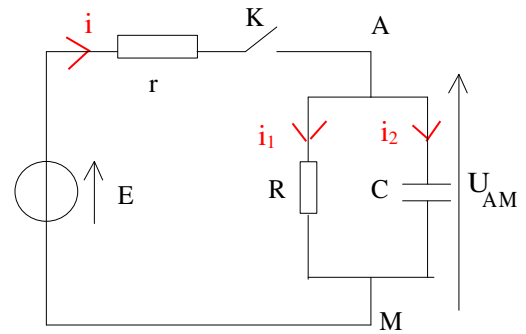


1.3 Circuit du premier ordre-Exercice 2

Un condensateur réel peut être modélisé par l'association en parallèle d'un condensateur idéal et d'une résistance.

$E = 12 \text{ V}$; $r = 100 \Omega$; $R = 10 \text{ k}\Omega$; $C = 100 \text{ nF}$

Le condensateur étant initialement déchargé, on ferme K à $t = 0$.



a-Etablir l'équation différentielle vérifiée par U_{AM} .

b-Résoudre cette équation.

c-Calculer dans l'ordre de votre choix :

- $p_1(t)$: puissance totale dissipée par les résistances
- $p_2(t)$: puissance emmagasinée par le condensateur
- $p_3(t)$: puissance fournie par le générateur

Quelle relation lie ces trois grandeurs ?

a-Loi des mailles : $E = ri + U_{AM}$

Loi des nœuds : $i = i_1 + i_2 = \frac{U_{AM}}{R} + C \frac{dU_{AM}}{dt}$

Donc : $E = r \frac{U_{AM}}{R} + rC \frac{dU_{AM}}{dt} + U_{AM}$

Finalement :
$$\frac{dU_{AM}}{dt} + \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right) U_{AM} = \frac{E}{rC}$$

b-Solution : $U_{AM} = Ke^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{RE}{R+r}$ avec $\tau = \frac{rRC}{r+R}$

A $t = 0$: $U_{AM} = 0$ car le condensateur n'est pas chargé et la tension à ses bornes est continue.

Donc : $0 = K + \frac{RE}{R+r}$

Finalement :
$$U_{AM} = \frac{RE}{R+r} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

c-• $p_1(t) = ri^2 + Ri_1^2 = r \left(\frac{U_{AM}}{R} + C \frac{dU_{AM}}{dt} \right)^2 + \frac{U_{AM}^2}{R}$

• $p_2(t) = U_{AM}i_2 = CU_{AM} \frac{dU_{AM}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} CU_{AM}^2 \right)$

• $p_3(t) = Ei = E \left(\frac{U_{AM}}{R} + C \frac{dU_{AM}}{dt} \right)$

Par conservation de l'énergie : $p_3(t) = p_1(t) + p_2(t)$