

PREMIER PRINCIPE

Qu'est-ce qu'une transformation thermodynamique ?

PREMIER PRINCIPE

Qu'est-ce qu'une transformation quasi-statique ?

PREMIER PRINCIPE

Qu'est-ce qu'une transformation réversible ?

PREMIER PRINCIPE

Quelle est la différence entre une transformation isotherme et une transformation monotherme ?

PREMIER PRINCIPE

Qu'est-ce qu'une transformation adiabatique ?

PREMIER PRINCIPE

À quelle condition une transformation est-elle adiabatique ? À quelle condition une transformation est-elle isotherme ?

PREMIER PRINCIPE

Citer les trois modes de transfert thermique.

PREMIER PRINCIPE

Énoncer le premier principe de la thermodynamique.

PREMIER PRINCIPE

Énoncer le premier principe sous forme différentielle.

Une transformation réversible peut être "inversée" c'est-à-dire que le système et le milieu extérieur peuvent revenir de l'état f à l'état i en repassant par les mêmes états d'équilibre intermédiaires.

Lors d'une transformation quasi-statique, le système passe d'un état d'équilibre initial i à un état d'équilibre final f par une succession d'états d'équilibre intermédiaires infiniment proches les uns des autres.

Une transformation amène un système thermodynamique d'un état d'équilibre thermodynamique (i) à un autre (f). Au moins une des variables d'état varie.

Une transformation est adiabatique si elle s'effectue sur une durée beaucoup plus courte que le temps de mise en équilibre thermique. Au contraire, elle est isotherme si elle s'effectue lentement comparé au temps d'équilibre thermique.

Une transformation adiabatique s'effectue sans transfert thermique avec l'extérieur.

Si la température du système $T = Cte$ à tout instant, la transformation est isotherme. Si on a seulement $T_{\text{ext}} = Cte$ et des parois diathermes alors $T_f = T_i$ sans que $T = Cte$ à tout instant et la transformation est monotherme.

Pour une transformation élémentaire,

$$dU + dE_m = \delta Q + \delta W$$

$$dU = \delta Q + \delta W \text{ cas usuel}$$

W et Q ne sont pas des fonctions d'état mais des grandeurs d'échange.

À tout système fermé, on peut associer une fonction d'état énergie totale E , dont la variation ΔE entre deux états d'équilibres thermodynamiques est

$$\Delta E = \Delta(U + E_c + E_{pe}) = W + Q$$

où W est le travail autre que celui des forces qui dérivent de E_{pe} et Q le transfert thermique avec l'extérieur lors de la transformation.

Conduction, convection, rayonnement.

PREMIER PRINCIPE

Exprimer le travail élémentaire des forces de pression.

PREMIER PRINCIPE

Que vaut le travail des forces de pression pour une transformation isochore ?

PREMIER PRINCIPE

Que vaut le travail des forces de pression pour une transformation monobare ?

PREMIER PRINCIPE

Que vaut le travail des forces de pression pour une transformation quasi-statique, isotherme subie par un gaz parfait ?

PREMIER PRINCIPE

Qu'est-ce qu'un thermostat ?

PREMIER PRINCIPE

À quelle condition un système peut-il être assimilé à un thermostat ?

PREMIER PRINCIPE

Définir l'enthalpie d'un système thermodynamique.

PREMIER PRINCIPE

Énoncer le premier principe dans le cas d'une transformation monobare.

PREMIER PRINCIPE

Définir la capacité thermique ou calorifique à pression constante.

$p_{\text{ext}} = \text{Cte} = p$ donc on peut le sortir de l'intégrale et obtenir

$$W = -p\Delta V$$

$dV = 0$ donc :

$$W = 0$$

$$\delta W = -p_{\text{ext}} \cdot dV$$

En pratique, un système se comporte comme un thermostat si sa capacité thermique est très grande devant celle du système dont on cherche à imposer la température. La capacité thermique étant extensive, cela revient en général à prendre un système très grand.

On appelle thermostat un système dont la température ne varie pas quelque soient les conditions extérieures

quasi-statique : à tout instant

$$p = p_{\text{ext}}$$
$$\text{GP : } p = \frac{nRT}{V}$$

isotherme : on peut sortir nRT de l'intégrale et obtenir :

$$W = -nRT \log \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p$$

$$\Delta H = W_{\text{autre que pression}} + Q$$

$$H = U + pV$$

PREMIER PRINCIPE

Établir le lien entre C_v et C_p pour un gaz parfait.

PREMIER PRINCIPE

Énoncer la deuxième loi de Joule.

PREMIER PRINCIPE

Un gaz parfait subit une transformation quasi-statique et adiabatique. Quelle loi peut-on lui appliquer ?

PREMIER PRINCIPE

Énoncer les lois de Laplace et rappeler ses conditions d'application.

PREMIER PRINCIPE

Comment étudier un problème de thermodynamique ?

Les lois de Laplace

L'enthalpie d'un gaz parfait ne dépend que de sa température.

$$\begin{aligned} &\text{Pour un GP} \\ C_p &= \frac{dH}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{d(pV)}{dT} \text{ Or} \\ pV &= nRT \text{ donc} \\ C_p &= C_v + nR \end{aligned}$$

Faire deux schémas (état i , et état f), définir le système et le caractériser (GP, phase condensée...), caractériser la transformation. Appliquer le premier principe en utilisant toutes les caractéristiques du système, de la transformation et des fonctions d'état.

$$pV^\gamma = Cte$$

$$TV^{\gamma-1} = Cte'$$

$$T^\gamma p^{1-\gamma} = Cte''$$

Gaz parfait, transformation quasi-statique et adiabatique.

T_2 – Premier Principe

Conseils pour ce TD

- Le cours doit être connu, les applications directes qui y figurent refaites.
- Il ne faut surtout pas appliquer des formules à tort et à travers, posez-vous systématiquement les questions suivantes :
 - ✦ Sur quel système suis-je en train de travailler (phase condensée, gaz parfait ...)?
 - ✦ Quel est le type de transformation qu'il subit?
- Même si cela n'est pas demandé explicitement par l'énoncé, dans le cas d'une transformation d'un gaz parfait, tracer systématiquement l'allure du graphe $p(V)$ (diagramme de Watt).
- Dans le cas d'une suite de transformations, il peut être souvent utile de résumer les données de l'énoncé dans un tableau.
- Dès que c'est possible, utiliser le premier principe (en général, l'énoncé usuel suffit) ou la variation d'enthalpie pour déterminer Q ou W plutôt que le calcul de $W = \int \delta W$ et $Q = \int \delta Q$.

Entraînement

Entraînement 22.1 — Les bonnes unités.



Un étudiant doit calculer le travail reçu par un système au cours d'une transformation. L'expression littérale est la suivante :

$$W = -P_0(V_f - V_i).$$

Il sait que pour faire l'application numérique, la pression doit être exprimée en pascal et les volumes en m^3 .

On rappelle que $1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$.

a) Calculer W pour $P_0 = 1,5 \text{ bar}$, $V_i = 5 \text{ L}$ et $V_f = 3 \text{ L}$

b) Calculer W pour $P_0 = 50 \text{ mbar}$, $V_i = 2 \text{ cL}$ et $V_f = 120 \text{ mL}$..

c) Calculer W pour $P_0 = 150 \text{ bar}$, $V_i = 20 \text{ cm}^3$ et $V_f = 10 \text{ cm}^3$

Entraînement 22.2 — Suite de transformations.



Un système composé de $n = 2$ moles de gaz en contact avec un milieu extérieur à la pression $P_{\text{ext}} = 1 \text{ bar}$, subit une suite de transformations.

Au cours de la première, son volume ne varie pas (transformation isochore).

Au cours de la seconde, la pression extérieure ne varie pas (transformation monobare) et son volume initialement à $V_i = 1 \text{ L}$ augmente et se fixe à $V_f = 2 \text{ L}$.

Les transformations étant quasi statiques, le travail des forces de pression se met sous la forme suivante :

$$W = - \int_{V_{\text{initial}}}^{V_{\text{final}}} P_{\text{ext}} dV.$$

a) Calculer W au cours de la première transformation


b) Calculer W au cours de la seconde transformation

 **Entraînement 22.3 — Bataille de travaux sans calculatrice.**



Considérons deux systèmes A et B recevant de l'énergie du milieu extérieur. La puissance reçue par le premier durant 30s s'élève à 50W. Le second reçoit une puissance plus importante (400W) mais durant un temps plus court (5s).

Quel système a reçu la plus grande quantité d'énergie (sous forme de travail) ? ..

 **Entraînement 22.4 — Calcul d'aires.**



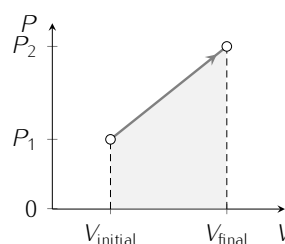
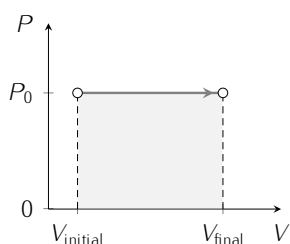
Pour une transformation quasi-statique, le travail des forces de pression s'écrit sous la forme :

$$W = - \int_{V_{\text{initial}}}^{V_{\text{final}}} P dV$$

Ce travail W correspond alors à l'opposé de l'aire sous la courbe $P = f(V)$, pour $V_{\text{final}} > V_{\text{initial}}$.

a) Exprimer le travail W en fonction des variables P_0 , V_{initial} et V_{final} .

b) Exprimer le travail W en fonction des variables P_1 , P_2 , V_{initial} et V_{final} .



.....

.....

 **Entraînement 22.5 — Différents types de transformations.**



Un système est composé de n moles de gaz parfait, de volume V , de pression P et de température T .

Nous souhaitons évaluer le travail reçu par ce système au cours de transformations quasi statiques :

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV$$

La loi des gaz parfaits assure que $PV = nRT$.

Transformation isotherme :


Au cours de cette transformation, la température du système ne varie pas et $T = T_0$.

a) Écrire W en fonction de n, R, T_0, V_i et V_f

Transformation polytropique et quasi-statique :

Au cours de cette transformation, on a $PV^k = \text{constante}$ (avec $k > 1$). Les pressions et volumes du système à l'instant initial seront notés P_i et V_i et à l'instant final P_f et V_f .

b) Écrire le travail W en fonction de V_i, V_f, P_i, P_f et k

 **Entraînement 22.6 — Problème d'unités.**




La capacité thermique massique de l'eau vaut $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

La masse molaire de l'eau vaut $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Une énergie peut être exprimée en joules ou en kilocalories; on donne la relation $1 \text{ kcal} = 4184 \text{ J}$.

a) Évaluer la capacité thermique molaire C_m de l'eau en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$...

b) En déduire sa valeur en $\text{kcal} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

 **Entraînement 22.7 — Variation d'énergie interne d'une phase condensée.**



Un opérateur chauffe une masse m d'eau liquide de capacité thermique massique $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. La température initialement à $T_i = 20^\circ\text{C}$ se stabilise en fin d'expérience à $T_f = 30^\circ\text{C}$.

Il souhaite calculer sa variation d'énergie interne par l'application de la relation suivante :

$$\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C \, dT$$

où C est la capacité thermique du système.

a) Donner ΔU du système en fonction c, m, T_i et T_f

b) Calculer ΔU en kJ pour $m = 100 \text{ g}$

Entraînement 22.8 — Étude d'un gaz parfait diatomique.




Soient n moles de gaz parfait diatomique évoluant d'un état initial caractérisé par $T_i = 60^\circ\text{C}$ vers un état final à la température $T_f = 90^\circ\text{C}$.

Pour un gaz parfait diatomique, la relation de Mayer impose $C_P - C_V = nR$.

Pour un gaz parfait diatomique, on a $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1,4$.

a) Exprimer C_V (la capacité thermique à volume constant du gaz parfait) en fonction de n, R et γ


-
- b) Évaluer $\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C_V dT$ pour $n = 1$ mol
- c) Exprimer C_P (la capacité thermique à pression constante du gaz parfait) en fonction de n , R et γ
-
- d) Évaluer $\Delta H = \int_{T_i}^{T_f} C_P dT$ pour $n = 1$ mol

 **Entraînement 22.9 — Des variations d'énergie interne.** ●●●●●

Suivant la finesse des modèles utilisés, la capacité calorifique à volume constant C_V peut être une fonction de la température. Le calcul de la variation d'énergie interne $\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C_V(T) dT$ se fera alors en tenant compte de son expression.

Donner, dans chacun des cas suivants, l'expression de ΔU .


- a) pour un gaz parfait (C_V est une constante)
- b) pour un gaz réel ($C_V = AT + B$, où A et B sont des constantes)
- c) pour un solide ($C_V = DT^3$, où D est une constante)

 **Entraînement 22.10 — Détente de Joule-Gay Lussac d'un gaz réel.** ●●●●●

La détente de Joule-Gay Lussac est une détente au cours de laquelle l'énergie interne du système est constante : $\Delta U = 0$. Pour n moles d'un gaz réel passant du volume V_i au volume V_f et de la température T_i à la température T_f , on a alors

$$\Delta U = C_V(T_f - T_i) - n^2 a \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right) = 0.$$

Exprimer T_f en fonction de T_i , C_V , n , a , V_f , V_i

 **Entraînement 22.11 — Température finale.** ●●●●●

On applique le premier principe à un système subissant une transformation isobare : on a

$$\Delta H = \int_{T_i}^{T_f} C_P(T) dT = Q.$$

Dans chacun des cas suivants, exprimer T_f (en fonction de T_i , Q et des paramètres liés à C_P).

- a) $C_P = C$ est une constante
- b) $C_P = \frac{A}{T}$ (où A est une constante)
- c) $C_P = BT^2$ (où B est une constante)

Entraînement 22.12 — Transformations du gaz parfait.



Dans cet entraînement, le système correspond à n moles de gaz parfait de coefficient adiabatique $\gamma = 1,4$. Il subit différentes transformations suivant les questions, et nous noterons les variables dans l'état initial P_i, V_i, T_i et les variables dans l'état final P_f, V_f, T_f .

On appliquera le premier principe $\Delta U = W + Q$, avec $\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_i)$ et $W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV$ pour une transformation quasi-statique.

Dans chaque cas, exprimer le transfert thermique Q reçu par le gaz.

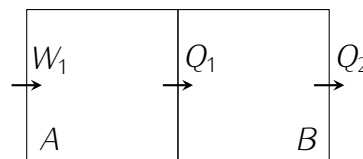
- a) Pour une transformation isotherme (à température constante)
- b) Pour une transformation isochore (à volume constant)
- c) Pour une transformation adiabatique (sans transfert thermique)

Entraînement 22.13 — Étude d'une enceinte divisée en deux compartiments.



Une enceinte est divisée en deux compartiments.

- Le compartiment A reçoit un travail W_1 de l'extérieur et fournit un transfert thermique Q_1 au compartiment B .
- Le compartiment B reçoit un transfert thermique Q_1 du compartiment A et fournit un transfert thermique Q_2 à l'extérieur.



On rappelle l'expression du premier principe pour un système : $\Delta U = W + Q$, où ΔU est la variation d'énergie interne du système, et où W et Q sont respectivement le travail et le transfert thermique reçus par le système considéré.

- a) Exprimer ΔU_A la variation d'énergie interne du compartiment A ..
- b) Exprimer ΔU_B la variation d'énergie interne du compartiment B ..
- c) Exprimer ΔU_{tot} la variation d'énergie interne des compartiments A et B , qui correspond à la somme des variations d'énergie interne des compartiments A et B .

Entraînement 22.14 — Capacité thermique d'un calorimètre.



On considère un calorimètre de valeur en eau $m = 10$ g. La valeur en eau d'un calorimètre est la masse d'eau ayant la même capacité thermique que le calorimètre vide.

On rappelle la capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_{eau} = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Que vaut la capacité thermique du calorimètre ?

Entraînement 22.15 — Évolution de la température d'un calorimètre.



Nous considérons ici un calorimètre initialement à la température T_0 alors que l'air extérieur est à la température T_a .

Le calorimètre étant de capacité thermique C , sa température T évolue au cours du temps et obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{h}{C}T = \frac{h}{C}T_a.$$

a) Définir un temps caractéristique pour l'équation différentielle

b) Résoudre l'équation différentielle et exprimer T en fonction du temps ..



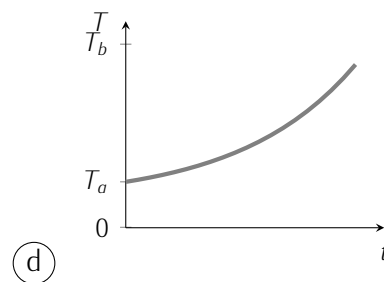
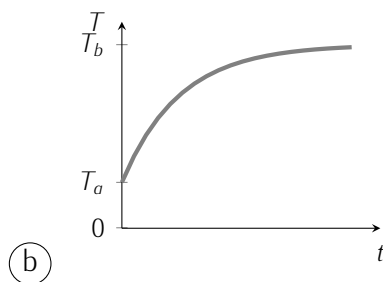
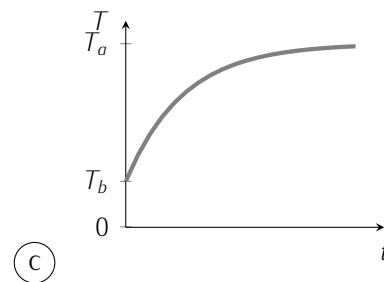
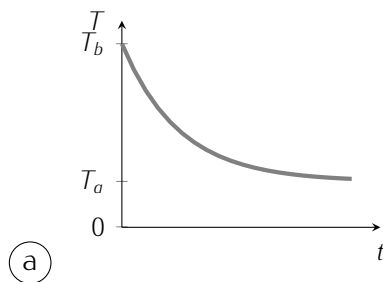
Entraînement 22.16 — Évolution temporelle de la température.



En échangeant avec l'extérieur, la température d'un système varie et suit la loi d'évolution suivante :

$$T = T_b + (T_a - T_b)e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Quelle courbe correspond à cette évolution temporelle ?



.....



Entraînement 22.17 — Mélange de liquides.



Dans un calorimètre, on mélange une masse m_1 d'eau liquide à la température T_1 et une masse m_2 d'eau liquide à la température T_2 .

a) À l'équilibre, la température de l'ensemble T_{eq} vérifie l'équation :

$$m_1c(T_{eq} - T_1) + m_2c(T_{eq} - T_2) = 0.$$

Déterminer T_{eq} en fonction de T_1, T_2, m_1, m_2

b) En réalité, des pertes thermiques Q sont observées durant l'évolution de la température. La température T_{eq} vérifie alors l'équation suivante :

$$m_1 c(T_{\text{eq}} - T_1) + m_2 c(T_{\text{eq}} - T_2) = Q.$$

Déterminer T_{eq} en fonction de T_1 , T_2 , m_1 , m_2 et Q

Exercices

Exercice 22.18 — Un amateur de café tatillon.



Un amateur de café aime boire son café chaud (à 50°C). Malheureusement le sucre qu'il y ajoute risque de le refroidir car il est à la température ambiante 20°C.

Il envisage trois méthodes pour obtenir une température finale de 50°C.

1. Prendre un café à 50°C et faire tomber le sucre de suffisamment haut pour que la température finale du mélange reste égale à 50°C.
2. Prendre un café à 50°C et lancer le sucre avec une vitesse suffisante pour que la température finale du mélange reste égale à 50°C.
3. Prendre un café à une température supérieure, l'addition du sucre l'amenant à 50°C.

La masse d'un sucre est $m = 5$ g. L'énergie interne massique du sucre est du type $U_m = U_{m0} + c_m t$ ($c_m = 500 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ et t température en degré Celsius).

L'énergie interne de la tasse pleine de café sans sucre est du type $U_{\text{tasse}} = U_0 + Ct$ avec U_0 une constante et $C = 100 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

On prendra $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. La transformation est supposée s'effectuer sans transfert thermique de l'extérieur et la dissolution du sucre est athermique.

énonce

a) De quelle hauteur h doit-il faire tomber le sucre dans le premier cas ?

b) Quelle vitesse doit-il communiquer au sucre dans le deuxième cas ?

c) Quelle température initiale doit avoir le café dans le troisième cas ?

Exercice 22.19 — Compressions d'un gaz parfait.



Un gaz parfait est enfermé dans un cylindre de volume $V_1 = 5$ L à l'intérieur duquel peut coulisser (sans frottement) un piston de masse négligeable.

À l'extérieur du piston, la température est $T_{\text{ext}} = 293$ K, la pression est $P_{\text{ext}} = 1$ atm.

La paroi du cylindre étant parfaitement diatherme (diathermane), à l'équilibre la température du gaz est toujours $T_{\text{ext}} = 293$ K. Au départ, la pression du gaz est $p = P_1 = P_{\text{ext}}$.

1. En appuyant sur le piston, on augmente très lentement la pression jusqu'à $P_2 = 10 \text{ atm}$. Calculer T_2 , V_2 , ΔU et Q .
2. On passe maintenant instantanément de P_1 à P_2 puis on attend l'équilibre qui interviendra forcément après quelques oscillations du piston si on considère la viscosité du gaz. Calculer T'_2 , V'_2 , $\Delta'U$ et Q' .

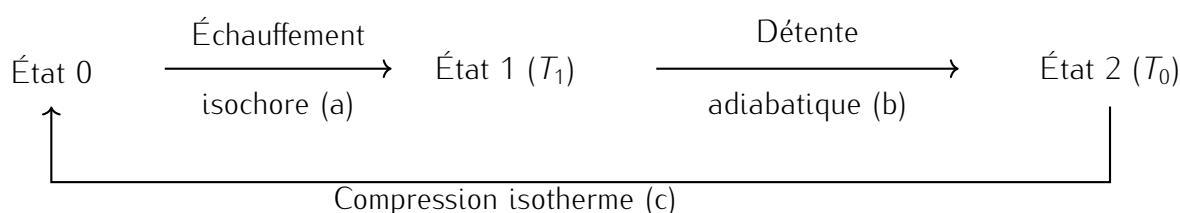
On rappelle : $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Exercice 22.20 — Cycle d'un gaz parfait.



Un réservoir contient un volume V_0 d'un gaz parfait monoatomique à une température T_0 et une pression p_0 .

On réalise la suite des transformations quasi statiques suivante :



1. Représenter le cycle réalisé dans le diagramme de Watt $p(V)$.
2. Préciser pour chaque transformation (a), (b), (c) le travail échangé, le transfert thermique et la variation d'énergie interne du gaz parfait en fonction des seules données p_0 , V_0 , T_0 et T_1 .

Exercice 22.21 — Calorimétrie.



Un calorimètre contient une masse $m_1 = 95 \text{ g}$ d'eau à 20°C , on ajoute $m_2 = 71 \text{ g}$ d'eau à 50°C . On travaille à pression constante.

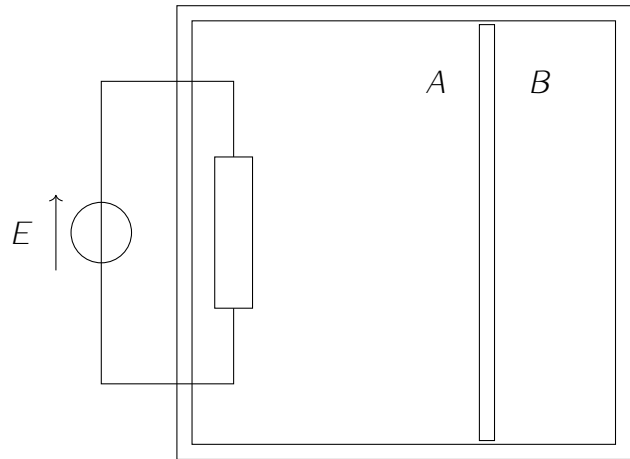
1. Quelle serait la température finale T_f si on négligeait la capacité thermique du calorimètre ?
2. La température d'équilibre observée est de $31,3^\circ\text{C}$. En déduire la valeur de la capacité thermique C du calorimètre.
3. Le même calorimètre contient maintenant 100 g d'eau à 15°C . On y plonge un échantillon métallique de 25 g à la température de 95°C . La température d'équilibre étant $16,7^\circ\text{C}$, calculer la capacité thermique massique du métal.

Donnée : Capacité thermique massique de l'eau : $c_o = 4,18 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Exercice 22.22 — Transformations couplées.



On considère un cylindre rigide aux parois adiabatiques séparé en deux compartiments A et B par un piston adiabatique mobile sans frottement. Ces deux compartiments contiennent le même gaz parfait dont on connaît l'exposant adiabatique γ supposé constant. Un conducteur ohmique de résistance R et de capacité thermique négligeable est placé dans A .



L'état initial correspond à $V_{A0} = V_{B0} = V_0$, $p_{A0} = p_{B0} = p_0$, $T_{A0} = T_{B0} = T_0$. On fait passer un courant I dans R sous une tension E pendant un temps τ . Le gaz A passe alors lentement de V_{A0} à $V_A = 2V_B$.

1. Caractériser les transformations qui affectent les gaz A , B , $\{A + B\}$ puis les systèmes $\{R + A\}$ et $\{A + B + R\}$.
2. Quels sont les paramètres d'état (T_A , p_A , V_A , T_B , p_B et V_B) des gaz dans l'état final.
3. Quels sont les échanges d'énergie (travail et transfert thermique) entre A et B ?
4. Quels sont les échanges d'énergie entre le résistor et A ?

Exercice 22.23 — Chauffage d'un local.



Un local est chauffé à l'aide d'un radiateur électrique d'une puissance $\mathcal{P}_{\text{rad}} > 0$.

La pression atmosphérique est constante et la température extérieure est T_{ext} K (12°C).

Le local a une capacité thermique C_p indépendante de la température.

Il existe des fuites thermiques. La puissance dissipée dans ces fuites est proportionnelle à l'écart entre la température T de la pièce et la température extérieure : $\mathcal{P}_{\text{fuite}} = \frac{\delta Q_{\text{fuite}}}{dt} = \frac{T - T_{\text{ext}}}{R_{\text{th}}}$ où R_{th} est la résistance thermique des parois.

1. Établir l'équation différentielle à laquelle satisfait la fonction $T(t)$ quand le chauffage du local n'est pas actif. Donner la solution littérale de cette équation pour une température initiale $T_1 > T_{\text{ext}}$. Quelle est, sans chauffage, la valeur limite de la température de la pièce?
2. Montrer que la température de la pièce tend vers une limite T_{lim} quand le chauffage est en fonctionnement permanent.
3. Établir l'équation différentielle à laquelle satisfait la fonction $T(t)$ quand le chauffage du local est actif. Donner la solution littérale de cette équation pour une température initiale $T_0 > T_{\text{ext}}$.
4. Représenter graphiquement l'allure des variations de température au cours d'un cycle de chauffage si le radiateur se déclenche dès que $T \leq T_0$ avec $T(t)$ décroissante et s'arrête dès que $T \geq T_1$ avec $T(t)$ croissante.

Annale de concours

Exercice 22.24 — Anémomètre.



D'après CCINP PC 2022

Lorsqu'on veut mesurer la vitesse de l'air à l'intérieur des habitations, par exemple pour contrôler le bon fonctionnement d'un système de ventilation, on utilise préférentiellement un anémomètre à fil chaud. Son principe est le suivant : un fil électrique parcouru par un courant s'échauffe par effet Joule, tandis qu'il est refroidi par l'air circulant autour du fil. Plus l'air a une vitesse élevée, plus l'effet de refroidissement est important.

L'anémomètre à fil chaud est un fil électrique, de diamètre $d = 1 \mu\text{m}$ et de longueur $\ell = 1 \text{ mm}$, est parcouru par un courant continu d'intensité I . Sa résistance R_f dépend de la température T_f du fil, supposée uniforme dans tout le fil : $R_f = R(T_f) = R_0(1 + \gamma(T_f - T_0))$, où T_0 est la température de l'air loin du fil, R_0 la résistance du fil à T_0 , et $\gamma = 5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ une constante caractéristique du matériau dont est constitué le fil.

L'air s'écoule à la vitesse U perpendiculairement au fil. Sur l'ensemble des modes de transfert thermique possibles entre le fil et son environnement, c'est la convection forcée par l'écoulement de l'air qui est le mode prédominant. Ainsi, le transfert thermique cédé par le fil à son environnement pendant la durée dt est donné par la loi de Newton :

$$\delta Q_{\text{cédé}} = h(T_f - T_0)S_{\text{lat}} dt$$

avec S_{lat} la surface latérale du fil en contact avec l'air et h le coefficient de transfert thermique de surface. On traduit l'efficacité de la convection forcée avec la vitesse U de l'écoulement par la relation :

$$h = a_0 + b_0\sqrt{U}$$

où a_0 et b_0 sont deux constantes.

1. Le fil est en platine, de résistivité $\rho_{\text{Pt}} = 1,11 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$ à $T_0 = 300 \text{ K}$. Calculer R_0 .
2. On se place en régime permanent : le fil est à la température T_f constante. En appliquant le premier principe de la thermodynamique sur le fil, établir la loi de King :

$$\frac{R_f I^2}{R_f - R_0} = K (a_0 + b_0\sqrt{U})$$

dans laquelle K est à exprimer en fonction de γ , ℓ , d et R_0 .

3. L'anémomètre à fil chaud est utilisé en maintenant la température T_f constante. Pour permettre cela, un système de rétroaction adapte l'intensité dans le fil en fonction des variations de vitesse de l'écoulement. Comment doit varier l'intensité lorsque la vitesse de l'écoulement augmente ? Justifier brièvement.
4. On mesure la tension E_f aux bornes du fil (en convention récepteur). Établir la relation entre E_f et U , en fonction de R_f , R_0 , K , a_0 et b_0 .

Réponses mélangées

$$\begin{array}{l}
 T_{\text{lim}} = T_{\text{ext}} + R_{\text{th}} P_{\text{rad}} \quad 0,44 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad -100 \text{ J} \quad 300 \text{ J} \quad \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} \\
 \frac{C}{h} \quad 293 \text{ K} \quad \frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_{\text{ext}}}{\tau} \quad T_i e^{\frac{Q}{\lambda}} \quad -nRT_0 \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \quad Q_1 - Q_2 \\
 0 \text{ J} \quad 42 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \quad (T_0 - T_{\text{lim}}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + T_{\text{lim}} \quad \text{chauffage irréversible} \quad 4,2 \text{ kJ} \\
 \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \quad 1500 \text{ m} \quad \left(T_i^3 + \frac{3Q}{B}\right)^{1/3} \quad 0,5 \text{ L.} \quad \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} + \frac{Q}{(m_1 + m_2)c} \\
 \text{compression adiabatique réversible} \quad 2T_0 \left(\frac{3}{2}\right)^{\gamma-1} \quad 94 \text{ J.K}^{-1} \quad 6,2 \times 10^2 \text{ J} \\
 -P_0(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}}) \quad C_V(T_f - T_i) \quad \frac{3}{2}p_0V_0\left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right) \quad -0,5 \text{ J} \\
 W_1 - Q_1 \quad T_0 \left(\frac{3}{2}\right)^{\gamma-1} \quad 32,2^\circ\text{C} \quad T_a + (T_0 - T_a)e^{-\frac{bt}{c}} \quad 150 \text{ J} \\
 \frac{2}{3}V_0 \quad nRT_i \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \quad \frac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_i) \quad (T_1 - T_{\text{ext}}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + T_{\text{ext}} \\
 \textcircled{b} \quad 50,75^\circ\text{C} \quad \frac{3p_0V_0}{2} \ln \frac{T_0}{T_1} \quad mc(T_f - T_i) \quad \frac{D}{4}(T_f^4 - T_i^4) \\
 0 \quad T_i + \frac{n^2a}{C_V} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i}\right) \quad \frac{nR}{\gamma-1} \quad 8,7 \times 10^2 \text{ J} \quad T_i + \frac{Q}{C} \\
 B \quad \frac{-(P_2 + P_1)(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}})}{2} \quad \frac{A}{2}(T_f^2 - T_i^2) + B(T_f - T_i) \\
 18 \times 10^{-3} \text{ kcal} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \quad 173 \text{ m.s}^{-1} \quad \frac{nR}{\gamma-1} T_0 \left[3 \left(\frac{3}{2}\right)^{\gamma-1} - 2\right] \\
 76 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \quad \text{transformation adiabatique isochore irréversible} \\
 W_1 - Q_2 \quad \frac{P_f V_f - P_i V_i}{k-1} \quad p_0 \left(\frac{3}{2}\right)^\gamma
 \end{array}$$