale, on note \vec{H} , le champ d'excitation magnétique.

On notera respectivement \vec{H}_{air} et \vec{H}_{fer} les champs d'excitation magnétique dans l'air et dans le fer, \vec{B}_{air} et \vec{B}_{fer} les champs magnétiques dans l'air et dans le fer.

Q1. Préciser les unités de μ_0 et de μ_r , ainsi qu'un ordre de grandeur de μ_r pour le fer.

Q2. Par une analyse des invariances, déterminer de quelle(s) variable(s) de l'espace dépendent les champs \vec{B} et \vec{H} .

Q3. Écrire, dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires, l'équation de Maxwell-Ampère dans un milieu magnétique.

On considère la ligne de champ moyenne, de longueur $2e$ dans l'air et l_{fer} dans le fer, figure 2.

Déterminer, en considérant \vec{H}_{air} et \vec{H}_{fer} comme uniforme, l'équation liant H_{air} , H_{fer} , e , l_{fer} , et I .

Q4. On a représenté sur la figure 3 un tube de champ magnétique traversant l'entrefer.

Quelle propriété de \vec{B} permet d'affirmer que $B_{fer} = B_{air}$?

Écrire l'équation de Maxwell qui traduit cette propriété.

Dans la suite du problème, cette valeur commune sera notée B .

Q5. Rappeler les équations liant d'une part H_{air} et B , puis d'autre part H_{fer} et B .

En remarquant que $\frac{l_{fer}}{\mu_r} \ll e$, déterminer l'expression de B en fonction de e , I et de μ_0

Dans ce type de moteur, a-t-on intérêt à avoir un entrefer large ou réduit ?

Q6. Dans l'entrefer, on a $\vec{B} = B(x)\vec{e}_y$. Tracer l'allure de la fonction $B(x)$.

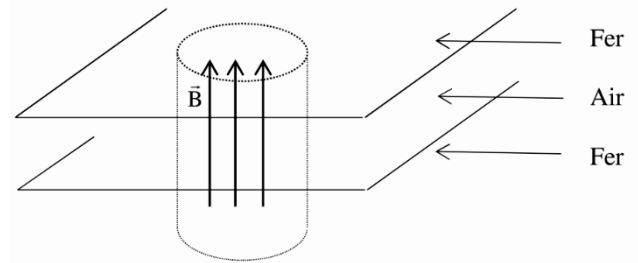


Figure 3 - Tube de champ magnétique

I.2 - Multi-pôle magnétique sinusoïdal

La répartition du courant à l'interface inférieure air-fer, n'est pas constituée, par pôle, d'un seul conducteur aller et d'un seul conducteur retour, espacés d'une longueur L , mais d'un ensemble de deux groupements de trois conducteurs aller et de trois conducteurs retour centrés sur les abscisses $x = -L/2$ et $x = L/2$, comme le montre la figure 4. Les trois conducteurs d'un même groupement sont équidistants de $\Delta L < L/4$.

Q7. Tracer, dans ce cas, l'allure graphique de la fonction $B(x)$.

Dans toute la suite du problème, on admettra qu'en choisissant bien le nombre et la répartition des conducteurs aller et retour, le champ magnétique dans l'entrefer est de la forme $\vec{B} = KI \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)\vec{e}_y$ où K est une constante positive.

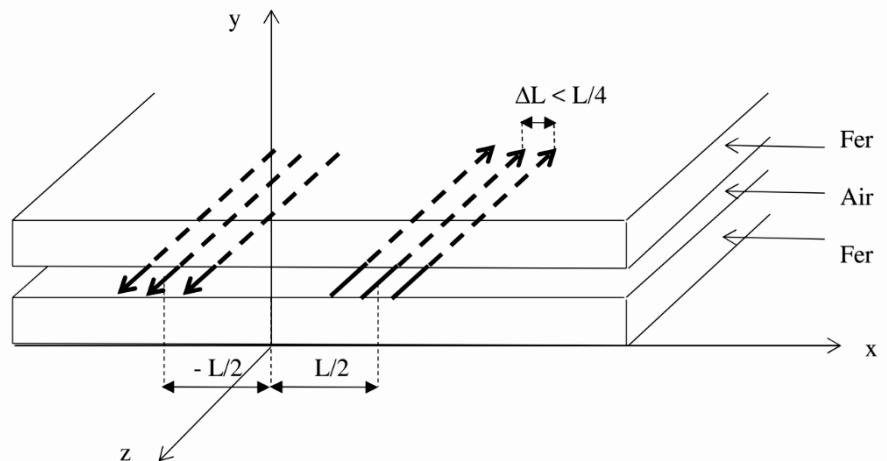


Figure 4 - Multi-pôle magnétique quasi-sinusoïdal

I.3 - Onde magnétique plane progressive sinusoïdale

On considère maintenant la superposition de deux multi-pôles magnétiques sinusoïdaux décalés spatialement d'une distance de $L/2$.

Ils sont respectivement alimentés par des courants sinusoïdaux, de même amplitude I_s et de même pulsation ω_s , en quadrature de phase, de sorte que $i_1 = I_s \cos(\omega_s t)$ et $i_2 = I_s \sin(\omega_s t)$

Le premier multi-pôle crée ainsi dans l'entrefer un champ magnétique $\vec{B}_1 = Ki_1(t) \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)\vec{e}_y$ alors que le second crée un champ magnétique $\vec{B}_2 = Ki_2(t) \cos\left(\frac{\pi(x-L/2)}{L}\right)\vec{e}_y$

Q8. Déterminer en fonction de K , I_s , L et ω_s , l'expression du champ magnétique créé par cette double répartition du courant dans l'entrefer. Dans quel sens et à quelle vitesse, notée \vec{V}_s , se propage cette onde magnétique ?

Q9. Que faut-il faire pour inverser le sens de propagation de cette onde magnétique ?

App. numérique : dans le cadre d'une application au train à sustentation magnétique, déterminer la valeur de la distance inter-polaire L permettant d'obtenir une vitesse $V_s = 500$ km/h avec une alimentation à la fréquence $f_s = 100$ Hz.

I.4 - Actionneur linéaire synchrone

L'actionneur linéaire synchrone (figure 5) est constitué :

- d'une partie statique, analogue à celle étudiée précédemment, qui crée une onde magnétique sinusoïdale progressive

$$\vec{B}(x, t) = B_0 \cos(\omega_s t - kx)\vec{e}_y$$

- d'une partie mobile assimilable :

- d'un point de vue électrique, à une spire rectangulaire orientée, parcourue par un courant permanent I , imposé par un dispositif extérieur. Elle a pour longueur $L = 2a$ suivant l'axe des x et pour largeur $2b$ suivant l'axe des z ,
- d'un point de vue magnétique, à un dipôle de moment $\vec{M} = 2LbI\vec{e}_y$

Cette spire est en mouvement supposé rectiligne et considéré comme uniforme à la vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$.

On note x_0 la position initiale du centre de la spire qui a donc pour abscisse, à la date t , $x(t) = x_0 + vt$.

Q10. La force qui s'exerce sur la spire, à la date t , est de la forme $\vec{F}(t) = F_x(t)\vec{e}_x$

On admettra que : $F_x(t) = \left(\overline{M} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} \right)_{\text{centre du dipôle}}$

Exprimer $F_x(t)$ en fonction de $b, L, I, B_0, \omega_s, k, v, x_0$ et t .

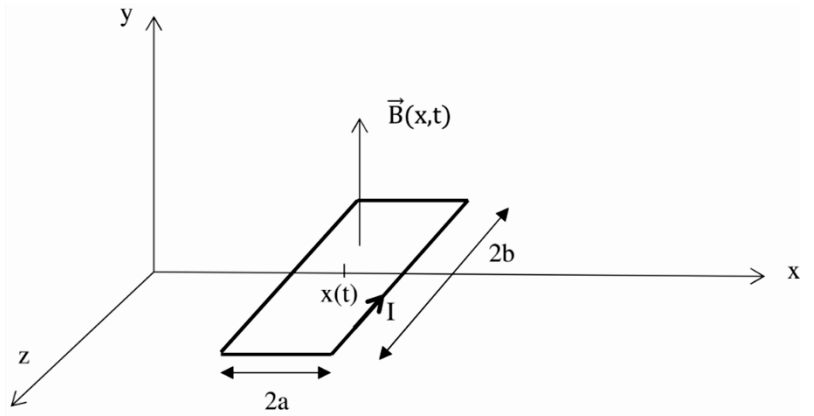


Figure 5 - Actionneur linéaire synchrone

Q11. En faisant une analogie avec vos connaissances sur les machines synchrones, déterminer la valeur de la force $\vec{F}(t)$ maintenant notée \vec{F} , en fonction de b, L, I, B_0, k , et x_0 .

Exprimer en fonction de k , la valeur de x_0 pour laquelle la composante F_x de cette force est maximale.

Partie II - Pilotage de l'actionneur synchrone

Le principe de l'autopilotage de l'actionneur synchrone consiste à mesurer, à l'aide d'un codeur optique par exemple, la position de la partie mobile de l'actionneur. On alimente alors les conducteurs de la partie statique par un onduleur de tension. Sa commande, dictée par la sortie des boucles de contrôle des courants, permet d'asservir $i_1(t)$ et $i_2(t)$, en fréquence et en phase, de façon à garantir la condition de synchronisme ainsi qu'une force F maximale.

II.1 - Alimentation par onduleur de tension

L'alimentation des deux phases de l'actionneur fait appel à une source de tension continue U et à deux onduleurs.

On note : K_{1a}, K_{1b}, K_{1c} et K_{1d} les quatre interrupteurs électroniques de l'onduleur de tension qui alimente la phase 1 de la partie statique de l'actionneur (figure 6).

On donne la loi de commande de l'onduleur de la phase 1 sur une période T :

K_{1a} et K_{1d} sont fermés sur l'intervalle de temps $\left[0, \frac{T}{2}\right]$

K_{1b} et K_{1c} sont fermés sur l'intervalle de temps $\left[\frac{T}{2}, T\right]$

Q12. Représenter graphiquement l'allure de la tension $u_1(t)$ sur une période T de fonctionnement de l'onduleur.

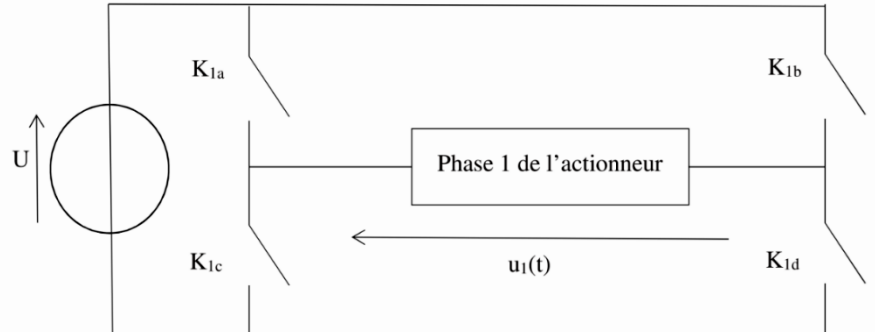


Figure 6 - Onduleur alimentant la phase 1

Q13. La structure de l'onduleur de tension qui alimente la phase 2 de l'actionneur (figure 7) est analogue à la précédente.

En gardant la même horloge pour les deux onduleurs, décrire les séquences d'ouverture-fermeture des interrupteurs K_{2a}, K_{2b}, K_{2c} et K_{2d} :

- d'une part, lorsque la partie mobile de l'actionneur se translate dans le sens des $x > 0$;

- d'autre part, lorsque la partie mobile de l'actionneur se translate dans le sens des $x < 0$.

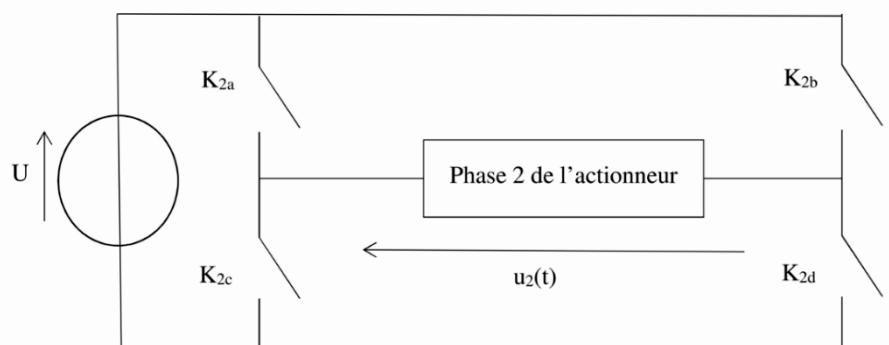


Figure 7 - Onduleur alimentant la phase 2

Données :

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

Formules trigonométriques :

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin p - \sin q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

Problème 2

I.3 - Récupération d'or résiduel

L'ion aurocyanure $\text{Au}(\text{CN})_2^-$ constitue un complexe, formé du cation central Au^+ , et de deux ligands CN^- . On s'intéresse ici à des effluents que l'on cherche à nettoyer.

Suivant le domaine d'activité, les effluents traités peuvent contenir de l'or qu'il est économiquement intéressant de récupérer avant l'acheminement vers le décanteur.

Une électrolyse sélective permet de récupérer l'or solide $\text{Au}_{(s)}$, par réduction des ions aurocyanure $\text{Au}(\text{CN})_2^-$. Le choix du potentiel de la cathode est déterminant et doit être optimisé.

On se propose d'abord de relever la courbe intensité-potentiel du couple $\text{Au}(\text{CN})_2^-/\text{Au}_{(s)}$ sur électrode de platine. On réalise alors un montage qui contient un générateur de tension réglable e, un milliampèremètre (mA), un millivoltmètre (mV) et trois électrodes :

- une électrode en platine couverte d'or, aussi dénommée électrode de travail (E.T.), qui travaille ici seulement sur sa branche cathodique. C'est cette électrode qui sera étudiée ;
- une électrode en métal inerte appelée contre électrode (C.E.), qui assure la circulation du courant ;
- une électrode de référence (E.réf.) de potentiel connu et qui doit être traversée par un courant négligeable.

Q7. Faire le schéma du dispositif expérimental qui permet de relever la courbe intensité-potentiel du couple $\text{Au}(\text{CN})_2^-/\text{Au}_{(s)}$ sur électrode de platine.

Q8. Quelle attention particulière faut-il prendre en termes d'impédance quant au choix du millivoltmètre ?

Q9. Préciser la demi-équation rédox qui se produit sur l'électrode de travail en mode cathodique lors de la réduction des ions aurocyanure $\text{Au}(\text{CN})_2^-$.

Q10. On rappelle que par convention, la flèche du courant est toujours orientée de l'électrode de travail vers la solution. Préciser le signe de ce courant algébrique lorsque l'électrode de travail fonctionne en cathode.

La **figure 3** représente une partie de la courbe intensité-potentiel du couple $\text{Au}(\text{CN})_2^-/\text{Au}_{(s)}$ sur électrode de platine.

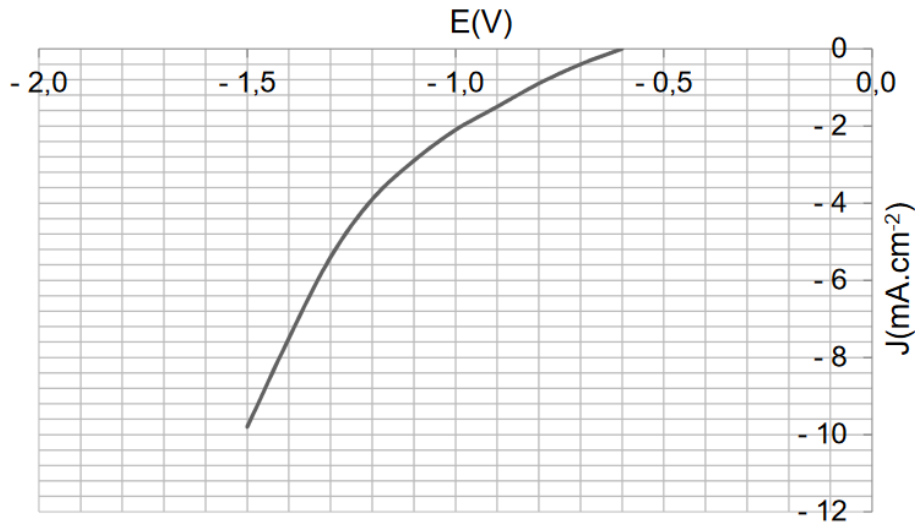


Figure 3 - Courbe intensité-potentiel du couple $\text{Au}(\text{CN})_2^-/\text{Au}_{(s)}$ sur électrode de platine

- Q11.** Le couple $\text{Au}(\text{CN})_2^-/\text{Au}_{(s)}$ sur électrode de platine correspond-il à un couple lent ou rapide ? D'un point de vue cinétique, est-il préférable de fortement baisser le potentiel de la cathode en dessous de $-0,6 \text{ V}$ ou non ? Éventuellement, quel est le risque d'imposer une valeur trop faible ?
- Q12.** L'électrolyse d'un bain est effectuée pendant une durée Δt , en maintenant le potentiel de la cathode à $-1,4 \text{ V}$. On note S la section de l'électrode de travail, et J la densité du courant qui la traverse. On considère le rendement faradique de 100%. Préciser la valeur numérique de J exprimée en $\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$. Puis, exprimer en fonction de J , S , Δt , de la masse molaire $M(\text{Au}_{(s)})$ et de la constante F de Faraday, la masse d'or solide $m(\text{Au}_{(s)})$ récupérée.
- Q13.** Pour augmenter la masse d'or produite pendant Δt , vaut-il mieux augmenter $|J|$ ou S ? Expliquer.

Données

Potentiels standard d'oxydoréduction à 298 K :

$$E^\circ(\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}/\text{Cr}^{3+}) = 1,33 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{SO}_4^{2-}/\text{HSO}_3^-) = 0,17 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{CNO}^-/\text{CN}^-) = -0,13 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Au}(\text{CN})_2^-/\text{Au}_{(s)}) = -0,6 \text{ V}$$