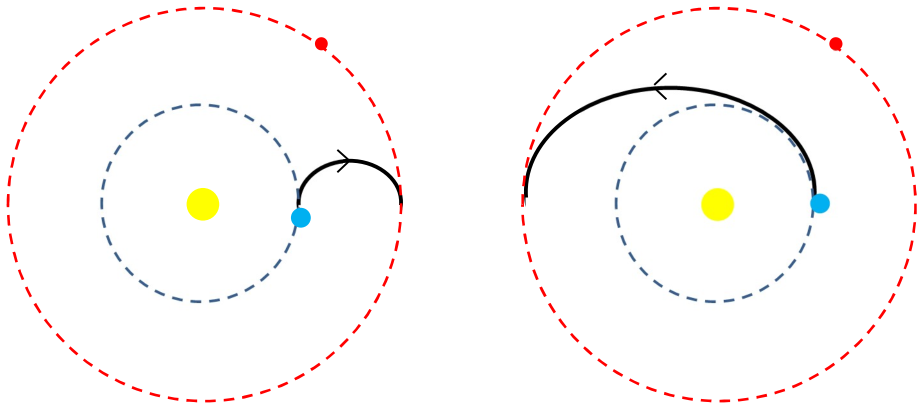
2.6 Forces centrales-Exercice 13

1-On suppose que la Terre et Mars décrivent des orbites circulaires autour du Soleil.
La vitesse de la Terre dans le référentiel de Copernic est de 30 km/s et le rayon de son orbite est 1,52 fois plus petit que le rayon de l'orbite de Mars
En déduire la valeur de ces deux rayons, la période de révolution et la vitesse de Mars autour du Soleil.

2-Le lancement du robot Curiosity de la mission Mars Science Laboratory (MSL) a eu lieu le samedi 26 novembre 2011, suivant une trajectoire semi-elliptique tangente aux orbites de la Terre et de Mars aux deux extrémités de son grand axe. On suppose qu'il n'est soumis qu'à l'attraction gravitationnelle du Soleil.
Laquelle de ces deux trajectoires, représentées en noir, a été choisie ?



Prévoir la date d'arrivée du robot sur Mars.

3-Déterminer la position de Mars par rapport à la Terre au moment du lancement du robot.

2.6 Forces centrales-Exercice 13

1-Pour la Terre : $R_T = \dfrac{v_T T_T}{2\pi} \approx \dfrac{30.10^3.365.24.86400}{2\pi}$ $\underline{R_T = 1{,}5.10^{11}\ \text{m}}$

Pour Mars : $R_M = 1{,}52R_T$ $\underline{R_M = 2{,}3.10^{11}\ \text{m}}$

La troisième loi de Kepler donne : $T_M = \sqrt{\dfrac{R_M^3}{R_T^3}}T_T$ $\underline{T_M = 684\ \text{jours} = 5{,}9.10^7\ \text{s}}$

$v_M = \dfrac{2\pi R_M}{T_M}$ $\underline{v_M = 24\ \text{km/s}}$

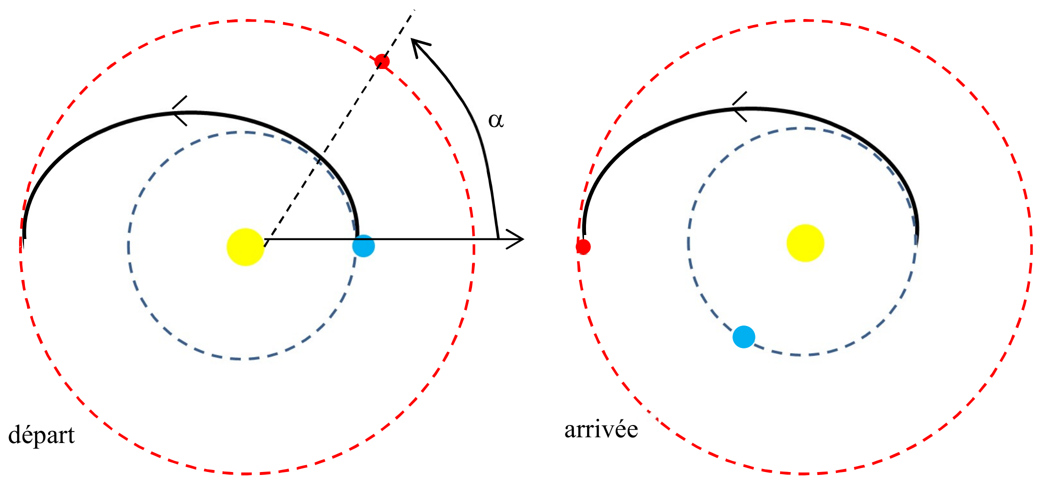
2-La trajectoire à gauche n'est pas possible car le Soleil n'est pas un foyer de l'ellipse. C'est donc forcément la trajectoire de droite la bonne.

Soient $a = (R_T + R_M)/2$ le demi-grand axe de l'ellipse et T sa période de révolution.

Troisième loi de Kepler : $\dfrac{T^2}{a^3} = \dfrac{T_T{}^2}{R_T{}^3}$ donc : $T_{trajet} = \dfrac{T}{2} = \dfrac{T_T}{2}\sqrt{\dfrac{a^3}{R_T{}^3}}$ A.N : $\underline{T_{trajet} = 258\ \text{jours}}$

26 novembre 2011 + 258 jours ≈ <u>11 août 2012</u>.

3-On repère la position par l'angle α.



Quand le robot décrit la demi-ellipse, la planète Mars doit décrire l'arc de cercle $(\pi - \alpha)R_M$ pour que la rencontre ait bien lieu.

Donc : $T_{trajet} = \dfrac{(\pi-\alpha)R_M}{v_M}$ d'où : $\alpha = \pi - \dfrac{v_M T_{trajet}}{R_M} = \pi - 2\pi\dfrac{T_{Trajet}}{T_M}$ A.N : $\underline{\alpha = 0{,}77\ \text{rad} = 44°}$
