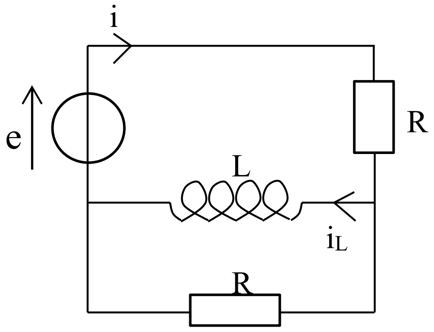
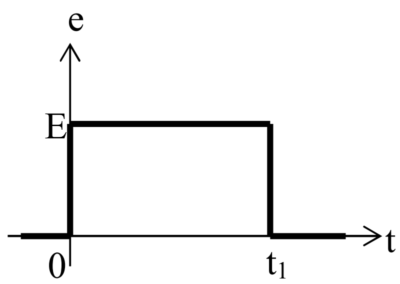
1.3 Circuit du premier ordre-Exercice 1

Dans le circuit ci-contre, le générateur délivre une tension créneau e(t) d'amplitude E qui débute à l'instant $t = 0$ et se termine à l'instant t_1.





a-En supposant le régime stationnaire établi pour $t < 0$, déterminer la valeur de l'intensité du courant $i(0^+)$ à l'instant $t = 0^+$.

b-En supposant que le nouveau régime permanent soit atteint avant t_1 , calculer l'intensité des courants $i_L(t_1^-)$ et $i(t_1^-)$ juste avant le basculement de e (t) de E à 0.

c-Déterminer l'intensité du courant $i(t_1^+)$ juste après le basculement de e (t) de E à 0.

d-Pour t compris entre 0 et t_1, l'équation différentielle vérifiée par i peut se mettre sous la forme : $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \alpha$.

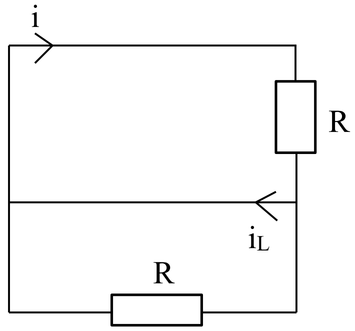
Déterminer τ et α puis la solution i(t).

e-Quelle est la condition de validité de l'hypothèse de la question b- ?

1.3 Circuit du premier ordre-Exercice 1

---

a-Pour $t < 0$: $e = 0$ et en régime stationnaire la bobine est équivalente à un fil. On a le circuit équivalent suivant :



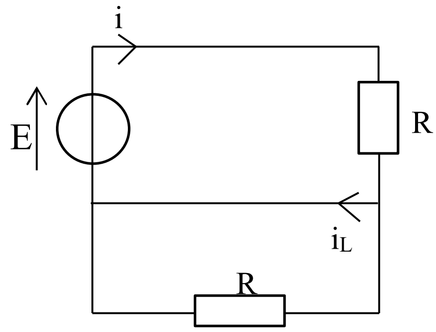
On en déduit que tout est nul. $i_L(0^-) = 0$

Par <u>continuité de l'intensité dans une bobine</u> : $i_L(0^+) = 0$

A $t = 0^+$, toute l'intensité i passe donc dans les deux résistances
Loi des mailles à $t = 0^+$: $E = 2Ri(0^+)$

Donc : $\boxed{i(0^+) = \frac{E}{2R}}$

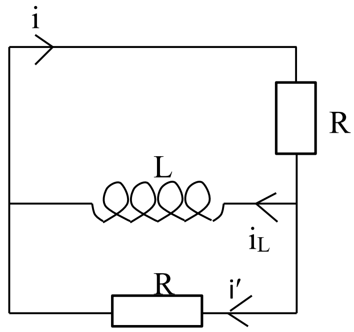
b-Pour le nouveau régime stationnaire, le circuit équivalent est :



La résistance du bas n'est parcourue par aucun courant car la tension à ses bornes est nulle.

On en déduit : $\boxed{i(t_1^-) = i_L(t_1^-) = \frac{E}{R}}$

c-Juste après le basculement à t_1^+, le nouveau circuit équivalent est :



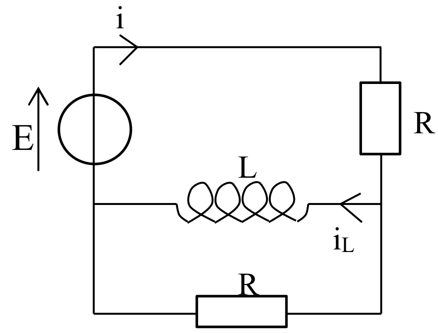
Continuité de l'intensité dans la bobine : $i_L(t_1^+) = \frac{E}{R}$

Loi des mailles : $Ri(t_1^+) + Ri'(t_1^+) = 0 \Rightarrow i(t_1^+) = -i'(t_1^+)$

Loi des nœuds : $i(t_1^+) = i'(t_1^+) + i_L(t_1^+)$

D'où : $\boxed{i(t_1^+) = \frac{E}{2R}}$

d-On a maintenant le circuit complet :



Loi des mailles : $E = Ri + R(i - i_L)$ d'où $i_1 = 2i - \frac{E}{R}$

et : $E = Ri + L\frac{di_L}{dt}$

D'où : $E = Ri + L\frac{d}{dt}(2i - \frac{E}{R}) = Ri + 2L\frac{di}{dt}$

Donc : $\frac{di}{dt} + \frac{R}{2L}i = \frac{E}{2L}$ on a : $\boxed{\tau = \frac{2L}{R}}$ et $\boxed{\alpha = \frac{E}{2L}}$

Solution : $i(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R}$

A $t = 0^+$: $i(0^+) = \frac{E}{2R} = K + \frac{E}{R}$ donc $K = -\frac{E}{2R}$

Finalement : $\boxed{i(t) = \frac{E}{R}(1 - \frac{1}{2}e^{-\frac{t}{\tau}})}$

e-Pour atteindre le régime stationnaire avant t_1, il faut : $t_1 >> 5\tau$
