3.4 Machines thermiques-Exercice 7

---

a-Dans le diagramme de Clapeyron $P = f(V_{molaire})$, tracer les isothermes T_0 , T_1 et $T_{critique}$ avec $T_0 < T_1 < T_{critique}$.

b-Soit A_0 (resp A_1) le point d'intersection de l'isotherme T_0 (resp T_1) avec la courbe d'ébullition.
En supposant l'incompressibilité du fluide entre A_0 et A_1, exprimer la variation d'entropie $S(A_1) - S(A_0)$ en fonction de T_1, T_0 et de la capacité thermique molaire c du liquide.

c-Soit M(x) un point de l'isotherme T_0 correspondant au titre molaire x de vapeur. On note L(T) l'enthalpie molaire de vaporisation. Montrer que pour une mole de fluide : $S(M) = S(A_0) + xL(T_0)/T_0$.

d-On considère le cycle DABC où A est le point d'intersection de l'isotherme T_1 et de la courbe d'ébullition.
DA : liquéfaction isotherme totale à la température T_1.
AB : refroidissement isentropique jusqu'à la température T_0.
C est le point d'intersection entre l'isotherme passant par B et l'isentropique passant par D.
x_1 est le titre molaire en vapeur correspondant au point B, x_2 celui correspondant au point C.

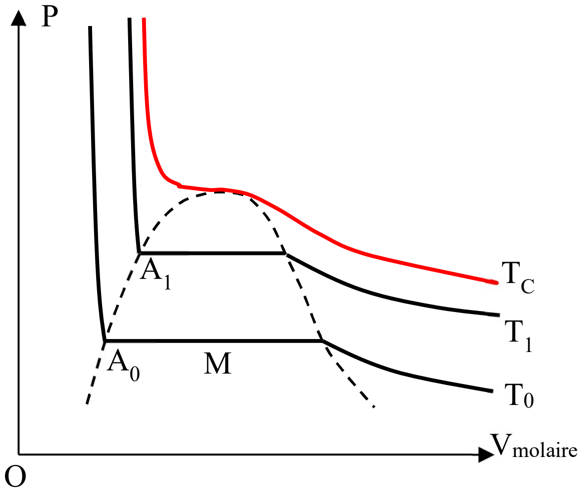
- Représenter le cycle
- Calculer x_1 et x_2 en fonction de $L(T_0)$, $L(T_1)$, c, T_0 et T_1.
- Calculer le travail W reçu par une mole de fluide au cours du cycle.

Donnée : variation d'entropie entre un état initial i et un état final f $\Delta S_{\substack{\text{phase} \\ \text{condensée}}} = ncLn\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$

où c est la capacité thermique molaire du liquide

3.4 Machines thermiques-Exercice 7

a-



b-Pour une mole d'eau liquide, phase condensée supposée incompressible et indilatable :

$$\boxed{S(A_1) - S(A_0) = c\,\mathrm{Ln}\left(\frac{T_1}{T_0}\right)}$$

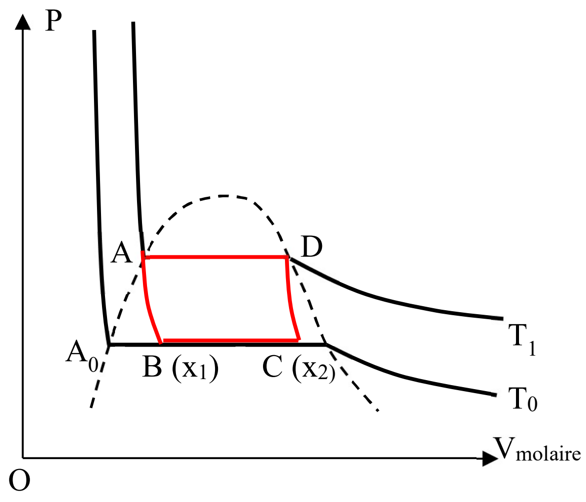
c-Pour une transition de phase à T : $\Delta S = \dfrac{\Delta H}{T}$

Ici : $T = T_0$ et $\Delta H = H(M) - H(A_0) = n_{vap}\, L(T_0)$

Or $x = \dfrac{n_{vap}}{n_{tot}} = \dfrac{n_{vap}}{1}$ car on considère une mole

Donc : $\boxed{S(M) - S(A_0) = \dfrac{xL(T_0)}{T_0}}$

d-



• On a : $S(A) - S(A_0) = c\,\mathrm{Ln}\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)$ et $S(B) - S(A_0) = \dfrac{x_1 L(T_0)}{T_0}$

Or S(A) = S(B) d'où : $\boxed{x_1 = \dfrac{cT_0\,\mathrm{Ln}\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)}{L(T_0)}}$

On a : $S(D) - S(A) = \dfrac{L(T_1)}{T_1}$ et $S(C) - S(A_0) = \dfrac{x_2 L(T_0)}{T_0}$ et $S(A) - S(A_0) = c\,\mathrm{Ln}\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)$

Or S(D) = S(C) d'où : $\boxed{x_2 = \dfrac{cT_0\,\mathrm{Ln}\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right) + \dfrac{T_0}{T_1} L(T_1)}{L(T_0)}}$

• <u>Premier principe</u> pour le cycle : $\Delta U = W + Q_{BC} + Q_{DA}$ ($Q_{AB} = 0$ et $Q_{CD} = 0$ car adiabatique)

On a : $Q_{BC} = (x_2 - x_1)L(T_0)$ et $Q_{DA} = - L(T_1)$

Donc $W = L(T_1) - (x_2 - x_1)L(T_0)$ ce qui donne : $\boxed{W = L(T_1)\left(1 - \dfrac{T_0}{T_1}\right)}$