

Semaine du 18 mai 2026 :

Analyse : chapitre 10 : analyse asymptotique - développement limité

Analyse : Chapitre 11 : intégration

Algèbre : chapitre 12 : applications linéaires, généralités

? AUTO-TEST

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

► **AN10 : analyse asymptotique et développements limités**

- Que signifie f négligeable devant g ? Dominée par g ? équivalente à g ?
- Quelles opérations sont autorisée pour les fonctions négligeables (resp. dominées, resp. équivalentes)
- Quelles propriétés sont transmises via équivalence ?
- Quels opérations sont possibles quand on utilise les équivalents ?
- Qu'est ce que la substitution dans les équivalents ?
- Comment utilise-t-on les notions de négligeabilité/domination/equivalence avec des suites ?
- Qu'est-ce qu'un développement limité ? Quel lien avec la continuité ? La dérivation ?
- Énoncez la formule de Taylor-Young en 0 et en $a \in \mathbb{R}$.
- Donnez les DL à n'importe quel ordre de : $\frac{1}{1-x}, \frac{1}{1+x}, \ln(1+x), e^x, \sin(x), \cos(x), ch(x), sh(x), (1+x)^\alpha$
- Retrouver $\arctan(x)$ à n'importe quel ordre.
- $DL_3(0)$ de $\sqrt{1+x}$?
- Comment utiliser les DL pour les équivalents ?
- Comment utiliser les DL pour des études locales : tangente, extremum local, etc...
- Qu'est ce qu'un DL en $+\infty$? Qu'appelle-t-on développement asymptotique ?
- Comment repérer des asymptotes obliques à l'aide de DL ?

► **AL12 : Applications linéaires : généralités**

- Qu'est-ce qu'une application linéaire ? Donnez des exemples.
- Qu'est ce qu'un endomorphisme ? Un isomorphisme ? un automorphisme ?
- Qu'est-ce qu'une forme linéaire ?
- Qu'est-ce que $\text{Ker } f$? $\text{Im } f$?
- Quel lien entre Ker et l'injectivité ?
- Comment calculer $\text{Im } f$ à partir d'une famille génératrice de E ?
- Qu'est qu'une projection ? Quelles caractéristiques ? Quelle caractérisation ?
- Qu'est qu'une symétrie ? Quelles caractéristiques ? Quelle caractérisation ?

► **AN11 : Intégration**

- Qu'est ce qu'une fonction en escalier ? Comment est définie l'intégrale d'une telle fonction ?
- Comment définit-on l'intégrale d'une fonction continue sur un segment $[a, b]$?
- Énoncer le théorème fondamental du calcul intégrale et donner l'idée de la preuve.
- Formule d'intégration par partie ?
- Formule de changement de variable ?
- Qu'appelle-t-on positivité de l'intégrale ? Et croissance de l'intégrale ?
- Que dire d'une fonction continue positive telle que $\int_{[a,b]} f = 0$?
- Qu'appelle-t-on somme de Riemann ? Énoncez le théorème de convergence des sommes de Riemann.

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

- ▶ Utiliser des équivalents pour calculer des limites de fonctions ou de suites.
- ▶ Calculer des DL de fonction. Aucune "virtuosité calculatoire" n'est exigible...
- ▶ Utiliser des DL pour déterminer des limites, des équivalents, des tangentes, des asymptotes.
- ▶ Montrer qu'une application est linéaire et calculer son noyau et son image.
- ▶ Reconnaître une symétrie ou une projection, trouver ses éléments caractéristiques.
- ▶ REVISION : Calculer des intégrales via IPP, via des changements de variables (indiqués si pas évidents), via réduction en élément simple, etc.
- ▶ Utiliser le théorème de convergence des sommes de Riemann.



DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

- ▶ Montrez que si $f \in \mathcal{L}(E, F)$ et G un sev de E . Alors $f(G)$ est un sous espace vectoriel de F .
- ▶ Montrez que $f \in \mathcal{L}(E, F)$ est injective si et seulement si $\text{Ker } f = \{0_E\}$.
- ▶ Parité et intégrale : donnez les formules et démontrez les.