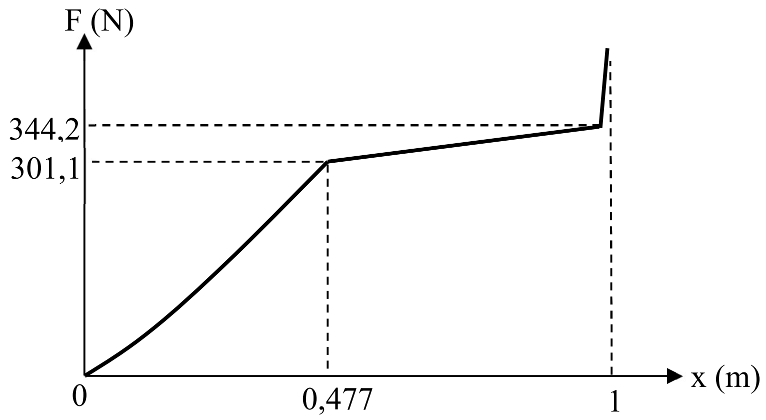
3.1 Systèmes-Exercice 4

On enferme n moles d'eau dans un cylindre horizontal de longueur $L = 2$ m et de section $\sigma = 2000$ cm^2 initialement vide. On le sépare en deux compartiments par un piston vertical placé initialement au milieu. L'ensemble étant thermostaté à $T = 293$ K, on déplace le piston avec une vitesse supposée infiniment faible. Pour les différentes situations d'équilibre, on mesure la composante F de la force exercée par l'opérateur sur le piston suivant l'axe Ox. On obtient la courbe suivante :



On admet que les seuls états pouvant intervenir ici sont le liquide incompressible de masse volumique $\mu = 10^3$ kg.m^{-3} et la vapeur (gaz parfait de masse molaire $M = 18$ g.mol^{-1}). On note P_s la pression de vapeur saturante de l'eau.

a-Interpréter la courbe et en déduire les états physique observés dans chaque compartiment.

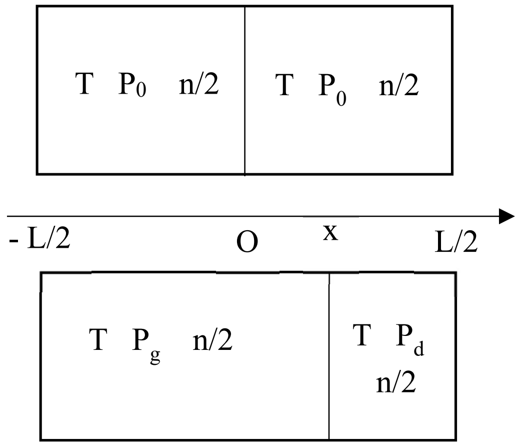
b-Quelle serait l'allure de la courbe donnant F en fonction de x pour $x < 0$?

c-Etablir les expressions théoriques de F dans les différents domaines de x. En déduire les valeurs numériques de n et P_s ?

3.1 Systèmes-Exercice 4

---

a-On a : $F = - F_{pression} = - (P_g - P_d)\sigma$



<u>$0 \le x < 0{,}477$</u> :
L'eau est à l'état gazeux dans les deux compartiments. Elle est comprimée à droite, détendue à gauche. La pression, donc la force, varie fortement avec x.

<u>$0{,}477 \le x < 1$</u> :
L'eau dans le compartiment droit passe en partie à l'état liquide. La pression est alors constante égale à P_s. La force varie moins fortement avec x

<u>$x \approx 1$</u> :
L'eau est entièrement à l'état liquide dans le compartiment de droite. Elle est difficile à comprimer donc la force F augmente très fortement

b-Courbe symétrique par rapport à O.

c-<u>$0 \le x < 0{,}477$</u> : Loi des gaz parfaits en évolution isotherme :

$$P_g\left(\frac{L}{2}+x\right)\sigma = P_0\,\frac{L}{2}\sigma \quad \text{d'où : } P_g = \frac{P_0}{1+\dfrac{2x}{L}} \qquad \text{et} \qquad P_d\left(\frac{L}{2}-x\right)\sigma = P_0\,\frac{L}{2}\sigma \quad \text{d'où : } P_d = \frac{P_0}{1-\dfrac{2x}{L}}$$

$$\text{Donc : } F = P_0\sigma\frac{4xL}{L^2-4x^2} \qquad \text{Or : } P_0\sigma\frac{L}{2} = \frac{n}{2}RT \quad \text{donc : } \boxed{F = \frac{4nRTx}{L^2-4x^2}}$$

$$\text{On en déduit : } n = \frac{301{,}1(4-4.0{,}477^2)}{4.8{,}314.300.0{,}477}$$

A.N : <u>n = 0,2 mol</u>

<u>$0{,}477 \le x < 1$</u> :

$$\text{On a : } F = \left(P_s - \frac{P_0}{1+\dfrac{2x}{L}}\right)\sigma \qquad \text{On élimine } P_0 \text{ d'où : } \boxed{F = P_s\sigma - \frac{nRT}{L+2x}}$$

$$\text{On en déduit : } P_s = \frac{1}{0{,}2}\left(301{,}1+\frac{0{,}2.8{,}314.300}{2+2.0{,}477}\right)$$

A.N : <u>P_s = 2300 Pa</u>
