

Semaine du 27 avril 2026 :

Probabilités chapitre 2 : Variables aléatoires (autour des couples de variables aléatoires)

Analyse : chapitre 10 : analyse asymptotique - développement limité

Algèbre : chapitre 12 : applications linéaires, généralités (jusqu'à p10 incluse)

**? AUTO-TEST**

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

**► AN10 : analyse asymptotique et développements limités**

- Que signifie  $f$  négligeable devant  $g$ ? Dominée par  $g$ ? équivalente à  $g$ ?
- Quelles opérations sont autorisée pour les fonctions négligeables (resp. dominées, resp. équivalentes)
- Quelles propriétés sont transmises via équivalence?
- Quels opérations sont possibles quand on utilise les équivalents?
- Qu'est ce que la substitution dans les équivalents?
- Comment utilise-t-on les notions de négligeabilité/domination/équivalence avec des suites?
- Qu'est-ce qu'un développement limité? Quel lien avec la continuité? La dérivation?
- Énoncez la formule de Taylor-Young en 0 et en  $a \in \mathbb{R}$ .
- Donnez les DL à n'importe quel ordre de :  $\frac{1}{1-x}$ ,  $\frac{1}{1+x}$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $e^x$ ,  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $ch(x)$ ,  $sh(x)$ ,  $(1+x)^\alpha$
- Retrouver  $\arctan(x)$  à n'importe quel ordre.
- $DL_3(0)$  de  $\sqrt{1+x}$ ?
- Comment utiliser les DL pour les équivalents?
- Comment utiliser les DL pour des études locales : tangente, extremum local, etc...
- Qu'est ce qu'un DL en  $+\infty$ ? Qu'appelle-t-on développement asymptotique?
- Comment repérer des asymptotes obliques à l'aide de DL?

**► PR2 : Variables aléatoires**

- Qu'est-ce qu'une variable aléatoire? Qu'appelle-t-on univers image?
- Qu'est-ce que le système complet d'événements associé à une variable aléatoire.
- Qu'est-ce que la "loi d'une variable aléatoire"?
- Présentez la loi uniforme sur un ensemble  $E$ , la loi de Bernoulli, la loi Binomiale. (univers image, loi, cas d'utilisation)
- Qu'est ce que l'espérance d'une variable aléatoire? Interprétation?
- Énoncez le théorème du transfert.
- Comment utiliser le théorème du transfert pour montrer la linéarité de l'espérance?
- Qu'est ce que la variance? interprétation?
- Qu'appelle-t-on loi d'un couple? Lois marginales? Comment passer de l'un à l'autre?
- Qu'est ce que la covariance? Quelle interprétation?
- Formule de la variance de la somme de deux v.a.?
- Qu'est ce que deux variables aléatoires indépendantes. Quelle conséquence sur la covariance? Réciproque de cette propriété?
- Qu'est-ce qu'un vecteur aléatoire?
- Variance de la somme de  $n$  v.a.

**► AL12 : Applications linéaires : généralités**

- Qu'est-ce qu'une application linéaire? Donnez des exemples.
- Qu'est ce qu'un endomorphisme? Un isomorphisme? un automorphisme?
- Qu'est-ce qu'une forme linéaire?
- Qu'est-ce que  $\text{Ker } f$ ?  $\text{Im } f$ ?
- Quel lien entre  $\text{Ker}$  et l'injectivité?
- Comment calculer  $\text{Im } f$  à partir d'une famille génératrice de  $E$ ?

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



## COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

- ▶ Résoudre un problème de probabilité en posant proprement  $(\Omega, P)$  et les événements nécessaires à la traduction du problème..
- ▶ Utiliser les probabilités conditionnelles, la formule des probabilités totales, la formule des probabilités composées, etc...
- ▶ Calculer la loi d'une variable aléatoire ou d'un couple de variable aléatoire en utilisant les deux points précédents...
- ▶ Calculer l'espérance et la variance d'une variable aléatoire
- ▶ Utiliser des équivalents pour calculer des limites de fonctions ou de suites.
- ▶ Calculer des DL de fonction. Aucune "virtuosité calculatoire" n'est exigible...
- ▶ Utiliser des DL pour déterminer des limites, des équivalents, des tangentes, des asymptotes.
- ▶ Montrer qu'une application est linéaire et calculer son noyau.



## DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

- ▶ Montrez que si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes, alors  $E(XY) = E(X)E(Y)$
- ▶ Montrez que si  $f \in \mathcal{L}(E, F)$  et  $G$  un sev de  $E$ . Alors  $f(G)$  est un sous espace vectoriel de  $F$ .
- ▶ Montrez que si  $f \in \mathcal{L}(E, F)$  et  $G$  un sev de  $F$ . Alors  $f^{-1}(G)$  est un sous espace vectoriel de  $E$ .
- ▶ Montrez que  $f \in \mathcal{L}(E, F)$  est injective si et seulement si  $\text{Ker } f = \{0_E\}$ .