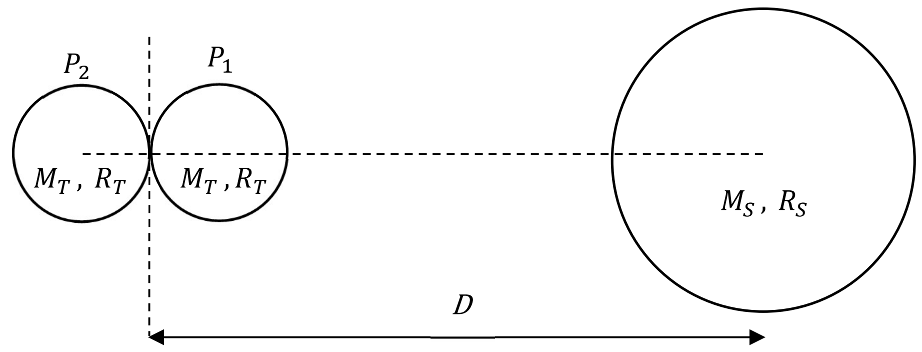
2.6 Forces centrales-Exercice 16

1-Exprimer et calculer l'accélération de la pesanteur g ressentie à la surface d'une planète de masse M_T et de rayon R_T.

2-Etablir l'équation d'un pendule simple sans frottement par une méthode au choix. Donner la période des petites oscillations.

3-



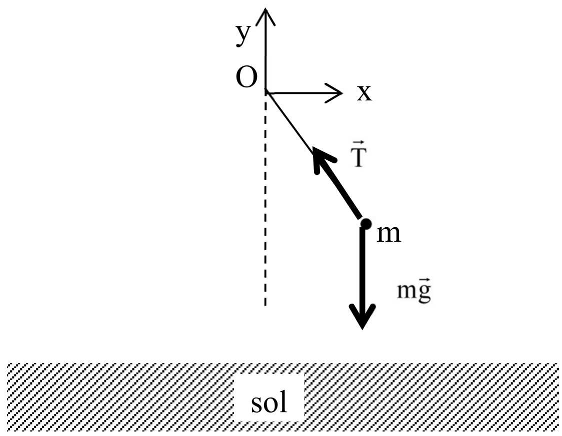
On étudie deux planètes accolées P_1 et P_2 en mouvement circulaire uniforme autour du Soleil.

a) Exprimer la vitesse angulaire du système des deux planètes autour du Soleil.
b) Etudier les forces mécaniques subies par P_1 et déterminer la distance D_l qui engendre une rupture.
c) La littérature scientifique donne $D_l = 2{,}5R\left(\frac{\rho_S}{\rho_P}\right)^{1/3}$. Commenter ce résultat et sa correspondance avec les calculs précédents.

2.6 Forces centrales-Exercice 16

1-La force gravitationnelle en surface a pour norme $\frac{GmM_T}{R_T^2}$ d'où le champ de pesanteur : $\boxed{g = \frac{GM_T}{R_T^2}}$

2-Le référentiel R lié au sol est galiléen.
Système : masse m
Actions extérieures : - le poids $m\vec{g}$
- la tension de la tige : $\vec{T}$



Loi du moment cinétique sous forme scalaire par rapport à l'axe Oz :

$$\frac{dL(Oz)}{dt} = M_{\text{ext}}(Oz)$$

d'où : $\boxed{mL^2\ddot{\theta} = -mgL\sin\theta}$

Pour de petits angles : $\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta = 0$

avec : $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$ et $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$

3-a) <u>Principe fondamental de la dynamique</u> pour le système des deux planètes, dans le référentiel de Copernic galiléen, en projection selon la direction radiale :$-2M_T D\omega^2 = -\frac{G2M_T M_S}{D^2}$

D'où : $\boxed{\omega = \sqrt{\frac{GM_S}{D^3}}}$

b) On se place dans le référentiel en rotation à la vitesse angulaire ω par rapport au référentiel de Copernic. Ce référentiel est non galiléen mais P_1 y est en équilibre sous l'action de trois forces :

- l'attraction du Soleil : $\vec{F}_S = -\frac{GM_T M_S}{(D-R_T)^2}\vec{u}_r$
- l'attraction de P_2 : $\vec{F}_2 = \frac{GM_T M_T}{(2R_T)^2}\vec{u}_r$
- la force d'inertie d'entraînement centrifuge : $\vec{F}_{ie} = M_T\omega^2(D-R_T)\vec{u}_r$

A l'équilibre : $-\frac{GM_T M_S}{(D-R_T)^2}\vec{u}_r + \frac{GM_T M_T}{(2R_T)^2}\vec{u}_r + M_T\omega^2(D-R_T)\vec{u}_r = \vec{0}$

$$-\frac{GM_S}{D^2\left(1-\frac{R_T}{D}\right)^2} + \frac{GM_T}{4R_T{}^2} + \frac{GM_S}{D^3}D\left(1-\frac{R_T}{D}\right) = 0$$

$$-\frac{M_S}{D^2}\left(1+2\frac{R_T}{D}\right) + \frac{M_T}{4R_T{}^2} + \frac{M_S}{D^2}\left(1-\frac{R_T}{D}\right) = 0$$

$$-3\frac{M_S}{D^2}\frac{R_T}{D} + \frac{M_T}{4R_T{}^2} = 0$$

D'où : $D^3 = \frac{12M_S}{M_T}R_T^3$ Or : $M_T = \rho_P\frac{4}{3}\pi R_T^3$ et $M_S = \rho_S\frac{4}{3}\pi R_S^3$

On trouve la distance d'équilibre : $\boxed{D_l = \sqrt[3]{12}R_S\left(\frac{\rho_S}{\rho_P}\right)^{1/3}}$

Si $D < D_l$, l'attraction du Soleil l'emporte sur les deux autres forces et il y a rupture du contact.

c-$\sqrt[3]{12} \approx 2{,}3$. Le modèle est bon.
