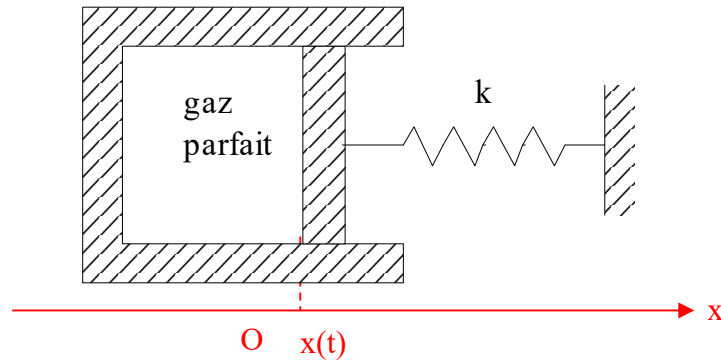


3.3 Second principe-Exercice 6

A l'équilibre, le ressort est non tendu, et le gaz parfait a une pression P_0 , un volume V_0 , une température T_0 . L'enceinte est adiabatique.

Déterminer l'équation des petits mouvements du piston de section S .



On choisit l'origine O de l'axe Ox au niveau de la position d'équilibre du piston (ressort non tendu)

$\Rightarrow$ L'allongement du ressort est $\ell - \ell_0 = -x$

Référentiel d'étude : $R(Oxyz)$ galiléen

Système : le piston

Actions sur le système selon Ox :

- Force de pression du gaz : $\vec{F}_{\text{gaz}} = PS\vec{u}_x$
- Force de pression de l'air extérieur : $\vec{F}_{\text{air}} = -P_0S\vec{u}_x$
- Force du ressort : $\vec{F}_{\text{ressort}} = -kx\vec{u}_x$

Loi de la quantité de mouvement selon Ox : $m\ddot{x} = -kx + (P - P_0)S$

On étudie des petits mouvements au voisinage de l'équilibre donc on peut supposer l'évolution réversible. Elle est en plus adiabatique donc on peut appliquer la loi de Laplace.

$$PV^\gamma = P_0V_0^\gamma \Rightarrow P(V_0 + Sx)^\gamma = P_0V_0^\gamma \Rightarrow P = P_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + Sx} \right)^\gamma = P_0 \left(1 + \frac{Sx}{V_0} \right)^{-\gamma}$$

$$Sx \ll V_0 \text{ donc : } P \approx P_0 \left(1 - \gamma \frac{Sx}{V_0} \right) \text{ puis } P - P_0 = -\gamma \frac{Sx}{V_0} P_0$$

$$\text{Donc : } m\ddot{x} = -kx - \frac{\gamma S^2 P_0}{V_0} x$$

$$\text{Soit : } \boxed{\ddot{x} + \left(\frac{k}{m} + \frac{\gamma S^2 P_0}{mV_0} \right) x = 0}$$

$$\text{On a un mouvement sinusoïdal de pulsation : } \omega = \sqrt{\frac{k}{m} + \frac{\gamma S^2 P_0}{mV_0}}$$