

Programme de Colle numero 24

variables aléatoire, analyse asymptotique

Semaine du 27 avril 2026 :
 Probabilités chapitre 2 : Variables aléatoires
 Analyse : chapitre 10 : analyse asymptotique - développement limité (pas de DL)

? AUTO-TEST

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

- Que signifie f négligeable devant g ? Dominée par g ? équivalente à g ?
- Quelles opérations sont autorisée pour les fonctions négligeables (resp. dominées, resp. équivalentes)
- Quelles propriétés sont transmises via équivalence?
- Quels opérations sont possibles quand on utilise les équivalents?
- Qu'est ce que la substitution dans les équivalents?
- Comment utilise-t-on les notions de négligeabilité/domination/equivalence avec des suites?
- ▶ **PR2 : Variable aléatoire**
- Qu'est-ce qu'une variable aléatoire? Qu'appelle-t-on univers image?
- Qu'est-ce que le système complet d'événements associé à une variable aléatoire.
- Qu'est-ce que la "loi d'une variable aléatoire"?
- Présentez la loi uniforme sur un ensemble E , la loi de Bernoulli, la loi Binomiale. (univers image, loi, cas d'utilisation)
- Qu'est ce que l'espérance d'une variable aléatoire? Interprétation?
- Énoncez le théorème du transfert.
- Comment utiliser le théorème du transfert pour montrer la linéarité de l'espérance?
- Qu'est ce que la variance? interprétation?
- Qu'appelle-t-on loi d'un couple? Lois marginales? Comment passer de l'un à l'autre?
- Qu'est ce que la covariance? Quelle interprétation?

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

- ▶ Résoudre un problème de probabilité en posant proprement (Ω, P) et les événements nécessaires à la traduction du problème...
- ▶ Utiliser les probabilités conditionnelles, la formule des probabilités totales, la formule des probabilités composées, etc...
- ▶ Calculer la loi d'une variable aléatoire ou d'un couple de variable aléatoire en utilisant les deux points précédents...
- ▶ Calculer l'espérance et la variance d'une variable aléatoire
- ▶ Reconnaître les situations donnant une des trois lois usuelles.
- ▶ Utiliser des équivalents pour calculer des limites de suites, de fonctions.



DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

- ▶ Montrez que si $f_1 = o(g)$ et $f_2 = o(g)$ alors $\lambda f_1 + \mu f_2 = o(g)$.
- ▶ Montrez que si $X \sim \mathcal{B}(n, p)$, alors $E(X) = np$.
- ▶ Montrez la croissance de l'espérance.
- ▶ Montrez que si X et Y sont indépendantes, alors $E(XY) = E(X)E(Y)$